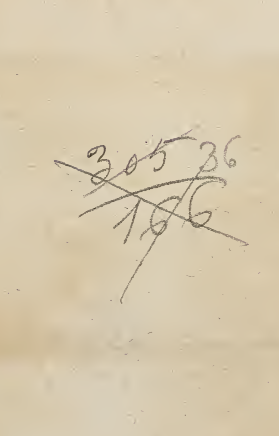



EX BIBLIOTECÂ
D. A. de VLLOA





LA THEORIE ET LA PRATIQUE DE LA COUPE DES PIERRES ET DES BOIS

POUR LA CONSTRUCTION DES VOUTES

Et autres Parties des Bâtimens Civils & Militaires,

OU

TRAITÉ DE STEREOTOMIE

A L'USAGE DE L'ARCHITECTURE,

Par M. FREZIER, Chevalier de l'Ordre Militaire de Saint Louis, Ingenieur ordinaire du Roy en Chef à Landau.

TOME TROISIEME,

Auquel on a joint une Dissertation sur les Ordres d'Architecture.





A STRASBOURG,
Chez JEAN-DANIEL DOULSSEKER le Fils, Marchand Libraire à l'entrée de la Ruë dite Flader-Gaſs.

A PARIS,
Chez CHARLES-ANTOINE JOMBERT Libraire, Rue St. Jacques, au coin de la Ruë des Mathurins.

M DCC XXXIX.

TABLE DES TITRES
DU TROISIEME TOME.

SECONDE PARTIE DU IV. LIVRE.

Des Voûtes coupées de deux ou de plusieurs Surfaces.



**

Recher-

FIN DE LA TABLE.



AVERTISSEMENT.

JE croi devoir repeter ici les conseils que j'ai donné au commencement de cet ouvrage, touchant l'unique moyen de remedier aux fautes d'impression, que je n'ai pû empêcher, parce qu'elle a été faite loin de moi. C'est de les corriger chacune dans leur place, suivant l'errata ci-joint, avant que de commencer à lire : faute de cette précaution la plûpart des Lecteurs sont embarassez ou trompez par le changement ou le défaut de quelqu'unes de ces lettres, qui sont essentielles pour l'intelligence du discours.

QUANT au retardement de l'édition, dont on a eu raison de se plaindre, on sçait par mon avertissement, qui est à la tête du second Tome, qu'il n'y a aucunement de ma faute. La gravure y a eu quelque part dans ce troisiéme, en ce qu'elle n'a été achevée, que quatre mois après l'impression : il est vrai que le nombre des planches a été augmenté de 22. au-delà de celui qui avoit été promis dans le projet de souscription, partie pour ôter la confusion de celles, qui étoient trop chargées de figures, qu'il convenoit d'agrandir, pour les rendre plus distinctes ; partie pour quelques additions, que l'extreme lenteur de l'impression, m'a donné occasion de faire, lesquelles serviront à dédommager un peu les Souscripteurs d'une trop longue attente, si j'ai réussi dans le dessein, que j'ai eu d'y inserer tout ce qui étoit nécessaire pour parvenir à une réguliere & solide construction des Voûtes, qui a été le principal objet de cet ouvrage.

Fautes à corriger avant que de lire.

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections*
7	10	aux points P, p^2	Q q^2 q^3 q^4 & des paralleles au côté AE, qui couperont le premier arc-droit aux points P p^2 p^3 p^4
8	24	deſſiné	déſigné
9	13	D *r*	*d r*
ibid.	17	$a^1\ p$	$a^1\ p^1$
10	13	1 F D a^1	*g* E F D
16	18	*g u*	*g* L
13	36	*d e f* C	*d e f c*
14	9	1 2	F 1
18	7	*x* , *m*	X *m*
ibid.	19	triange	triangle
23	18	*g c*	*g e*
24	15	par O	par *o*
26	20	cintres	centres
27	21	indefie	indéfinie
34	18	p^2 en S 2	*p*2 en S_2
35	26	AG	FG
ibid.	32	qu'il a été dit ci-devant	qu'il ſera dit ci-aprés
36	13	un compoſez	un compoſé
ibid.	37	AN^2 , AN^3	AN_3
37	14	ſurfeces	ſurfaces
38	18	$x^1, y^2\ y^2\ y^3,\ x^4$	$x^1\ y^2,\ y^2\ y^3,\ y^3 x^4$
39	27	*x* , *y*,	x^1 , y^2
40	1	$x^d\ yx$,	*xd* , *yd*
ibid.	7	$x\ x^o$	$x^1\ x^o$
ibid.	33	$q^2\ qd$	$q^2\ q^1$
42	8	3.1^2	30^3
43	en marge	73	74
46	20	N C	N *c*
ibid.	31	3 8	3 7
47	2	7 C 8	7 *c* 8
50	24	7 4	7° 4
55	25	égale	égal
56	7	I *c*	1 *r*
ibid.	10	a^3, qui devroient	a^3 qui devroit
ibid.	15	& pour	& ſert pour
ibid.	26	E S B	E S R
57	1	1 e^4	F e^4
ibid.	22	$a^2\ b$	$a^2\ b^8$
ibid.	35	$1^r\ 2^r b$	$1^r\ 2^r 6$
59	derniere	B *c* A	B C A
61	29	P *d*	E *d*
62	24	E *n* A	E *n* *d*
ibid.	25	A *n* B	A *b* B
63	8	ɔes	ces
64	29	q^1	*q*
68	33 & 34	ſoldiité	ſolidité
70	23	C *f* E	C *f e*

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
80	4	ramarquer	remarquer
ibid.	18	Λ & L	A & L
87	8	*g l*	*g b*
89	31	l'are	l'axe
92	29	décrira	divisera
93	4	T *l*	T A L
97	8	2^3	v^3
ibid.	22	en F	en *f*
ibid.	23	en G	en *g*
ibid.	25	C^t I	C_t I
98	17	facees	faces
103	12	differe	different
107	8	Q*oe*	*q o e*
111	12	horisontale	horisontal
112	6	*h* 4	H 4
114	5	d'un	d'une
ibid.	18	*ff*	*f*^{ad}
ibid.	20	*e d*	a^d
116	32	occupe	coupe
117	30	R I	R_2 I
118	4	R*r*	R *a r*
ibid.	5	3^c	3^e
ibid.	9	E *y* F	*æ y* F
ibid.	16	*b f*	*bd* R
119	5	81 & 82	81 *effacez* & 82
ibid.	30	*b* H	*b* A
120	24	7 I	7^e
126	6	R A	R B
ibid.	21	*p g*	B *g*
128	36	l'interjection	l'intersection
129	1	quent	que
130	7	centre	cintre
134	11	lesquelles	lesquels
141	20	D I	C I
143	13	V E	H *b*
ibid.	24	T^I G	T^I *g*
144	20 & 36	X	X^5
145	8	E V	H *b*
ibid.	9	*u r* V	M *b*
150	3	F & C	F & G
153	en marge	Pl. 09.	Pl. 90.
164	25	face	base
165	penult.	5' 4	5' x^5
166	7	4' S	4' S
ibid.	8	N V	R 4 *f*
175	12	*q* Y	*b* Y
ibid.	14	Y 1^2	Y 1 z
180	en marge	Pl. 93.	Pl. 94.
181	27	ou *g* I	ou *g* P
184	en marge	Pl. 94.	Pl. 95.
185	*idem*	94.	95.
188	9		Z Y
192	en marge	9 5	96.
ibid.	30	sçait	soit

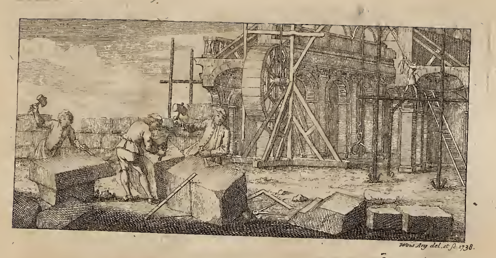
Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
193	en marge	Pl. 95.	Pl. 96.
ibid.	35	& point D	& du point D
195	33	& élever	& élevé
196	1	feroient	ferviront
ibid.	8	p 6	p 16
197	en marge	fig. 124.	fig. 129.
198	19	fervant	fe fervant
200	18	& 31	& 21
ibid.	28	L D	l D
205	22	le point	le joint
209	11	la clef S t^1	la clef S $h t^6$
ibid.	24	en C h	en C $h x$
212	25	un quatriéme	une quatrieme
213	21	que les prendre	qu'en les prenant
214	en marge	Pl. 97.	Pl. 98.
224	35	A G	A g
225	21	du point I	du point 1
ibid.	23	du point V	du point v
ibid.	pénult.	mixte	curviligne
229	13	que l'axe	qu'à l'axe
232	2	convient	conviennent
236	32	T R	T r
ibid.	penult.	vuide	côté
244	26	C M^1	C M e
247	12	op ofez	opofées
250	8	p^4 p^3	p^4 4, p^3 3
ibid.	23	14	1^1
ibid.	31	$n^1 f n^2 g$	$n^4 f n^3$ g ou bien n^1 F, n^2 G
251	15	$v n$	V v^2
ibid.	23	R E	R^3 E
252	2	$n i$	$V^2 i$
ibid.	5	$u v$	V^2 V
255	27	$c e$	C e
258	1 & 2	4°	9^1
260	31	G a	G $æ$
ibid.	en marge	169	170
265	3	a^1, a^2, a^3, a^4	o^1, o^2, o^3, o^4,
271	22	qui lui eft intervale	qui la croife
277	8	lei	les
ibid.	25	M P E	M P e
280	26	$q l$ à fon extremité	faffe en $q i$
281	31	O b	O o
283	10	2 $r a$.3	2, m, 3
286	3	la centre	le centre
296	23	porte le mur	porte dans le mur
302	26	$g d$ & I 4^r	$4^r d$ & Ig
ibid.	30	4^r L $d g$	g L d 4^r
303	penult.	$4^r b^2$	V b^2
305	26	4°o, 5°o, 6.o	4o, 5o, 6o
320	22	$a r f b n$	$a r$ $b^2 s$
321	2	$a r$ S l $b n$	$a r$ b^2 & s F
ibid.	7	9^r F r	$g r$ F^r
322	2	$a p$	$a r$ p^r

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
326	6	t^1, m^2, t^5	r^1, m^2, r^3
350	5	T à la ligne	T perpendiculaire à la ligne
354	18	celles	celle
355	1	de, peur	de peur
ibid.	34	à un	& à un
356	29	confiderons	confiderant
358	24	en B	en *b*
361	8	A V	*a* V
369	8	ce point	ce joint
ibid.	23	on aura—LT *effacez*—— *ib.* AF *lif.* TF	
371	3	triangles—femblab. *effacez* —	

374 *Après le mot* Démonftration *on a oublié l'explication des noms, qu'il faut fuppléer ainfi :*

Soit l'arc N M de l'intrados $= a$, fa hauteur MO $= d$, le rayon MC $= r$ l'épaiffeur AM $= m$, on aura AC $= r + m$, foit auffi P le centre de gravité de la demi-voûte A N M.

387	10	l'équerre	le quarré
ibid.	11	6^2 6^4 6^4	b^2 b^4 b^4
389	10	P H I	P H B
ibid.	en marge		Pl. 112.
392	12	rondes	ronds
ibid.	32 en mar.		fig. 246.
397	16	du quart de	du quart du quart de
ibid.	36	A *x b*	A *f x b*
398	26	A D S B	A D S *b*
400	6	néceffaire	néceffaires
406	30	perpendiculaire	parallele
407	21	en *q*, qu'on	en *q*, & qu'on
409	23	tufe	Tuf
ibid.	36	d'égal	d'égale
413	3	50 degrez	30 degrez
415	15	• K	• *k*



TRAITÉ
DE
STEREOTOMIE.

SECONDE PARTIE DU QUATRIEME LIVRE.

DES

VOUTES COMPOSÉES,

De deux ou de plusieurs surfaces.

APRES avoir parcouru toutes les especes de surfaces, des doëles des Voutes, que j'apelle *Simples*, parce qu'elles ne sont interrompuës par aucun changement de direction, il nous reste à voir comment on peut rassembler quelques parties de ces surfaces, pour en former une seule Voute, *Composée* de figures semblables ou differentes, faisant entr'elles des angles saillans ou rentrans.

Si l'on a fait quelque attention à ce qui a été dit à la seconde Partie du premier Livre, touchant le Pénétration des corps, on concevra facilement, quelles doivent être les intersections des surfaces des Voutes, qui se rencontrent, ou qui se croisent en angle saillant ou rentrant, & l'on connoîtra la nature des lignes courbes, qui se for-

ment aux arêtes de ces angles lorſqu'ils ſont ſaillans, ou dans leur creux, lorſqu'ils ſont rentrans, ce que nous apellons les *Angles d'enfourchemens*, en quoi conſiſte toute la difficulté des *Voutes compoſées* de pluſieurs ſurfaces.

Si ces lignes courbes ſont planes, on trouvera le moyen de les décrire par les Problemes de la premiere partie du ſecond Livre.

Si elles ſont à double courbure, on verra par la troiſiéme partie du même Livre, que pour parvenir à les décrire, il faut s'y préparer non ſeulement par la voye de la projection, mais auſſi par la formation d'une des ſurfaces courbes, que donne une de leurs projections.

De quelque nature que ſoient ces Courbes d'interſection des ſurfaces de deux Voutes qui ſe rencontrent, il eſt clair qu'elles déterminent les extremitez des directions de chaque doële, ou de l'extrados, par conſéquent, qu'elles fourniſſent les moyens de les déveloper, pour connoître l'étenduë de chaque partie, que peut comprendre un Vouſſoir de grandeur donnée, ſoit qu'on rectifie les arcs de ces Courbes méchaniquement, ſoit qu'on ſe contente d'en prendre les cordes, pour la formation des ſurfaces planes inſcrites, que nous apellons doëles plates; Ainſi tout ce que nous avons à dire des *Voutes Compoſées*, de deux ou de pluſieurs ſurfaces égales ou inégales, ſemblables ou differentes, qui aboutiſſent les unes aux autres, pour former une ſeule Voute de pluſieurs parties, n'eſt qu'une aplication des principes de Theorie, & de pratique du premier Tome, compris dans le premier, ſecond & troiſiéme Livre, auquel nous pourrons renvoyer le Lecteur, pour y trouver les démonſtrations des Traits de chaque Voute, & abreger ainſi le diſcours.

Pour montrer plus ſenſiblement la conformité de ce troiſiéme Tome, avec la ſeconde partie du premier Livre, qui concerne la pénétration mutuelle des corps ronds, de même ou de differente eſpece, comme Sphères, Cônes, Cylindres, Anneaux & Hélices, nous ſuivrons à peu près le même ordre de combinaiſons des Voutes qui leur reſſemblent, que nous avons obſervé à l'égard de ces mêmes corps, avec cette difference, que nous les apellerons des noms conſacrez à l'Architecture.

J'ai dit *à peu près*, parce qu'il ne convient pas de s'aſſujetir préciſément au même ordre, en ce que le plus régulier étant d'aller du ſimple au compoſé, on ne peut regarder dans la pratique des Traits, la formation des corps les plus ſimples, comme la plus facile.

Quoique dans la Théorie la Sphère ſoit le corps le plus ſimple,

& enfuite le cône, il n'en eft pas de même pour le Trait des Voutes des mêmes figures.

Les Traits des Sphériques font plus compofez que ceux des coniques, & les coniques plus que les cylindriques; c'eft pourquoi nous avons arrangé differemment les matieres de ce dernier Tome, que nous diviferons en dix Chapitres.

Dans le premier, nous traiterons des rencontres, & des pénétrations des Berceaux entr'eux, en quelque fituation qu'ils puiffent être les uns à l'égard des autres, ce qui répond au fixiéme Chapitre du premier Livre.

Dans le fecond, nous traiterons des rencontres des Berceaux avec les Trompes & Voutes coniques.

Dans le troifiéme, des rencontres des Berceaux avec les Cu-de-Fours ou Voutes Sphériques.

Dans le quatriéme, des Voutes coniques entr'elles.

Dans le cinquiéme, des Coniques avec les Sphériques.

Dans le fixiéme, des Cylindriques, Coniques & Sphériques avec les Annulaires.

Dans le feptiéme, des Voutes compofées des furfaces irrégulieres, & des régulieres Cylindriques, Coniques & Sphériques.

Dans le huitiéme, des Annulaires Hélicoïdes avec les irrégulieres.

Dans le neuviéme, nous traiterons de l'Apareil des Efcaliers, confiderez en eux-mêmes, fans aucune Voute; mais feulement par leurs *Limons* & *Coquille*.

A ces neufs Chapitres, nous en ajouterons un dixiéme, divifé en deux *Appendices*, concernant les difpofitifs à la conftruction des Voutes.

Le premier, traitera de la *Pouffée des Voutes*, & des moyens de trouver l'épaiffeur des piédroits, néceffaire pour en foutenir l'effort.

Le fecond, traitera de la charge des Cintres de Charpente, avant que les Voutes foient fermées par leur Clef.

Enfin nous terminerons ce troifiéme & dernier Tome par cet hors d'œuvre, que nous avons promis dans le programe touchant l'examen de la vraie beauté, & du bon & mauvais ufage de ce genre de Décoration, qu'on apelle les *Ordres* d'Architecture.



CHAPITRE PREMIER.

Des Enfourchemens, qui se font à la rencontre des Berceaux, traversez par d'autres Berceaux.

LORSQUE nous avons parlé au premier Livre des interſections des ſurfaces cylindriques, nous n'avons eu aucun égard à leurs ſituations rélatives à l'horiſon, parce qu'il ne s'agiſſoit que de la Theorie des Courbes. Il n'en eſt pas de même pour la pratique du Trait, il faut conſiderer les demis Cylindres, que nous apellons Berceaux en trois ſituations differentes, comme nous avons fait en traitant des Voutes ſimples.

PREMIEREMENT, *de Niveau*, c'eſt-à-dire, lorſque les impoſtes & la Clef ſont en ſituation horiſontale.

SECONDEMENT, *à Plomb*, lorſque les axes ſont verticaux, telles ſont les Tours rondes, qu'on ne conſidere pas comme des Voutes; mais qu'on doit compter comme des Berceaux *debout*; parce qu'il s'y fait des enfourchemens, lorſqu'ils ſont rencontrez, ou traverſez par d'autres Berceaux de niveau ou en rampe, dont les arêtes d'interſection ſont des Courbes de la même eſpece, que celles des autres rencontres de Berceau, ſuivant les angles d'interſection des axes entr'eux, & leurs poſitions rélatives.

LA *troiſiéme* ſituation des Berceaux, eſt celle où leurs axes & leurs impoſtes ne ſont ni de niveau ni aplomb, mais en *Rampe*, ou *Deſcente*.

Compoſition des Voutes de la premiere Situation, de la Rencontre des Berceaux horiſontaux entr'eux.

UN Berceau de niveau n'en peut rencontrer un autre de même ſituation, que de deux manieres, ou perpendiculairement, ou obliquement, c'eſt-à-dire, en termes de l'Art, que leurs directions ſont néceſſairement d'équerre ou de biais, ſans deſcente.

Mais ſi l'on conſidere la poſition rélative de certaines parties, com-

me des clefs & des impoftes, chacune de ces rencontres peut encore être fubdivifée en differens cas.

1o. Lorsque les *Clefs*, c'eft-à-dire, les rangs de Vouffoirs les plus élevez, & les impoftes qui font les rangs de leurs naiffances, fe rencontrent à même hauteur; comme on voit au profil de la premiere figure, où le point B de l'impofte eft commun au Berceau BDC² & BHC, & où la Clef D rencontre la Clef H. Pl. 70. *Fig.* 1.

2o. Lorsque les impoftes fe rencontrent comme en A, & que les clefs ne peuvent fe rencontrer, parce qu'elles font d'inégale hauteur, comme à la même figure, la clef *d* qui aboutit en I au deffous de H.

3°. Lorsque au contraire les clefs fe rencontrent, & que les impoftes étant à des hauteurs inégales ne peuvent fe rencontrer, telles font les clefs H & D, de la figure feconde, qui fe rencontrent, & les impoftes E & B, qui ne fe rencontrent pas. *Fig.* 2.

4°. Enfin lorfque les clefs & les impoftes ne fe rencontrent point, comme la clef *d*, qui tombe au deffous de H en F, & l'impofte G, qui eft au deffus de A.

Au premier cas, où les clefs & les impoftes fe rencontrent, l'arête d'enfourchement des doëles eft toujours une demi-Ellipfe, foit que les directions des Berceaux foient Droites, c'eft-à-dire, perpendiculaires entr'elles, ou qu'elles foient obliques; cette verité a été démontrée au Theoreme 17 du premier Livre.

Au fecond cas, fi les Berceaux fe rencontrent perpendiculairement, la Courbe de l'arête d'enfourchement eft un Cicloïmbre, fupofant que les deux Berceaux foient en plein cintre, comme il a été démontré au Theoreme 18 du même Livre;

Or parce que cette Courbe n'eft pas plane, mais à double courbure, on n'en peut former le cintre, ni la cerche fur des planches, comme pour les autres Voutes du cas précédent.

Au troifiéme & quatriéme cas des rencontres de Berceau, les Courbes des arêtes d'enfourchement font des Ellipfimbres, lefquelles font à double courbure, comme les Cicloïmbres.

PROBLEME I.

Former en Pierre, ou en Bois, l'enfourchement de deux Berceaux de niveau, qui se pénétrent perpendiculairement ou obliquement.

Ce Probleme renferme deux cas differens.

1°. Lorsque les impostes & les clefs se rencontrent.

2°. Lorsqu'elles ne se rencontrent pas.

Le premier cas comprend deux especes de Voutes, l'une de celles où les angles de rencontre des doëles sont saillans; on apelle celles-ci *Voutes d'Arêtes.*

L'autre, de celles où les angles de rencontre des doëles sont rentrans, qu'on apelle *Voutes en Arc de Cloitre*; ces deux cas se trouvent rassemblez dans l'enfourchement de deux berceaux, qui se rencontrent sans se croiser.

Le second cas comprend toutes les rencontres des Berceaux inégaux, qui forment dans le plus grand une ouverture qu'on apelle *Lunette.*

Fig. 13. Premier Cas representé en Perspective à la figure 13.

De la rencontre de deux Berceaux de Niveau, d'égale ou inégale largeur, mais d'égale hauteur, qui aboutissent l'un à l'autre, sans se croiser, perpendiculairement ou obliquement.

Soit, figure 5. le trapeze AEKB, le plan d'un Berceau elliptique, ou si l'on veut en plein cintre, & AFGB celui d'un autre Berceau égal, ou plus large, ou plus étroit, mais d'égale hauteur sous clef, dont l'axe x S fait avec l'axe SX, du précédent un angle quelconque, Droit, obtus ou aigu; nous le suposerons ici obtus.

Il faut commencer par se déterminer au choix du cintre primitif, qu'on peut prendre en deux ou trois endroits differens à chaque Berceau, & par conséquent en six sur les deux; sçavoir, 1°. perpendiculairement à un des axes, comme en ER ou en D r; 2°. à une des faces qui peut être biaise comme EK; 3°. obliquement & parallelement à l'axe du second Berceau, comme en EB ou DB. Au premier cas l'arc Droit est le cintre primitif, aux deux seconds il est secondaire.

Nous prendrons pour cintre primitif dans cet exemple le cintre

BHE, que nous ferons circulaire ou elliptique, il n'importe pour la conſtruction.

Ayant diviſé ce cintre en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaiſſé de ſes diviſions des perpendiculaires ſur ſon diametre BE, ſuivant l'uſage ordinaire, qui le couperont aux points *f*, *g*, *i*, *k*, on menera par ces points des paralleles à la direction du Berceau, qui rencontreront la diagonale AB, aux points a^1, a^2, b^3, b^4, par leſquels on menera d'autres lignes paralleles au côté AD du ſecond Berceau, qui couperont le diametre oblique DB aux points, *o*, *n*, *m*, *l*, & le diametre perpendculaire du ſecond arc Droit D*r*, aux points P, p^2, p^3, p^4.

Les diviſions correſpondantes à celles du cintre primitif, étant ainſi trouvées ſur tous ces diametres de differentes ſections, il ſera aiſé de trouver les points des Courbes des cintres, qui conviennent à chacune de ces ſections & poſitions de leurs diametres, parce qu'elles ſont toutes des demi-Ellipſes, plus ou moins alongées ſur leur diametre horiſontal, mais dont toutes les ordonnées ſont d'égale hauteur.

Ainsi, il ne s'agit que de tranſporter la hauteur de la retombée de chaque diviſion du cintre primitif, ſur les projections correſpondantes dans chacun de ces diametres, où l'on a toujours marqué le même chifre.

Par exemple, la hauteur 1*f* égale à *k*4, ſera portée ſur AB en a^1 1^d & b^4 4^d; la même ſera portée ſur le diametre ER en *p* 1^r, *p* 4^r, pour le premier arc droit, la même hauteur ſera encore portée ſur le diametre DB en *o* 1^u, *l* 4^u, enfin la même ſera portée ſur D*r* en Q 1^r, q^4 4^r, pour le ſecond arc Droit, la ſeconde hauteur *g* 2 égale à *i* 3, ſera auſſi portée ſur tous les mêmes diametres aux projections correſpondantes, où ſe trouvent les mêmes chifres; ainſi l'on aura tous les points des Ellipſes, qu'on doit tracer à la main, ou avec une regle pliante, les unes ralongées comme ATB, les autres racourcies, comme RVE & D*ur*.

Au lieu de porter toutes ces hauteurs en particulier, on peut élever des perpendiculaires indéfinies, ſur tous les points de projections trouvées, & avec la hauteur ſous clef donnée, & commune à tous les differens cintres, on peut tracer chaque Ellipſe, par le Probleme 7, du deuxiéme Livre; la trace de ſon contour coupera ces perpendiculaires en des points, qui détermineront ceux de leurs diviſions; cette méthode convient mieux que la précédente lorſque les Vouſſoirs ſont un peu larges, & les Ellipſes petites, parce qu'alors ils comprennent des parties ſenſiblement courbes, dont il faut trouver le point du milieu par une ſoudiviſion, que font les Auteurs de la coupe des pier-

res, laquelle devient inutile par cette méthode, en ce qu'elle donne l'arc tout d'un coup, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'en chercher la fleche, ce qui rend l'épure moins embroüillée de lignes.

Il peut arriver qu'on n'a pas beſoin de tracer tant de cintres pour la rencontre de deux Berceaux, comme lorſque chaque Berçeau eſt terminé par une face, ou un *formerêt* contre un mur qui eſt d'équerre ſur ſa direction, parce qu'alors, l'arc Droit, & l'arc de face ſont confondus; mais s'ils ſont inégaux, on ne peut ſe diſpenſer de tracer cinq cintres, deux à chaque Berceau, pour l'arc de face ou de *Formerêt* & l'arc Droit, & un cinquiéme ATB, qui eſt la commune interſection des deux doëles, où ſe fait l'angle d'enfourchement, lequel eſt rentrant en dehors depuis A juſqu'en T, & ſaillant en dedans depuis B juſqu'en T, ce qui forme deux ſortes de Voutes dans une ſeule, ſçavoir, la Voute en *Arc de Cloitre*, pour la partie à angle rentrant de A en T, & une *Voute d'Arête* de B en T; c'eſt dans ces angles que conſiſte proprement le Trait dont il s'agit; car chaque Berceau en particulier doit être formé comme nous l'avons dit à la premiere partie de ce Livre ſur les cintres donnez.

Il ne reſte plus à préſent qu'à trouver le biveau de l'angle, que ſont les doëles plates des deux Berceaux entr'elles à leur rencontre, ce qui eſt aiſé ſuivant nos Principes de Goniographie, expliquez au troiſiéme Livre, page 384, dont nous allons faire l'aplication au cas préſent.

Suposons qu'il s'agiſſe de trouver le biveau des doëles plates du ſecond rang de Vouſſoirs, qui forment l'enfourchement deſſiné ſur la projéction AB, par l'intervale a^1 a^2, & ſur l'élevation du cintre de rencontre ATB, par la corde 1^d 2^d.

On prendra au cintre primitif BHE, la hauteur $t\,2$, de la retombée $t\,1$ ou gf, pour la porter perpendiculairement ſur AB, de a^2 en x, d'où l'on tirera la ligne xa^1, à laquelle on fera une perpendiculaire xy, qui rencontrera AB au point y; par ce point y on menera une ſeconde perpendiculaire ſur AB, qui rencontrera les projections des premiers joins de lit de chaque Berceau a^1 P, a^1 Q prolongée aux points 8, 9, enſuite ayant tranſporté la longueur $y\,x$ en $y\,z$ ſur AB, on menera du point z aux points 8, 9, des lignes droites qui comprendront l'angle 8z9, qui eſt celui du biveau que l'on cherche.

Ou il faut remarquer, que quoique cet angle ſoit rentrant dans la moitié de l'enfourchement de A en S, & ſaillant dans l'autre de B en S, il eſt toujours le même dans les rangs de Vouſſoirs d'égale hauteur ſur l'impoſte de part & d'autre; la ſeule difference qu'il y a, c'eſt qu'au

rentrant

rentrant SA, on aplique le dos du biveau qui eſt ſaillant, & à l'arête SB, on aplique le dedans du biveau qui eſt rentrant; ce que l'on peut connoître ſenſiblement en jettant les yeux ſur les figures 7 & 9, qui répréſentent les deux premiers Vouſſoirs d'enfourchement, l'un (7) deſtiné pour être mis en A, l'autre qui eſt marqué 9 pour l'arête à la naiſſance B.

Ces préparations ſupoſées, il ſera facile de raſſembler tout ce qui eſt néceſſaire pour tracer & tailler la pierre.

Premierement, les panneaux de tête ſont donnez à l'arc de face de chaque berceau, & à ſon arc Droit, comme il a été dit pour toutes les Voutes en berceau ſimples, Droites ou biaiſes, ſuivant la direction de la face ſur ſon axe, par exemple ſur l'arc droit ER en 5^r 1^r 2^r 6^2, au grand berceau, & ſur l'arc droit Dr, le même pour le petit.

Secondement, on formera *les panneaux de doële plate*, comme nous l'avons dit pour les berceaux ſimples biais, par le moyen de la projection pour les longs côtez, & par les cordes de l'élevation pour les têtes.

Ainsi on formera un trapeze ou rectangle au joint de tête, compoſé des deux côtez paralleles a^2 p^2 a^1 p, dont les meſures ſeront priſes ſur les mêmes lignes du plan horiſontal, & avec la corde 1^r 2^r de l'arc droit EVR, pour intervale perpendiculaire de ces deux paralleles: le quatriéme côté qui leur eſt oblique, ſera égal à la corde 1^d 2^d du cintre de rencontre ATB.

Le panneau de doële de l'autre berceau ſera fait de même, ſupoſant, par exemple que la branche de l'enfourchement au ſecond berceau ſoit terminée au point 8, on fera 8^* q perpendiculaire ſur la projection du joint a^1 Q, puis on formera un trapeze rectangle en 8, dont les deux côtez qui doivent marquer les joins de lit, ſeront pris ſur le plan horiſontal en a^1 8, & a^2 q, & leur intervale perpendiculaire ſur l'arc droit $D\,ur$, en 1^r 2^r, le quatriéme côté qui marquera l'arête de rencontre des doëles plates, ſera égal comme au panneau précédent à la corde 1_d 2_d de l'arc ATB.

Troiſiémement, les *panneaux de lit* ſe feront de la même maniere que ceux de doële, avec leſquels ils ont déja deux côtez communs, qui ſont les joins de lit à la doële; l'intervale de ces deux côtez ſera pris à volonté, ſuivant l'épaiſſeur de la Voute, ainſi on formera de même un trapeze rectangle d'un côté avec les trois donnez, le quatriéme ſe trouve déterminé par les extrêmitez des deux paralleles.

Mais comme on peut ſe paſſer de panneaux de lit, en opérant par

équarrissement ou par demi-équarrissement, nous ne nous arrêterons pas à en donner un exemple.

Quatrièmement, il est clair que les biveaux de lit & de doële sont donnez à l'arc-droit de chaque berceau, comme si la Voute étoit simple, les uns sur l'arc RVE en 2ʳ 1ʳ 5ʳ & 1ʳ 2 6, & les autres sur l'arc D*u r* en D 1ʳ 5ⁿ, 5ⁿ 1ʳ 2ʳ, 1ʳ 2ʳ 6ⁿ &c.

Enfin les biveaux de rencontre des doëles plates, qui forment l'enfourchement des deux Voutes, ont été trouvez ci-devant par l'angle obtus 8 *z* 9, ainsi rien ne manque pour tracer & tailler la pierre.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Premierement, *par équarrissement* pour la partie d'enfourchement AS, qui est en angle rentrant.

Fig. 7. Ayant dressé un parement 1 F D *a*¹ (fig. 7) pour servir de lit horisontal, supposé qu'il s'agisse du Coussinet, on y tracera avec le biveau l'angle rentrant DAE, de la figure 5 en *d* A *e* de la figure 7, & sur les lignes A*e*, A*d*, on en tracera d'autres à l'équerre pour les joins montans de doële, ou suivant l'angle AEB, ou ADB, s'il s'agissoit d'une tête biaise (fig. 5) sur ces lignes qui se rencontrent par exemple en *g u*, on formera deux paremens d'équerre au premier DFE (fig. 7) qui seront les surfaces aplomb *g o*, *gm*, sur les arêtes desquelles on portera de *d* en 8, la retombée DQ de la figure 5, & de *e* en *p*, (à la fig. 7) la retombée E *p* de la fig. 5.

Par les points *p* & *d* on tracera des paralleles aux lignes *e* A, A *d*, qui se croiseront en *a* par les points *p* & 8, on tracera aussi des paralleles à l'arête L *g*, qui est la rencontre des deux seconds paremens aplomb, puis par les trois points donnez *p a q*, 8 *a k*, on fera par le Probleme I. du IV. Livre, Tome 2. passer deux surfaces planes, qui se rencontreront en angle rentrant, suivant une ligne *a i*, c'est-à-dire, que l'on emportera toute la pierre, qui forme le parallelepipede *g i*.

Ces deux nouvelles surfaces en angle rentrant, ne sont faites que pour y placer les lignes d'arêtes des lits avec les doëles des deux berceaux, par le moyen de la hauteur de la premiere retombée 1 *f* du cintre primitif, ou de tout autre cintre, parce qu'elle y est toujours égale. Ainsi on portera cette hauteur sur les nouvelles arêtes *pq*, 8 *k*, & dans l'angle rentrant *a i*, pour tracer sur les deux surfaces les lignes 1ʳ *x*, 1ⁿ *x*, qui seront les arêtes des joins de lit à la doële.

On tracera auſſi avec le biveau d'aplomb & de coupe, l'angle Q $x^{r}\,5^{u}$, qui donnera, à la figure 5, l'inclinaiſon du joint 8 $1^{u}\,5$, égale à celui de l'autre côté $p\,1^{r}\,5^{r}$, & par les trois points donnez $x\ 1^{r}\ 5^{r}$ d'un côté, & $x\ 1^{u}\ 5^{u}$ de l'autre, on fera paſſer deux ſurfaces planes, qui ſe rencontreront ſuivant la ligne $x\ 5^{d}$ en angle rentrant, & les lits ſeront formez.

Il ne reſte plus qu'à creuſer la doële, par le moyen du biveau mixte formé ſur la tête de l'arc droit de chaque berceau, comme E $1^{r}5^{r}$, pour le grand, & D $1^{u}\ 5^{u}$, pour le petit; la rencontre de leurs deux doëles cylindriques, faites ſuivant leur direction à la regle, fera l'angle rentrant de l'enfourchement, *qu'il falloit former.*

Pour en verifier le contour, & le rectifier des fautes qu'on auroit pû y faire dans l'exécution, on pourra lever une cerche ſur l'arc A 1^{d}, du cintre de rencontre ATB, la poſition de laquelle eſt déterminée à ſes extrêmitez ſur les points A & x, & pour ſa direction ſuivant la Diagonale g A, qu'on a pû prolonger au lit de deſſous, pour en bien diriger la poſition.

L'exemple qu'on vient de donner pour le Couſſinet, doit auſſi ſervir pour les Vouſſoirs au deſſus; car quoiqu'ils n'ayent pas un lit horiſontal, il faut toujours en ſupoſer un, comme nous l'avons dit en parlant de la taille des Vouſſoirs des Voutes ſimples par équarriſſement; ainſi à ceux qui ſont au deſſus du Couſſinet, il y a une opération de plus qui eſt celle de la coupe du lit de deſſous, qui ſe fera en abattant la pierre par le moyen du biveau mixte, dont une branche, qui eſt la courbe, coulera ſur la doële, & l'autre indiquera la pierre qu'il faut abattre; ou bien plus ſimplement, ayant tracé avec le biveau la coupe (par exemple d 7 figure 7) on fera paſſer une ſurface plane par les trois points donnez A d 7 (par le Prob. I. du quatriéme Liv. Tome ſecond) on en fera de même ſur l'autre joint montant $e\,o$, ſur laquelle ayant tracé la tête du lit de deſſous, par exemple $e\,6$, on fera paſſer une ſurface par les trois points donnez A e 6, laquelle rencontrant la précédente, formera à l'interſection une arête ſaillante, qui doit ſe placer dans l'angle rentrant, que ſont les deux du lit de deſſus du Vouſſoir inférieur.

Sur quoi l'on peut remarquer, que le premier lit horiſontal n'a ſervi qu'à y placer les deux lignes droites, qui ſont les arêtes du lit de deſſous avec la doële; le reſte de cette ſurface ayant été enlevé en dedans pour former la doële, & en dehors pour former le lit.

Secondement, pour la partie de la Voute en *Arête ſaillante.*

De la maniere de tailler un Vouſſoir d'enfourchement en angle rentrant, il ſera aiſé de tirer celle d'en tailler un de la partie BS, qui eſt au contraire en angle ſaillant, & qui fait ce qu'on apelle la *Voute d'Arête*; en effet il ne s'agit dans celui-ci que d'enlever toute la pierre qu'on avoit laiſſé dans l'autre, comme on peut le connoître ſans un plus long diſcours, par la comparaiſon des Vouſſoirs deſſinez en Perſpective aux figures 7 & 9, où l'on voit que les retombées ſont tranſportées du dedans de l'angle DAE, au dehors de l'angle RB *r* ou KBG (figure 5) au reſte l'opération eſt en tout la même, comme on va le voir.

Fig. 5. & 9.

Ayant dreſſé un parement pour le lit horiſontal, qui ſera permanent au Couſſinet, & de ſupoſition aux Vouſſoirs au deſſus, on y tracera avec la fauſſe équerre l'angle $q\,6^4\,p_4$, des premieres retombées, & ſon parallele au dedans, qui eſt celui des piédroits *r* BR, ſuivant les diſtances p^4 R, $q^4\,r$.

On abattra enſuite la pierre en retour d'équerre au premier parement, ſuivant les lignes $q\,6^4$, $p\,6^4$, pour les faces de ſupoſition, & ſuivant les lignes *q*O, *p*O d'équerre à ces faces pour les paremens des têtes qu'on y tracera, puis avec les biveaux d'aplomb & de coupe Q $1^n\,5^n$, *p* $1^r\,5^r$, on abattra la pierre pour former les lits, qui ſe rencontreront en angle ſaillant ſur la Diagonale $8^d\,4^d$, faiſant couler l'angle rentrant du biveau ſur les horiſontales $4^r\,4^d$, $4^n\,4^d$, qu'on a dû y tracer par la hauteur des retombées, comme on a fait au Vouſſoir rentrant, dont nous venons de parler, & on achevera le reſte de même.

Seconde Maniere par demi équarriſſement.

Pour opérer par équarriſſement, il faut avoir une pierre bien pratiquée, où l'on puiſſe faire des paremens verticaux de ſupoſition, qui ſoient à vive-arête entr'eux, & avec l'horiſontal; de ſorte qu'on ne peut faire uſage d'une pierre, qui n'eſt pas aſſez pleine pour recevoir cette préparation, quoiqu'elles ſoit de grandeur ſuffiſante, pour contenir le Vouſſoir qu'on ſe propoſe de faire.

En ce cas, après avoir formé le lit horiſontal, on y tracera l'angle des piédroits DAE, pour le rentrant ou *r* BR, pour le ſaillant, puis avec le biveau de l'angle de l'horiſon avec la doële plate *e* E 1_r, & *a* D 1^n, on abattra la pierre en angle obtus le long des lignes droites, qui ſont les côtez de l'angle donné; ces deux ſurfaces ſe rencontreront en ligne droite, qui ſera le fond d'un angle rentrant du côté de SA; & en angle ſaillant du côté de SB, on tracera ſur chacune une ligne parallele à l'arête du lit à diſtance de la corde D 1^n, ou E 1^r, qui ſera

l'arête de lit & de doële, par le moyen de laquelle avec le biveau rectiligne de la doële plate, & de coupe D 1ⁿ 5ⁿ, E 1ʳ 5ʳ, on formera les lits; nous ſupoſons les têtes faites, comme dans la maniere précédente.

Troiſiéme Maniere par Panneaux.

Les Apareilleurs font rarement les Vouſſoirs d'enfourchement, c'eſt-à-dire, de concours rentrant ou ſaillant de deux Berceaux par la voye des panneaux, c'eſt une eſpece d'uſage de les faire par équarriſſement, pour diminuer le ſoin de l'exécution, parce que les tailleurs de pierre, qui en ont fait un ou deux ſont en état de les continuer d'eux-mêmes ſur les hauteurs de retombées, & les retombées mêmes, dont on leur donne les meſures, ſur-tout lorſque l'un des berceaux eſt en plein cintre; cependant l'uſage des panneaux, quoique un peu plus embarraſſant a bien ſon mérite pour menager la pierre : le voici.

Fig. 6.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de doële plate d'un des berceaux, on y apliquera le panneau qui lui convient, par exemple *a b d c*, pour en tracer le contour; puis on prendra le biveau de l'angle des deux doëles plates, qui a été trouvé ſur l'épure, par exemple l'angle 8 *z* 9, de la figure 5, qu'on apliquera perpendiculairement au côté *e d*, pour abattre la pierre ſuivant ce qu'indiquera une des branches, tenant l'autre apliquée ſur la premiere doële plate; l'angle de ce biveau ſera ſaillant pour les Vouſſoirs vers A, & rentrant pour ceux qui ſont de *f* en B. Ainſi au premier cas, ce ſera le dos extérieur du bras qui ſervira, & pour le ſecond ce ſera l'intérieur. Or comme dans le premier, il faut creuſer en angle rentrant, l'uſage du biveau eſt moins commode, que lorſqu'il faut abattre en angle ſaillant : en ce cas, il n'y a pas grand avantage ſur la précédente méthode, parce qu'il n'y a point de pierre à épargner.

La doële plate étant faite, on abattra la pierre pour former les lits avec les biveaux de lit & de doële plate, & les têtes ſe feront en faiſant paſſer une ſurface plane par les angles, & par un retour d'équerre ſur la direction du Vouſſoir, s'il s'agit d'un joint tranſverſal, ou ſuivant l'angle du biais, ſi le Vouſſoir fait une portion de face biaiſe.

La figure 6 fait voir un Vouſſoir d'enfourchement renverſé, deſſiné en Perſpective pour y montrer ſes doëles *a b d c*, *d e f* C, qui font un angle ſaillant ou rentrant le long du côté *d c*, ſecondement les lits rentrans du deſſus *b l m d e g*, les lits de deſſous *a c f h i k*, qui font un angle ſaillant en *i c*, & une tête *f e g h*.

Corollaire. I.

DES VOUTES EN ARC DE CLOITRE.

Nous avons déja dit qu'on apelloit Voute en arc de Cloitre, celle qui étoit composée de proportions de Berceaux, dont les doëles se rencontroient en angle rentrant.

D'ou il suit, que si l'on repete en sens contraire, la partie de Voute de la figure 5, dont le triangle DAE est la projection, supposant que DE passe par S, on aura une Voute en arc de Cloitre de quatre côtez, dont l'extrados est représenté à la figure 12, & la projection horisontale à la figure 8 en AD *a e*, & si plusieurs berceaux se croisoient de même, il se formeroit une Voute en arc de cloître de plus de quatre côtez en nombre pair; si au contraire ce n'étoit qu'une rencontre de demi berceau, il se formeroit une Voute en arc de Cloître en nombre de côtez impair, tels sont par exemple les Voutes des Chapiteaux des Guérites des fortifications, qui sont sur des Pentagones.

D'ou il suit, que si la Tour voutée étoit d'un grand nombre de côtez, chaque portion de berceau deviendroit aussi très étroite, & la Voute aprocheroit d'autant plus de la Sphérique, que le nombre se multiplieroit, de sorte qu'on pourroit considerer une Voute Sphérique, comme un arc de cloître d'une infinité de côtez.

Lorsque les côtez de la Tour à Pans voutez sont égaux entr'eux, il est évident que la Voute n'est qu'une repétition d'un même segment de Cylindre, pour le Trait duquel il n'y a que deux cintres à décrire, sçavoir, l'arc Droit, & celui d'enfourchement dans l'angle rentrant des doëles qui se rencontrent;

Mais lorsque les côtez & les angles sont inégaux, comme à la figure 8, il faut tracer plusieurs, cintres differens, sçavoir;

1°. Le cintre du milieu de direction sur le diametre oblique, comme
Fig. 8. M *m*, ou son égal *a e*, qu'on a tracé en *a* H *e*, pour trouver les projections des joins de lit sur toutes les arêtes, comme en a^1 a^2 sur la Diagonale A *a*, & p^3 p^4 sur la Diagonale D *e*, par la réproduction des points des projections *f*, *g*, *i*, *k*, conduits parallelement au côté A *e*, jusqu'à la Diagonale *a* A, & de là parallelement au côté DA, jusqu'à la Diagonale D*e*.

2°. Le cintre de direction transversale aussi oblique *n* N, on peut se passer de celui-ci.

3°. Le cintre de l'arc Droit sur les petits côtez, comme T *t*, ou son égal DR.

4°. Celui sur le grand côté comme $r^n R^n$, ou son égal D r.

5°. Le cintre de Diagonale courte a A, qui est l'arc ab A.

6°. Enfin le cintre de Diagonale longue D e; il est visible que si les côtez sont inégaux, & en nombre impair, il faut opérer à part pour chaque pan de Voute, comme nous allons le montrer.

Des Voutes en Arc de Cloitre, sur un Polygone de côtez en nombre impair.

Soit (figure 15, de la Pl. 71) le triangle scalene ABD, sur lequel on veut élever une Voute en Arc de Cloitre. On commencera par diviser ses angles, chacun en deux également par les Diagonales AC BC, DC, qui se rencontreront en C, où sera le centre de l'arc Droit CEb, lequel sera un quart de cercle, où d'Ellipse formé sur une ligne CE, perpendiculaire à un des côtez AB du Polygone, n'importe lequel. *Fig.* 15. Pl. 71.

Cet arc sera le cintre primitif, qu'on divisera en ses Voussoirs en nombre incomplet, par exemple en deux & demi, cet excédent de demi est pour la moitié de la Clef.

Ayant abaissé des divisions 1 & 2, des perpendiculaires sur le rayon CE, qui le couperont aux points P & p, on menera par ces points des paralleles au côté AB, qui couperont les Diagonales AC, BC aux points e, f; g, i, par lesquels on reproduira d'autres paralleles aux côtez BD, AD, qui couperont la Diagonale CD aux points lk, & la projection des joins de lit sera faite.

Il faut présentement former les cerches ralongées des cintres des angles rentrans des doëles, qui sont des quarts d'Ellipses bien faciles à tracer, parce que leurs abscisses sont données sur les Diagonales de la projection aux points e, f; g i, &c. & leurs ordonnées égales aux correspondantes 1 P, 2 p; nous avons tracé pour exemple le quart d'Ellipse CDS, qui est renversé pour la commodité de la Place de la figure.

Il ne reste plus qu'à faire usage de ces lignes, pour tracer les Voussoirs d'enfourchement par équarrissement ou par panneaux, comme il a été dit ci-devant, touchant le Trait de partie ADE, de la figure 5 & de la figure 8, ce qu'il est inutile de repeter.

COROLLAIRE. II.

DES VOUTES D'ARETES.

Fig. 13. & 5. Si l'on revient aux figures 13 & 5, de la planche précédente, qui sont l'objet de ce probleme, on reconnoîtra que si l'on joint ensemble quatre fois la moitié de la figure 13, marquée *ru* SVR, on aura une figure de deux berceaux, qui se croisent en angle saillant, comme il est représenté à la figure 10, ce qu'on apelle *Voute d'Arête*, ainsi la Voute d'arête tracée en projection à la figure 4, n'est qu'une repétition de la moitié DBE de la figure 5, ce qui fait de la Clef une espece de croix, telle qu'on la voit à la figure 3.

D'ou il suit qu'on peut établir une Voute d'arête sur une base rectiligne en Polygone d'un nombre de côtez quelconque, sans que le Trait & la construction en devienne plus difficile, mais seulement plus composé.

On observera seulement que si l'on tient les clefs de niveau, & que le cintre primitif soit circulaire, pris sur une des Diagonales, plus il y aura de côtez, plus les cintres des formerêts seront surhaussez, parce que leur diametre horisontal se racourcit pendant que le demi diametre vertical est permanent.

Et au contraire, si le cintre primitif étoit pris sur un des côtez, & en plein cintre, plus le nombre des côtez augmenteroit, plus la Voute s'abaisseroit, & si leur nombre étoit infini, elle deviendroit enfin plane.

L'exemple que nous avons donné pour la moitié de la figure 5 & 13, à la figure 4, montre le Trait des Voutes d'arêtes sur des Polygones en nombre de côté Pair. Il suffira d'en ajouter un pour les impairs, ou il y a un peu plus de difficulté, ou plûtôt de varieté.

Des Voutes d'Arêtes sur des Polygones impairs.

Dans les Voutes en *Arc de Cloitre*, nous avons toujours établi la clef à l'intersection des Diagonales, qui divisent chacun des angles du Polygone en deux également, parce qu'il convient de prendre pour rayon, ou pour un des axes du cintre primitif, celui d'un cercle inscrit dans le Polygone donné, lequel est perpendiculaire à chacun des côtez (par la quatriéme du 4e. Livre d'Euclide), & par conséquent l'Arc Droit commun à tous les demi-berceaux, qui composent l'Arc de Cloitre ; ce qui rend la doële autant réguliere qu'il est possible, car

si

si le milieu de la clef est plus près d'un côté que de l'autre, comme on peut le faire si l'on veut, il y aura autant de differens arcs Droits, qu'il y aura de demi-Berceaux, lesquels seront les uns en plein cintre, les autres surmontez ou surbaissez suivant l'inégalité de ces distances variables, qui seront un des axes des cintres, celui de hauteur restant permanent & commun à tous.

On ne doit pas opérer de même pour les Voutes d'arêtes, parce que ces rayons perpendiculaires ne tombans pas sur les milieux des côtez du triangle isoscele ou scalene, les cintres des Formerêts élevez sur ces côtez deviennent *Corrompus* (en terme d'Architecture,) c'est-à-dire, composez de deux arcs de Courbes inégales, sçavoir d'un quart de cercle AR, & d'un quart d'Ellipse RB, dont le rayon *g*A est égal à S*g*, comme le P. Deran fait ceux de la Voute d'arête, établie sur un triangle rectangle isoscele; tels sont les arcs AR*n*B & A*r* ND de la figure 17, ou bien de deux quarts d'Ellipses differentes, ce qui est aussi désagréable à la vûë. Or il est clair que l'on doit avoir dans ce genre de Voute plus d'attention à la régularité de ces cintres, qui en fait la beauté, qu'à la position de la clef dans l'interfection des Diagonales, qui partagent les angles en deux également ; d'où il suit que le Trait de cet Auteur doit être rejetté, parce qu'il fait des irrégularitez difformes sans aucune nécessité, & que l'on peut parfaitement bien éviter. Pl. 71. Fig. 17.

Il faut donc chercher la projection de la clef de la Voute d'arête sur un triangle, par la 5e. Propósition du même Livre d'Euclide cité, qui est à la suite de la précédente ; c'est-à-dire, qu'il faut circonscrire un cercle au Polygone donné, afin que toutes les Diagonales qui sont les projections des arêtes de la Voute deviennent égales entr'elles, & que les directions des clefs de chacun des Berceaux tombent perpendiculairement sur les milieux des côtez du Polygone, pour les diviser également, & non pas inégalement comme a fait le P. Deran dans le Trait cité, (quatriéme Partie, Chap. IV.) mais cette construction a un autre inconvenient, qu'on ne peut éviter qu'en changeant la direction Droite des Berceaux obliques, comme nous le dirons ci-après.

Soit, pour exemple, le triangle ABD, qu'on veut couvrir d'une Voute d'arête ; ayant divisé en deux également deux de ses côtez, comme AB en C, & AD en E, on leur tirera par ces points des perpendiculaires indéfinies EX, CX qui se croiseront en X, où sera le milieu de la clef, duquel on menera aux angles A, B, D, les Diagonales AX, BX, DX qui seront égales entr'elles, & par le même point X on tirera sur le troisiéme côté DB la perpendiculaire X*e*. Fig 16.

On voit que ce milieu de clef X eſt bien different de celui que donne le Trait de la Voute en Arc de cloitre, provenant de la diviſion des angles en deux également par des Diagonales, qui ſe croiſent en *m*.

Il ſuit de cette conſtruction, 1°. que le point X s'aprochera d'autant plus du point *m*, que les côtez du triangle aprocheront del'égalité entr'eux; de ſorte que ces points *x*, *m* ſe confondront en un ſeul, lorſque les trois côtez ſeront parfaitement égaux.

2°. Que ce point X, s'aprochera d'autant plus d'un des côtez, que l'angle qui lui eſt opoſé aproche du Droit, de ſorte que ſi cet angle eſt Droit, le milieu de la clef, ſuivant cette conſtruction, tombera ſur le milieu de l'hypotenuſe, parce que la profondeur du Berceau, dont elle eſt le diametre s'évanouit, & ſe réduit à la ſeule ligne du cintre commun aux deux autres; ainſi au lieu de trois Berceaux, il n'en faut plus que deux pour couvrir cet eſpace triangulaire, ce qui paroît très ſingulier, mais qui eſt ſenſible en ne conſiderant que la moitié DBE des figures 4 & 5, de la Planche 70

Ce cas eſt le dernier où cette conſtruction puiſſe ſervir; car ſi le triange avoit un angle obtus, il eſt évident que le point X tombant aux dehors de la figure, le plan ou mur du formerêt du grand côté couperoit les deux Berceaux réünis au dedans du concours des Clefs; ce qui formeroit une courbe compoſée de deux arcs, dont l'interſection ſeroit arquée en *contrébas*, & feroit un angle curviligne d'arête, qui ne pourroit ſe ſoutenir.

Il faut donc conclure de toutes ces obſervations, qu'il ne convient pas toujours de mettre le ſommet de la clef dans l'interſection des Diagonales en *m*, ni dans l'interſection des perpendiculaires ſur les milieux des côtez en X; mais qu'on peut placer à volonté le milieu de la clef, par exemple en S, ſans autre inconvenient, que celui du changement des directions Droites XE, XC en obliques SE, SC, ce qui ne cauſe aucune difformité à la Voute.

Cela ſupoſé, pour former le Trait de la Voute d'arête ſur le triangle ſcalene ABD, on choiſira tel côté que l'on voudra pour diametre du cintre primitif, par exemple AB, ſur lequel on tracera un demi cercle AHB, ou une demi-Ellipſe ſurhauſſée ou ſurbaiſſée, comme on le jugera à propos, puis l'ayant diviſé en ces Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaiſſera à l'ordinaire des perpendiculaires ſur ce diametre, qui le couperont aux points P *p*, Q *q*.

On placera enſuite à volonté le milieu de la clef en S hors des régles, ou en *m* ſuivant la régle des Arcs de cloitre, ou en X ſuivant celle des Voutes d'arétes, tout comme on le jugera à propos.

De ce ſommet S, on tirera des lignes aux milieux C, E, *e*, des trois côtez, & aux trois angles ADB, enſuite par les points P & *p*, on tirera les paralleles PN, *pn*, à la ligne DB, qui couperont le côté AD, aux points N & *n*.

De même par les points Q & *q*, on tirera des paralleles au côté AD, qui couperont DB aux points O & *o*.

Par les points N & *n*, on menera les lignes N*f*, *ng*, paralleles à la direction ES, & P*f*, *pg*, paralleles à la direction CS, qui ſe rencontreront ſur la fauſſe Diagonale AS en *f* & *g*; on tirera de même O*i*, *ok* paralleles à la direction S*e*, qui couperont la fauſſe Diagonale SB en *i* & *k*; ainſi de même pour les demi-côtez reſtans DE, D*e*, CB, & l'on aura toutes les projections des diviſions des Vouſſoirs, tant ſur les diametres des Formerêt, que ſur les vrayes ou fauſſes Diagonales, par le moyen deſquelles projections & des hauteurs des retombées du cintre primitif AHB, on fera les cintres des formerêts A*h*D, B*h'*D, & même ceux des arêtes SA, SB, SD, ſi l'on veut; ce qui eſt trop facile pour s'y arrêter.

On voit à la figure 17, ou le triangle donné eſt rectangle iſoſcele, la convenance de notre conſtruction, parce que 1o. ſi l'on fait les directions CX, *m*X des Berceaux, qui ont pour diametre les côtez AB & AD, qui comprennent l'angle Droit, perpendiculaires à ces côtez, la poſition de la clef tombe en X ſur le côté BD, & fait évanouir le troiſiéme Berceau, qui étoit ci-devant exprimé par la projection DSB.

2°, Si l'on met le ſommet de la clef en S, ſur le point d'interſection des Diagonales AS, BS, DS, & que l'on veuille (comme le P. Deran) faire les deux Berceaux ASB, ASD, de direction Droite ſur AB & AD, il réſulte qu'on ne peut les faire ni elliptiques, ni circulaires, mais d'un contour irrégulier, comme ſont les Courbes ARB, A*r*D, parce que les ſommets R & *r* tombent aplomb des points *g* & G, produits par les perpendiculaires tirées du point S; donc il faut changer ces directions Droites S*g* & SG en obliques SC & S*m*, pour avoir un milieu *h* au ſommet d'un demi cercle, ou de la demi-Ellipſe, priſe pour cintre primitif.

Il faut encore remarquer qu'on pourroit prendre ſi l'on vouloit, une direction oblique comme SC, & une Droite comme SG, en fai-

ſant le cintre AKD corrompu ; ce que nous obſerverons en paſſant ſans en conſeiller la pratique.

L'Aplication du Trait de ces Voutes eſt viſiblement la même, que celle des berceaux d'égale hauteur, qui ſe rencontrent perpendiculairement ou obliquement, dont ces cas ne ſont que des Corollaires.

Des Voutes d'Arêtes incompletes.

J'apelle ainſi celles dont les arêtes ne ſont qu'un quart de cintre, telles ſont par exemple celles de la plûpart des chevets de nos anciennes Egliſes, qui ſont à *Pans Coupez*, dont la clef eſt ſur le milieu du cintre, qui rachete la Voute de la nef; il eſt viſible qu'une telle Voute eſt la moitié d'une Exagone de même eſpece, dont on a retranché l'autre moitié ſuivant un de ſes diametres, ainſi il n'eſt pas néceſſaire d'en parler en particulier, après ce qui a été dit en general.

Il faut ſeulement obſerver que de telles Voutes demandent à être bien apuyées à la clef pour ſubſiſter, parce que les arêtes pouſſeroient au vuide au delà de l'arc doubleau, s'il n'y avoit pas une Voute au-devant.

Des Berceaux Croiſez, qui rachetent des Plat-fonds.

Le Pere Deran dans le Chap. XIX. de ſa quatriéme partie, annonce le Trait d'une *Voute d'Arête ſur un quarré, ayant un Plat-fond quarré au milieu*, il n'eſt pas difficile de montrer, qu'il propoſe une choſe impoſſible, s'il prétend racorder la Voute avec le plat-fond ; car puiſque les directions des côtez du quarré du plat-fond ſont perpendiculaires aux axes des Berceaux, qui ſe croiſent pour former la Voute d'arête, elles ne peuvent être que les cordes ou les tangentes des ſections tranſverſales de ces Cylindres, leſquelles ſont eſſentiellement des lignes courbes circulaires ou elliptiques, par conſéquent les côtez du quarré ne peuvent ſe racorder avec le milieu de la croiſée de la Voute, que par le moyen de la ſaillie du quadre, qu'il y demande pour *la beauté de l'ouvrage ;* il auroit dû dire pour en cacher un peu le défaut & la diſcordance, parce que les angles de ce quadre ſeront plus bas que la clef, de toute la hauteur de la flêche de l'arc, que ce côté de quarré comprend, auquel la bordure ſe termine par une ſaillie inégale, depuis ſon milieu à ſes angles, laquelle ſera d'autant plus difforme que le plat-fond ſera grand.

Il n'en eſt pas de même pour les Voutes en arc de cloitre, on

peut fort bien y pratiquer au milieu un plat-fond, si grand que l'on voudra, en voici la raison.

Les joins de lit de chaque assise des Voutes d'arête, sont des lignes droites horisontales paralleles aux impostes de chaque Berceau; par conséquent on peut pratiquer au milieu de cette espece de Voute une surface plane d'autant de côtez que le nombre des impostes; quarré sur une Voute de deux Berceaux, qui se croisent en angle Droit, exagone sur trois; ainsi du reste.

J'ai dit qu'on pouvoit faire ce plat-fond si grand que l'on veut, mais à condition qu'il servira d'étresillon, pour contenir les Voussoirs qui poussent au vuide entre les angles rentrans, car il n'y a que ceux des angles qui se contiennent mutuellement par le concours des deux diametres de leurs côtez.

De ces deux observations, il suit que le Trait du même Auteur, au Chap. XX. à la suite du précédent, est partie bon, partie mauvais, comme nous le dirons en parlant des Voutes à doubles arêtes.

Aplication du Trait sur le Bois.

POUR LA CHARPENTE, OU POUR LA MENUISERIE.

On ne peut pas toujours, ni par-tout faire des Voutes de Pierres ou de Briques; on a souvent des raisons de les faire en Charpente, ou du moins de revêtir de Lambris de Menuiserie, celles qui sont faites de Pierre, ou de Briques.

Les raisons que l'on peut avoir de faire des Voutes de Charpente sont.

1°. La rareté, ou la cherté de la pierre dans le lieu où l'on bâtit, lorsqu'il est auprès d'une forêt.

2°. La foiblesse des murs, sur lesquels on veut établir une Voute; dont la *Poussée* pourroit les renverser, si on la faisoit de pierre ou de briques.

3°. La crainte des secousses des tremblemens de terre, dans les Pays qui y sont fort sujets. Par cette raison toutes les Eglises de Lima, grande Ville Capitale du Perou, où j'ai été, sont faites de Charpente recouverte d'un Lattis de Cannes, & de Mortier; j'en ai vû plus de

soixante si bien faites, que je ne les jugeai pas telles du premier abord, étant ornées d'ordres d'Architecture, de pilastres, corniches, arcs doubleaux, &c. tout comme les Voutes de maçonnerie, comme je l'ai dit dans la rélation de mon voyage imprimé en 1716. à Paris, en Hollande, & en Angleterre, où il a été traduit dans la Langue du Pays.

On a aussi quelquefois raison de revêtir en Lambris de Menuiserie des Voutes, qui ne sont pas agréables à la vûë, & qu'on ne veut pas démolir, soit pour en changer le contour, comme du Gothtique au plein cintre, ou pour en cacher quelques imperfections, ou pour les rendre plus susceptibles des Ornemens de Sculpture, Dorure & Peinture.

Soit que l'on se propose de faire en bois une Voute en Arc de cloître, ou une Voute d'arête.

On fera l'épure comme pour les Voutes de pierres ; les cintres étant tracez pour les formerêts & arcs doubleaux, les ouvriers ne trouveront non plus de difficulté à les exécuter en bois, qu'à faire une demi-rouë de plusieurs jantes, parce que ces pieces sont directement tranversales.

Il n'en est pas tout à fait de même pour les cintres des Diagonales, creusez en angle rentrant pour les Arcs de cloître, ou débillardez en angle saillant, pour les *arêtes* des Voutes, qui en portent le nom, il y faut un peu plus de façon.

Soit (figure 4,) le parallelograme DBE*b*, le plan horisontal d'une Voute d'arête biaise, dont l'arc surbaissé DTE est le cintre d'arête, formé sur la plus grande Diagonale DE, pour axe horisontal, & la hauteur ST donnée égale à CH, du cintre primitif DH*b*.

On commencera par déterminer la longueur de la piece de bois, sur l'épaisseur de celle qu'on veut employer, considerant la flêche, & la profondeur de l'arc qu'on y peut creuser, & ajoutant à cette longueur, celle des Tenons nécessaires pour l'assemblage avec les pieces suivantes, & la sabliere, sur laquelle elle doit être posée.

Pl. 70. Fig. 4. Suposons qu'il s'agisse d'un cintre de Diagonale d'une Voute d'arête DTE, (figure 4,) on y inscrira une corde par exemple D 3^d, égale à la longueur du bois donnée, laquelle fera avec la Diagonale ED, prolongée vers *k*, l'angle obtus 3^d D *k*, qu'on prendra avec la fausse équerre pour couper en *gras* le bout inférieur de la piece de bois aux deux côtez du Tenon, qui doivent s'apuyer sur les bords de la mor-

toise de la *sabliere* * (qui est la piece de bois, où est la naissance de la Voute.)

* Ce mot vient du Latin *Subligare*, lier par-dessous.

On levera ensuite la cerche ou le panneau du segment d'Ellipse D 4^d 3^d, avec laquelle on tracera sur les côtez de la largeur le creux de la piece de bois qu'on coupera cylindriquement, comme si l'on vouloit en faire une simple portion de Berceau, comme l'on voit à la figure 14, la partie de *g* en G. Pl. 71. *Fig.* 14.

Sur le milieu de cette surface concave, on tracera avec un *Trusquin*, ou en trainant le compas ouvert de la moitié de l'épaisseur, ou seulement un *Echantillon*, la ligne du milieu D *b* 3, qui marquera l'arête que l'on doit former.

On tracera ensuite sur l'épure de la figure 4 *, une ligne *i g*, perpendiculaire à DE, sur laquelle on portera de part & d'autre la moitié de l'épaisseur du bois de D en *i*, & de D en *g*, par où on menera des paralleles à DE ou D *k*, qui rencontreront les côtez BD prolongé en *a*; & *b* D prolongé en *e*. * Pl. 70.

On portera les longueurs *i a*, sur un côté de la hauteur ou largeur du bois, & *g c* de l'autre, pour tracer par ces deux points des lignes courbes paralleles aux arêtes *i k* I (figure 14) & *g f* G, comme *c r n* & son oposée, que le dessein ne peut représenter, parce qu'elle est cachée par l'épaisseur du bois. Pl. 71.

Enfin par la ligne du milieu D*b* 3, & cette derniere *c r n*, on débillardera, c'est-à-dire, on abattra le bois en chanfrin, comme il est représenté en *b r n* 3, & de même de l'autre côté, ce qui formera l'arête qu'on voit en Perspective au bout *n* 3 *o*, laquelle sera celle d'une des croisées de la Voute d'arête qu'on veut faire.

L'autre arête de croisée se formera de même sur le cintre de même hauteur, qui a pour diametre la Diagonale *b*B, ou si l'on veut revenir à la figure 5, qui est la primitive, d'où cet exemple est tiré, ce sera le cintre ATB.

On operera de même pour chacune des pieces de bois, qui doivent s'assembler avec les autres, à peu près comme les jantes d'une rouë.

Si au lieu d'une Voute d'arête, il s'agit de faire un arc de cloître; il est visible qu'il faut operer en sens contraire de ce qu'on vient de faire, c'est-à-dire, creuser en angle rentrant le bois qui formoit un angle saillant.

Ainsi ; (figure 8,) ayant tiré comme ci-devant la perpendiculaire *ig*, fur la Diagonale D*e*, on menera par les points *i* & *g*, donnez pour l'épaiffeur du bois des paralleles *ik*, *go* à la Diagonale D*e*, qui couperont les côtez AD, & *a* D en *k* & *o*, & donneront des longueur *ik* & *go*, inégales fi la Voute eft biaife ou *Barlongue*, c'eft-à-dire, plus longue que large.

Si l'épaiffeur du bois eft peu confiderable par raport à la Diagonale, qui croife la premiere, on pourra fe fervir pour tracer les arêtes par *o* & par *k*, de l'arc du cintre fait fur D*e*, comme en DTE, de la figure 4, parce que la difference de ce cintre à ceux qu'on y doit faire paffer dans la rigueur, peut être negligée fans erreur fenfible.

Mais fi cette épaiffeur de bois & l'obliquité, ou l'inégalité des côtez de la Voute eft confiderable, alors il faut tracer des arcs d'Ellipfes particuliers, un pour l'arête paffant par *k*, l'autre pour celle qui paffe par O.

Il faut de plus obferver que s'il s'agit d'une piece de charpente, qui doive être couverte d'un latis & de plâtre, les deux côtez D*k* & D*o*, doivent être inégaux dans les Voutes biaifes & barlongues. mais s'il s'agit d'un revêtement de Menuiferie, ces côtez devenans les largeurs des bâtis, doivent être égaux entr'eux ; quoiqu'il en foit.

On tirera par les points *k* & *o* des paralleles à la Diagonale D*e*, par exemple, par *o* la ligne *of*, qui coupera *ae* en *f*, & la diagonale A*a* au point *x*, où on élevera fur A*a* une perpendiculaire *xy*, qui coupera le cintre *ab* A en *y*; la ligne *of* fera l'arc horifontal d'une Ellipfe, dont *xy* fera la hauteur verticale ; avec ces deux mefures on tracera une demi-Ellipfe, que fera le cintre de chacune des arêtes, quoique l'une comme *k* avance plus que l'autre *o*.

Les arcs de ce cintre étant tracez chacun fur une face de hauteur du bois, on le creufera de l'un à l'autre en portion de berceau biais ; fur laquelle ayant tracé l'arc du milieu, on y creufera le bois en angle rentrant *k*D*o*, fuivant la cerche du cintre formé fur la diagonale D*e*, comme DTE de la figure 4, & la piece fera achevée.

Des Voutes d'Arêtes Gothiques.

Fig. 20. On apelle Voutes *Gothiques*, ou felon le P. Deran, Voutes *Modernes*, & à *Augives*, celles dont les cintres perpendiculaires à leurs directions font

ſont compoſez de deux arcs de cercles, tracez de differens centres, faiſant un angle rentrant à la clef.

La mode de ces Voutes que nous tenions des Gots, ou plûtôt ſelon quelques Antiquaires des Maures, eſt tellement abolie qu'on n'en fait plus de cette eſpece dans les nouveaux Bâtimens ; mais comme dans les réparations des anciens Cloîtres, Egliſes, ou autres Edifices, il ſe préſente des occaſions d'en rétablir quelques parties, il eſt néceſſaire d'en connoître le Trait.

Il faut premierement, remarquer que les doëles des Voutes d'arêtes Gothiques, ſont très rarement des portions de ſurfaces de Cylindres, comme à nos Berceaux & Voutes d'Arêtes Antiques, qui ſont uſitées dans l'Architecture Moderne ; mais chaque Pandantif eſt une portion triangulaire d'une eſpece de Sphéroïde irrégulier, dont la ſurface ſe courbe depuis ſa naiſſance inſenſiblement, ſuivant la direction de la clef, à meſure qu'elle en aproche, de ſorte que chaque Pandantif eſt une ſurface à double courbure, dont nous devrions renvoyer le Trait au rang des ſurfaces irrégulieres, cependant nous lui donnerons place ici par pluſieurs raiſons.

Premierement, à cauſe de leur grande conformité avec les Voutes d'arêtes régulieres.

Secondement, parce que leurs Nervures en ſont le principal objet pour la coupe des pierres, en ce qu'il n'eſt preſque jamais queſtion d'Apareil pour les Pandantifs que ces nervures terminent, à cauſe que leur peu d'épaiſſeur rendroit la coupe preſque inſenſible dans chaque Vouſſoir ; c'eſt pourquoi on ſe contente ordinairement de les faire de petites pierres, ſans coupe, qu'on apelle *Pandans*, pour leſquelles le mortier mis un peu plus épais à l'extrados qu'à la doële, fait l'office de la coupe d'un Vouſſoir.

Les principales de ces nervures, ſont les *Arcs Doubleaux* AB, ED, Fig. 21. & les *Augives*, AD, EB ; les premieres les traverſent diametralement, & les ſecondes en diagonales qui ſe croiſent ; c'eſt pourquoi on dit ordinairement *Croiſée d'Augives.*

Les Courbes de ces cintres ſont arbitraires, cependant on *n'y employe jamais que des Arcs de Cercles.* Ceux des Arcs-doubleaux ſont toûjours tracez de differens centres, pris ordinairement aux impoſtes opoſées, alors ils ſont de ſoixante dégrez ; quelquefois le centre eſt en dedans, quelquefois en dehors ; on en voit même auſſi, (mais mal à

propos,) dont les centres font au deffus ou au deffous de la ligne des impoftes: le P. Deran le met au deffus.

Les Arcs des Augives, font quelquefois tracez auffi de deux centres, mais fouvent d'un feul qui fait un demi-cercle ; ce qu'on ne pratique jamais aux arcs doubleaux, dans l'Architecture Gothique.

Fig. 21. Soit le parallelograme rectangle ABDE, (figure 21,) le plan horifontal de la Voute d'arête Gothique, dont les diagonales AD, BE, font les projections des Augives; les côtez AB, DE, celles des arcs doubleaux, de même que AE, BD, fi la Voute étoit dans une croifée ouverte ; mais fi elle eft fermée de ces côtez, ces arcs doubleaux prennent le nom de *formerêts.*

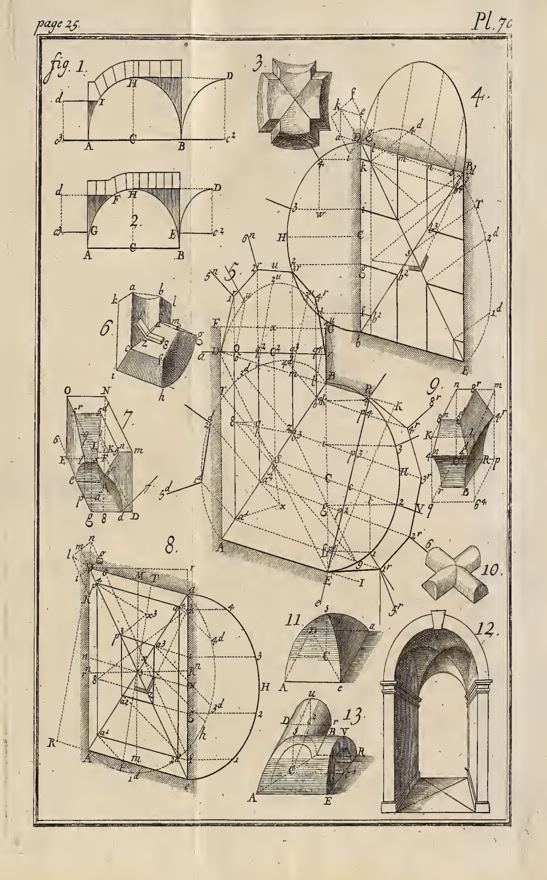
Entre ces principales nervures on en place fouvent d'autres, comme MG & MH, & leurs opofées MF, MI, qui font les projections des *Liernes* ; & les lignes BG & BH, & leurs lignes femblables qui font celles des *Tiercerons.*

Il s'agit préfentement de tracer les arcs de cercles, dont ces lignes font les projections horifontales, c'eft-à-dire, les *Plans*, fuivant le Langages des Apareilleurs.

Ayant divifé AB en deux également en *m*, on prendra à volonté, & à diftance égale de ce point les cintres C & *c*, pour ceux des arcs doubleaux AS, BS, felon qu'on voudra la Voute plus ou moins furmontée en S[1], où ils fe croifent. Le P. Deran prend ces centres au deffus de la ligne d'impofte AB, & dit *qu'on en ufe ainfi*, ce qui eft très mauvais, parce que une telle naiffance commence par un arc renverfé en talud.

Pour tracer enfuite les arcs d'Augives, on portera la projection BM en B *p* fur BA, où l'on élevera une perpendiculaire *p* m^2, qu'on peut faire égale à MB, fi l'on veut l'augive en plein cintre, ou plus haute, fi on la veut de deux arcs de moins de dégrez que le quart de cercle, comme on a fait aux arcs doubleaux.

Dans ces deux cas, le point m^2 fera plus haut que le point S, le point *p* fera le centre de l'arc B m^2 ; fi l'augive eft d'un feul arc en plein cintre; fi elle eft de deux, le centre fera plus près de A, mais toujours fur l'horifontale AB; la maniere de trouver ce nouveau centre, eft de tirer une corde du fommet donné au deffus de m^2 ; par exemple, *z* au point B, la divifer en deux également, & lui mener une perpendiculaire, qui coupera AB en un point, qui fera le centre qu'on cher-



che, comme nous allons le faire pour trouver les arcs des autres nervures.

Premierement, pour l'arc de *Lierne*, il faut considerer qu'il doit passer au sommet m^2, qui est le milieu de la croisée d'augive, dont la projection est le point M, & par le sommet S de l'arc doubleau, dont la projection sera si l'on veut le point L ou *m*. On menera par le point S une ligne OR, parallele à AB, qui coupera la verticale $p\,m_2$, au point O, d'où l'on prendra OR égale à ML, & par les points m^2 & R donnez, on tracera un arc, dont le centre est sur la verticale $m^2 p$, prolongée au point Q, qu'on trouvera en tirant une corde de m^2 en R, & faisant sur son milieu une perpendiculaire qui coupera cette verticale en Q, ce qui n'est pas exprimé dans la figure, pour éviter la confusion des lignes; l'arc m^2R tracé de ce centre Q, sera la moitié d'une lierne, dont la projection est ML ou M *m*, si ABDE est un quart; mais comme par cette disposition de figure des projections des nervures, cet arc ne descend pas jusqu'en L, finissant en G ou H, il faut porter la distance MH, sur le profil OR en O *g*, & mener *gh* verticale, qui coupera l'arc m^2 R en *h*; l'arc m^2 *h* sera celui que l'on cherche, dont MH étoit donné pour sa projection.

Secondement, pour avoir l'arc du *Tierceron* BH ou BG, on portera la longueur de la projection BG en B *k*, où l'on élevera la verticale *k*K indéfie, puis on tirera par le point trouvé *h* une horisontale *h i*, qui coupera cette verticale au point K, par lequel & par le point B, on tirera la corde KB, qu'on divisera en deux également en *n*, ou l'on fera une perpendiculaire à cette corde, qui coupera l'horisontale AB au point *y*, où sera le centre de l'arc KB du Tierceron, qu'on veut former sur la doële du Pandantif; ainsi on aura tous les arcs des nervures tracées en projection, suivant la figure comprise dans le quarré ABDE.

Il est aisé de tirer de cette pratique la maniere de trouver les arcs des nervures de tant de compartimens differens que l'on voudra en tracer au plan horisontal.

Par exemple, si l'on prolongeoit les Tiercerons AF, DI, &c. jusqu'aux augives en T & *t*, & qu'on tirât les lignes F *u*, I *u*, I V, HV, qui formeroient des compartimens de lozanges F *u* IT, HVI *t*, il est déja clair que la hauteur des points F, H, I, est donnée au Profil, que nous venons de faire au point *h*, & que les points T & *u* ou *t* & V, sont déterminez dans l'augive par la projection; ainsi si l'on porte la longueur D *t* sur AB en B, & qu'on éleve la verticale *t x*, elle rencontrera l'arc m^2 B, de l'augive au point *x*, qui sera plus bas que le point *h*.

Ensuite ayant tiré par x l'horisontal xq, & une verticale par le point h, qui la coupera vers x, on portera la longueur Ht de la projection en xq, (supposant x à l'intersection de la verticale & de l'horisontale,) & par les points donnez h, q, on tracera un arc, dont le centre doit être sur la verticale passant par h.

Si l'on avoit cherché l'arc, dont VH est la projection, on l'auroit trouvé de même; mais au lieu que le point h est ici le plus élevé, ç'auroit été le plus bas dans le profil.

On peut remarquer dans les anciennes Eglises & Cloîtres Gothiques, une varieté admirable de ces compartimens; ce que j'ai vû de plus beau & de mieux exécuté dans ce genre, est au Monastere de Bethlehem, auprès de Lisbonne en Portugal, tant à l'Eglise qu'au Cloître, où la plûpart des nervures sont de Marbre.

Il paroît dans nos anciennes Eglises beaucoup de bizarrerie dans ces compartimens; quelquefois les arcs-doubleaux sont suprimez entre les croisées d'augives, pour les traverser par des nervures, passant par les clefs des formerêts, parallelement aux augives; de sorte que leur projection horisontale donne une figure de reticules en quarré
Fig. 18. ou en lozanges, comme on voit à la fig. 18; ce qui fait que ces liernes poussent de part & d'autre au vuide contre le milieu des Reins des augives; quelquefois les nervures sont détachées de la Voute au milieu de la croisée, où la doële s'éleve au dessus en forme de cu-de-four irrégulier comme en M, duquel pendent du *Cu-de-Lampes*, des *Guimberge*s & autres ornemens de l'Architecture Gothiques, suspendus par des barres de fer, lesquels sont présentement universellement rejettez par les Architectes, comme étant dans des situations forcées & de peu de solidité.

Il est visible par ces constructions, que les directions des doëles à la clef étant courbes, les pandantifs ne sont pas des portions de Cylindres, puisqu'ils sont terminez par trois côtez courbes circulaires, sçavoir, par l'arc-doubleau, par celui de l'augive & par celui de la lierne, (s'il y en a une,) ou à sa place par l'angle courbe & rentrant, qui est au long de la clef; ainsi suposant, ce qui n'arrive presque jamais, qu'on fit les pandantifs en pierre de taille, il faudroit avoir recours à ce que nous avons dit des Voutes Sphériques, ou plûtôt des Sphéroïdes irrégulieres; car les pandantifs ne sont pas des triangles exactement Sphériques, quoiqu'ils puissent l'être.

Il est encore visible que si l'on fait d'autres nervures de plus, en

façon de rose, d'étoile, &c. que les parties des pandantifs compriſes entre les nervures circulaires, ſont des ſurfaces qui ne feroient pas d'une ſuite uniforme, ſi ces nervures étoient enlevées, parce que les ſections d'une ſurface irréguliere ne ſont pas des arcs de cercles étant coupées en tous ſens ; elles ſeroient au contraire ſouvent des Courbes à double courbure, dont l'exécution demanderoit une grande attention ; mais on aſſujettit le vuide des compartimens aux terminaiſons des nervures, & non pas les nervures à la ſurface de la doële.

UNE des principales difficultez des Voutes Gothiques, eſt celle des interſections & des naiſſances des nervures. A l'égard des interſections de celles qui ſe croiſent, il eſt viſible qu'elles doivent être d'un même profil de moulures égales, afin que les angles rentrans ſoient exactement dans le plan des diagonales de leurs projections

POUR trouver l'alongement, c'eſt-à-dire, la cerche ralongée de leur contour, il n'y a qu'à faire un angle BAD, égal à celui de la croiſée d'augives, dont le côté AB, repréſente par exemple la Lierne, & AD l'augive ; on tirera ſur AB la perpendiculaire BD, & autant de paralleles que l'on voudra avoir de points au contour de la moulure, qui coupera AD aux points *o*, *o*, *o*, D, par leſquels on menera des perpendiculaires ſur AD, qu'on fera égales aux petites lignes *a d*, *a d*, &c. comme *o x*, *o x*, &c. dont les extrêmitez détermineront les contours des moulures ralongées, dans l'angle rentrant de l'interſection de deux nervures. *Fig.* 22.

QUANT à la naiſſance des nervures au deſſus d'un pilier, ou d'un *Cu-de-Lampe*, laquelle eſt ſouvent même ſans impoſte ſur le nud d'un mur.

IL faut en faire la projection, comme l'on voit en N, au deſſous de la figure 22, où NF eſt celle du formerêt, NT du tierceron, NO de l'Augive, N*t* d'un autre tierceron, & N*d* d'un arc doubleau, où les principales nervures NF, N*o*, N*d*, couvrent une partie des intermédiaires NT, N*t*.

PRESENTEMENT, pour connoître à quelle hauteur elles ſe dégagent, il faut porter les retombées données de chacun des arcs de ces nervures ſur les lignes NO, NT, NF, prolongées, & y retracer de nouveau les mêmes profils de nervures ; ſupoſant par exemple, que la hauteur de la pierre donnée pour former une partie de la nervure, ſoit BN de la figure 21, ſa retombée ſera égale à *d*N, qui montre que la projection de la nervure doit être avancée de cet intervale, ainſi en refaiſant à cette diſtance les profils des moulures des nervures qui

s'écartent, on reconnoîtra ſi elles ſont toutes dégagées à cette hauteur, ou s'il reſte encore quelques parties des intermédiaires couvertes par les principales des Augives, & des formerêts & arcs doubleaux.

La même pratique ſervira à trouver les lits des nervures, dont les naiſſances ſont priſes ſur des points écartez, & qui ſe croiſent enſuite un peu au deſſus pour être continuées, chacune à leur deſtination; ce que l'on ne voit point à celles qui prennent leurs naiſſances ſur des piliers, mais aſſez ſouvent à celles qui naiſſent ſans apuy d'impoſte du nud d'un mur; comme ces ſortes d'ouvrages ne tombent en pratique, que dans les cas de réparations des anciens édifices, nous ne nous y arrêterons pas davantage.

Remarque ſur les Voutes Gothiques.

Si les doëles des Voutes Gothiques n'étoient pas en quelque façon briſées, & interrompuës au milieu ſous la clef, par un angle rentrant qui eſt déſagréable à la vûë, elles ſeroient ſans doute préferables à nos nouvelles Voutes, par pluſieurs raiſons.

La premiere, eſt que la grande inclinaiſon de leurs pandantifs, qui eſt encore conſiderable à leur ſommet vers la clef, permet qu'on les faſſe extrêmement minces & legeres, de-là ſuivent pluſieurs avantages.

1°. Qu'elles conſomment beaucoup moins de materiaux.

2°. Qu'elles ſont d'une plus facile & plus prompte exécution, parce que les materiaux étant plus petits ſont plus faciles à tranſporter, & à mettre en œuvre.

3°. De-là ſuit qu'elles coutent beaucoup moins en dépenſe de conſommation, & en journées d'ouvriers.

4°. Qu'il y a moins de ſujetion pour la taille des Vouſſoirs, où l'on n'eſt aſſervi à aucune coupe pour les lits; parce que leur épaiſſeur n'étant que d'environ 5 à 6 pouces, on n'y a pas d'égard à la coupe, à laquelle on peut ſupléer par un peu de mortier, plus épais à l'extrados qu'à la doële; de ſorte qu'on y employe des petites pierres taillées à l'équerre, qu'on apelle des *Pandans.*

La ſeconde raiſon qui leur donne un grand avantage ſur les nôtres, c'eſt qu'étant beaucoup plus legeres & inclinées, elles ſont beaucoup

moins d'effort pour renverser les murs, sur lesquels elles sont élevées, par conséquent elles épargnent une grande épaisseur, qu'il faut donner aux piédroits, qui soutiennent des Voutes en plein cintre, ce qui est une forte raison de diminution de dépense.

Il n'est donc pas étonnant que la mode de ces Voutes ait duré si long-tems, & qu'on en voye encore aujourd'hui un si grand nombre en Cloîtres, en Eglises, & autres Bâtimens publics, lesquels n'auroient peut être pas été bâtis, si l'objet de la dépense avoit été aussi grand qu'il est aujourd'hui, suivant notre Architecture massive; il est vrai aussi, que celle-ci l'emporte sur la Gothique en beauté & en solidité.

On voit à la fig. 20 l'effet d'une Voute Gothique avec ces nervures.

Des Voutes Persiennes.

Quoique nous regardions comme une difformité l'angle rentrant, qui se fait à la doële des Voutes Gothiques sous la clef, les *PERSES* n'en jugent pas de même, ils y font un angle encore plus marqué, en ce qu'il est précédé de deux petites portions d'arcs convexes, comme on voit en *d* & *e*, à la figure 19; nous voyons dans les Estampes *Fig.* 19. du voyage de Chardin, que les cintres généralement de toutes leurs Voutes, même jusques aux Arcades des fenêtres & Boutiques, sont contournées à peu près dans le goût du profil des *Combles à l'Imperiale*, ou plûtôt comme les pointes des anciens Ecussons renversez composez de deux parties concaves *a d*, *b e*, & de deux convexes en *d* & *e*, qui se joignent en S.

Une figure si extraordinaire pour une Voute, nous prouve bien que la beauté n'est ordinairement qu'un préjugé de l'éducation, & de l'habitude que l'on a de voir les choses aprouvées, par la mode du Pays que l'on habite.

Il est cependant vrai, à juger des choses sans prévention, que de toutes les courbes des cintres usitez pour les Voutes, celle dont nous parlons est la moins propre à leur solidité, par conséquent qu'elle doit être intrinséquement difforme, en ce qu'elle n'est point conforme aux moyens d'en assûrer la durée.

La raison en est bien plausible, en ce que les parties convexes auprès de la clef, pousseroient infailliblement au vuide, si les Voussoirs étoient taillez suivant la coupe qui est naturelle à cette figure, laquelle coupe seroit divergente du dehors au dedans, au lieu qu'elle doit être convergente; de sorte qu'il n'y a pas lieu de douter qu'elle n'y soit pratiquée intérieurement en sens contraire.

D'ou il suit, que les parties convexes doivent être composées de

Voussoirs, dont les queuës soient plus longues que les autres, qui sont concaves, ce qui augmente considerablement la charge de la Voute, à l'endroit où elle cause une plus grande *Poussée.*

En second lieu que les arêtes des Voussoirs contigus, sont de forces inégales, l'une en angle obtus, l'autre en angle aigu; il y a aparence que de telles Voutes ne s'exécutent gueres en Pierres de taille.

Toutes ces conséquences font voir qu'il est étonnant qu'une Nation aussi spirituelle que les Perses, qui passent pour avoir du goût dans les ouvrages d'ornemens, ayent adopté un contour de cintre qui nous
Fig. 19. paroît ridicule; je ne m'arrêterai pas à en chercher le Trait, parce que je ne crois pas que nous adoptions jamais un tel goût en France: je dirai seulement en passant, qu'il me paroît autant que j'en puis juger par les Estampes de Chardin, que chaque côté du cintre est composé de trois arcs de cercles, sçavoir, celui de la naissance, qui monte environ à 30 ou 45 dégrez, dont le centre est pris sur le rayon oposé, par exemple, pour l'arc *af* ou *ab* entre *m* & *b* en 1; ensuite sur le rayon 1*f*, ils prennent un second centre vers le milieu en 2, pour former l'arc *bg*, & enfin sur le rayon *g*2, prolongé en dehors, un autre centre en 3, pour tracer l'arc *g*S. Et comme ces centres peuvent être pris plus près ou plus loin de M & de *b*, il en résulte des cintres surhaussez ou surbaissez; comme il n'y a pas d'aparence que ce Livre passe en Perse, je ne crains pas d'être repris sur cette conjecture.

On pourroit trouver quelques autres Courbes Géometriques ou Mechaniques, qui donneroient de tels contours sans le secours des Arcs de cercles, telle seroit la *Compagne de la Roullete* de Mr. de Roberval, repetée & tournée en sens contraire, qu'on pourroit faire croiser pour diminuer les parties convexes de doële autant que l'on voudroit; mais en voilà assez sur une observation de simple curiosité, qui ne doit pas être mise en pratique.

Des Voutes à doubles Arêtes.

On apelle Voutes à *Doubles Arêtes,* celles dont les angles saillans sont émoussez par des Pans cylindriques angulaires, dont la pointe est sur l'imposte à la naissance de la Voute.

Pl. 72.
Fig. 27. Ainsi suposant une Voute d'Arête formée par la rencontre de deux
& 29. berceaux

berceau, qui se croisent à angle droit, recoupée à ses angles saillans par deux Berceaux, qui croisent les précédens à angle de 45 dégrez, on aura une Voute à doubles arêtes, qui sera un composé de huit portions de surfaces cylindriques en pandantif, terminées au sommet par une surface plane qui forme un plat-fond. Fig. 27. & 29.

La raison de cette terminaison à leur sommet, vient de ce que les quatre demis berceaux, qui se croisent suivant les Diagonales des quatre premiers berceaux, se coupent mutuellement parallelement à leurs axes, par le Theor. 16, du premier Liv. par conséquent suivant quatre lignes droites horisontales, qui peuvent être les quatre côtez d'une surface plane quarrée, si la Voute est établie sur des directions perpendiculaires, des premiers Berceaux égaux en diametres, ou en Rhumbe, si les directions sont obliques, ou les diametres inégaux.

Le P. Deran au lieu d'un plat-fond en parallelograme, en propose un en Octogone, mais il est clair, parce que nous avons dit ci-devant de son erreur à l'égard des plat-fonds quarrez sur les Voutes d'arêtes simples, que la figure d'un Octogone ne peut se racorder avec la surface des Voutes à doubles arêtes, en ce que des huit côtez du plat-fond, il n'y en peut avoir que quatre, qui soient établis sur des lignes droites communes à la doële de la Voute, sçavoir, les pans *ft*, *ux*, *op*, *qr*, qui sont paralleles à la direction des Cylindres, dont les pans AGF, BGI, DIK, EKF, sont des parties; les quatre autres côtez de l'Octogone *tu*, *xo*, *pq* & *rs*, coupant obliquement ces mêmes portions de Cylindre, ne peuvent être qu'au dessous de leur surface dans des plans verticaux, dont les sections sont des Ellipses, qui ont pour cordes ces mêmes côtez, supposant, les quatre premiers côtez à la surface de chacune de ces portions de Cylindre. Fig 28.

Ainsi le racordement d'un plat-fond octogone ne peut se faire, que par le moyen d'une bordure saillante au dessous de la doële dans les côtez, qui la coupent obliquement, ou pour mieux dire, il ne peut point être racordé avec la Voute.

Voute à doubles Arêtes rachetant un Plat-Fond Quarré, ou en Lozange.

Soit ABDE, le plan horisontal de la Voute d'arête, dont les quatre naissances sont aux angles A, B, D, E; ayant tiré les diagonales d'un de ces angles à l'autre & les lignes du milieu *c*N, CL, qui s'entrecouperont aussi bien que les Diagonales au milieu M, on déterminera la demie largeur ou longueur du plat-fond sur une de ces lignes MG ou Fig. 28.

MF; & par ces points G & F, on tirera des paralleles aux diagonales MA, ME, qui donneront les points K & I, à leur interfection avec les lignes de milieu CL, *c* N, & par conféquent tout le Rhumbe FGIK, du plat-fond.

Par les mêmes points F, G, I, K, on tirera aux angles des naiffances les lignes GA, FA; FE, KE; KD, DI, &c. qui feront les projections horifontales des arêtes de la Voute, dont il faut tracer les cintres; fupofant, qu'on fe détermine à faire fur AB, le cintre primitif en demi-cercle AHB, on le divifera à l'ordinaire en fes Vouffoirs 1, 2, 3, 4, 5, 6, d'où l'on abaiffera des aplombs fur AB, qu'on prolongera jufqu'à ce qu'ils rencontrent la premiere arête AG aux points q^1, q^2, q^3, par lefquels on menera des paralleles à la diagonale EM, qui rencontreront l'arête fuivante AF aux points r^1, r^2, r^3, par ceux-ci on menera des paralleles au côté AB, prolongées indéfiniment aude-là de AE, qu'elles couperont aux points f^1, f^2, f^3.

Sur ces indéfinies on portera aude-là de AE, les hauteurs correfpondantes des retombées du cintre primitif, comme p 1 en f_1 1^f, p^2 en f 2 2^f, p 3 en f^3 3^f, & par les points 1^f, 2^f, 3^f, &c. on tracera l'arc Elliptique A *b* E, qui fera le cintre du petit côté.

Il faut préfentement chercher les cintres des Arêtes, dont AG & AF, font les projections; on portera la longueur AG fur AB en A*g*, & AF en AR fur AE, de même que toutes leurs divifions A *q* & A *r*, en AQ & AR, defquelles on élevera des perpendiculaires, qu'on fera égales aux correfpondantes du cintre primitif *p*1, *p*2, & l'on aura pour le cintre de l'arête AG, l'arc elliptique A *x* X, & pour l'arêté AF, l'arc A *y* Y.

La projection horifontale des joins de lit, & les cintres des côtez, & des arêtes de la Voute étant donnez, les Vouffoirs fe feront dans chacune de fes parties de la même maniere qu'aux Voutes d'arêtes fimples, dont nous avons parlé fans aucune difference, ce qu'il eft inutile d'expliquer plus au long.

Pour donner une idée de la figure de cette Voute, nous en avons deffiné une moitié en Perfpective à la figure 27, où nous avons marqué les angles des mêmes lettres qu'au plan horifontal, & aux élévations de la fig. 28.

Voute à doubles Arêtes rachetant un Plat-Fond Circulaire, ou un Cu de-Four.

Il semble par les Déscriptions que l'on nous fait de la Voute de la fameuse Eglise de S. Paul de Londres, qu'elle est de l'espece dont il s'agit ici, quoique exécutée en Charpente, telle que nous en avons dessiné une moitié à la figure 29; quoiqu'il en soit, il est certain que si elle n'est pas tout-à-fait semblable à celle dont nous allons donner le Trait, elle a pû l'être sans inconvenient de solidité, ni de difformité; & de plus être bâtie en pierre de taille jusqu'au plat-fond. *Fig.* 29.

Soit ABDE (figure 30) le plan horisontal d'une travée ou partie de la nef, comprise entre deux pilastres, laquelle est effectivement dans la proportion de celles de St. Paul, suivant le plan que j'en ai. *Fig.* 30.

Soit aussi le cercle FGIK, de grandeur prise à volonté pour le plat-fond du milieu. On tirera comme à la Voute à doubles arêtes, les projections AG, AF, EF, EK, DK, DI, &c. & le plan horisontal sera tracé.

Presentement, il faut considerer qu'on peut faire cette Voute de deux manieres, l'une qu'on pourroit nommer à *triples Arêtes*, qui seroit composée de surfaces régulieres, l'autre dont les pandantifs du milieu seront des portions de Sphéroïdes irréguliers.

Pour la premiere, ayant tiré la corde FG, on fera premierement le pandantif AFG, de la même maniere qu'à la Voute précédente de la figure 28, où il est une portion de Berceau régulier cylindrique.

Ensuite on y ajoutera la lunette, dont F*m*G est le cintre; ainsi ayant divisé la corde AG en M, & ayant formé le cintre du milieu de ce pandantif sur AM, comme on a formé ceux des arêtes AG & AF. On mettra ce cintre à part, comme *a* TM°; puis ayant tiré la droite *m*ᵗ M°, parallele à *a m*ᵃ, & égale à *m*M du plan horisontal, on menera (par le Prob. 3, du deuxiéme Livre, la tangente T *m*ᵗ, qui sera l'ébrasement supérieur de la lunette au milieu, & suivant ce profil, on achevera son Trait de la maniere qu'il a été dit ci-devant pour celui des lunettes Droites ou biaises, la seule difference qu'il y a ici ne consistant, que dans la position, parce que dans le Trait cité, c'est un Berceau horisontal qui en pénétre un autre de même situation; ici c'est un vertical, qui en pénetre un horisontal; ainsi prenant la ligne *m*ᵃ M°, pour une horisontale, on retombera dans le même cas.

La feconde maniere, qui fait le pandantif d'une furface irréguliere, devroit être renvoyée au Chapitre où nous traitons de la rencontre de ces furfaces, fi les côtez des arêtes n'étoient pas donnez; mais puifqu'ils le font, la rencontre des furfaces eft connuë & réguliere.

Premierement, ce pandantif pourroit être une portion triangulaire d'une Sphère réguliere, fi les cintres des arêtes n'étoient pas déterminez en portion d'Ellipfes, par la fuite néceffaire du cintre primitif AHB, & par la hauteur égale auffi donnée au cintre du Formerêt AbE; car faifant un arc de cercle fur chacun des rayons donnez AG & AF des Courbes des cintres des arêtes, on auroit un tirangle Sphérique, dont le troifiéme côtéferoit F m G; mais il arriveroit que les cintres de l'arc doubleau AB & du formerêt AE, ne feroient pas d'une feule Courbe en demi-Ellipfe; mais un compofez de deux arcs, qui feroient un angle à la clef comme les Voutes Gothiques; parce que les plans verticaux paffans par les arrêtes AG & AF, ne font pas tangens au cercle FGIK en G & en F, puifqu'ils ne font pas perpendiculaires aux rayons du plat-fond, par conféquent la fection de la Sphère par AF ne fera pas un arc de 90 dégrez, non plus que AG, qui fera d'un nombre de dégrez plus grand que AF, parce que l'angle AGK aproche plus du droit que AFI.

Il ne refte donc de moyen de racorder toutes ces portions de berceaux avec le plat-fond, que de former le pandantif du milieu en furface Sphéroïde irréguliere.

Ayant trouvé les projections des divifions des joins de lit aux arêtes, comme dans la Voute précédente (fig. 28.) aux points q & r, on prendra les diftances du centre C' du plat-fond aux points q, & q^2 de l'arête AG la plus éloignée, & portant les pointes du Compas ouvert de cet intervale fucceffivement aux points q & r, de ces deux points pour centres, on fera des fections en z, ou feront les centres des arcs $q\ n\ r$, &c. qui feront les projections des joins de lit du pandantif du milieu, & qui ferviront à tracer autant d'arcs que l'on voudra entre les deux arêtes AG, AF: nous n'en donnerons qu'un vers le milieu, pour exemple, en z, dont l'arc eft $q^2\ n2\ r$.

Du point A au point m, pris à volonté fur l'arc FmG, on menera une ligne qui coupera les arcs tranfverfaux $q\,r$, $q\,r$, aux points n, n; on portera enfuite fur AB les longueurs A n^2, A, n^3, Am, en AN², AN², AN³, AQ pour élever fur ces points N² N³ Q, des perpendi culaires égales aux correfpondantes du ceintre primitif $p2\ p3$, CH, puis par les points 1, 2, 3, on menera des horifontales qui couperont ces perpendiculaires aux points $x_1\ x^2\ x^3$ V, par lefquels on tirera

la Courbe du ceintre, dont A *m* eſt la projection, ainſi des autres lignes de ſections qu'on pourroit tirer par d'autres points, par exemple A *d*.

Les projections des joins de lit, & les profils des aplombs étant donnez, cette Voute ſe tracera ſur la pierre, comme les Voutes d'arêtes ſimples, ayant ſeulement égard aux differences des angles, qui ſeront mixtes lorſque les Vouſſoirs ſeront achevez; mais qu'on peut ébaucher en prenant les cordes des arcs, comme s'ils étoient rectilignes; la conformité de cette Voute avec la précédente nous diſpenſe d'entrer dans un plus grand détail, qui ne ſeroit qu'une répetition de ce qui vient d'être dit, obſervant ſeulement qu'à celle-là, la doële étant cylindrique, peut ſe faire à la régle, & celle-ci étant à double Courbure ne peut ſe creuſer qu'avec pluſieurs cerches, comme toutes les ſurfeces concaves irrégulieres, ſuivant ce que nous avons dit au commencement du quatriéme Livre.

De la Terminaiſon d'un Berceau, qui en pénetre un autre d'inégale hauteur.

En termes de l'Art,

Lunette Droite ou biaiſe de niveau dans un Berceau de Niveau.

On apelle *Lunette* la rencontre de deux berceaux, dont l'arête d'enfourchement fait un contour, qui enferme un eſpace ſemblable à celui du croiſſant, de la Lune * d'où elle tire ſon nom; ce qui n'arrive que lorſqu'un des Berceaux eſt moins élevé que l'autre, parce que lorſqu'ils ſont tous deux de même hauteur depuis l'impoſte, cette rencontre fait deux courbes planes, qui ſe croiſent en angle ſaillant, au lieu que la Lunette fait une Courbe à double Courbure continuë, ſans interruption d'aucun angle; cependant on aplique quelquefois ce nom aux parties des voutes d'arêtes, mais improprement. *Pl.* 73. *Fig.* 28₂.

Soit (fig. 30₂) le parallelograme ABDE le plan horiſontal d'un Berceau A *m*B, & FGIK, celui d'un autre Berceau de moindre hauteur, qui le pénetre obliquement, ou ſi l'on veut perpendiculairement comme *i f g k* de l'autre côté, ce qui fait une Lunette *Biaiſe* ou *Droite*; nous nous attacherons au Trait de la biaiſe, parce qu'il comprend celui de la Droite. *Fig.* 30. 2

On menera par un point K, pris à volonté ſur un côté KG, une perpendiculaire à ce côté, laquelle rencontre l'opoſé FI prolongé en L.

Sur KL, comme diametre ; on fera un demi-cercle KHL, qui ſera l'Arc-Droit de la Lunette, & le cintre primitif, qu'on diviſera en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on menera des paralleles à la direction des piédroits FI ou GK, prolongées indéfiniment de part & d'autre des diviſions, qui couperont le diametre de l'arc Droit LK, aux points p^1 p^2 p^3 p^4, & les projections des rencontres des joins du grand Berceau A*m*B, en des points que l'on va chercher.

Ayant fait B*h*, perpendiculaire ſur AB, on y portera les hauteurs des retombées du cintre KHL de la Lunette, ſçavoir $1p^1$ en Bf^1, $2p^2$ en Bf^2, & la hauteur du milieu CH en B*h*; par les points h f^2 f^1, on menera des paralleles à AB, qui couperont le cintre du grand Berceau A*m*B, aux points *s*, *y*, *x*, deſquels on abaiſſera des perpendiculaires, qui rencontreront les projections des diviſions du Berceau, qui fait Lunette aux point x^1, y^3, S, y^3, x^4, que l'on cherche ; on menera par ces points des lignes droites Fx^1, y^2 y^2 y^3, $x4$, $x4$ G, qui donneront les terminaiſons des doëles plates des deux Berceaux. Nous ne faiſons pas mention du milieu S, parce qu'il eſt hors de la doële plate de la clef.

Il faut préſentement chercher l'étenduë de ſes doëles plates, qui ſont reſerrées par la projection dans l'une & l'autre Voute ; ce qui ſe fait par le dévelopement.

Premièrement, pour former les panneaux de doële plate du petit Berceau, qui fait dans le grand cette échancrure, qu'on apelle *Lunette*,
Fig. 29². on menera à part une ligne $K^d L^d$ (fig. 29²) ou bien ſi la place le permet, on prolongera le diametre KL, de l'arc-droit indéfiniment vers L^d, ſur laquelle ligne prolongée, ayant pris un point K^d, à volonté, on portera de ſuite toutes le cordes des diviſions de l'arc-Droit L 1, 1·2, 2·3, 3·4, , 4 K en L^d, d^1 d^2 d^3, &c. par où on menera des perpendiculaires à la directrice L^d K^d, prolongées indéfiniment, ſur leſquelles on portera ſucceſſivement les diſtances horiſontales du diametre KL, aux lignes KI ou GF, priſes ſur les projections des joins de lit p^1 q^1, p^2 q^2, &c. pour avoir les points I^d, q^1 q^2 q^3, &c. de la fig. 29², ce qui donnera le biais des têtes du côté de l'entrée de la Lunette.

Pour avoir l'autre tête de chaque panneau à l'enfourchement, on prendra les longueurs ou diſtances horiſontales du diametre KL, aux points x^1, y^2, y^3, x^4, qu'on portera ſur les perpendiculaires à la di-

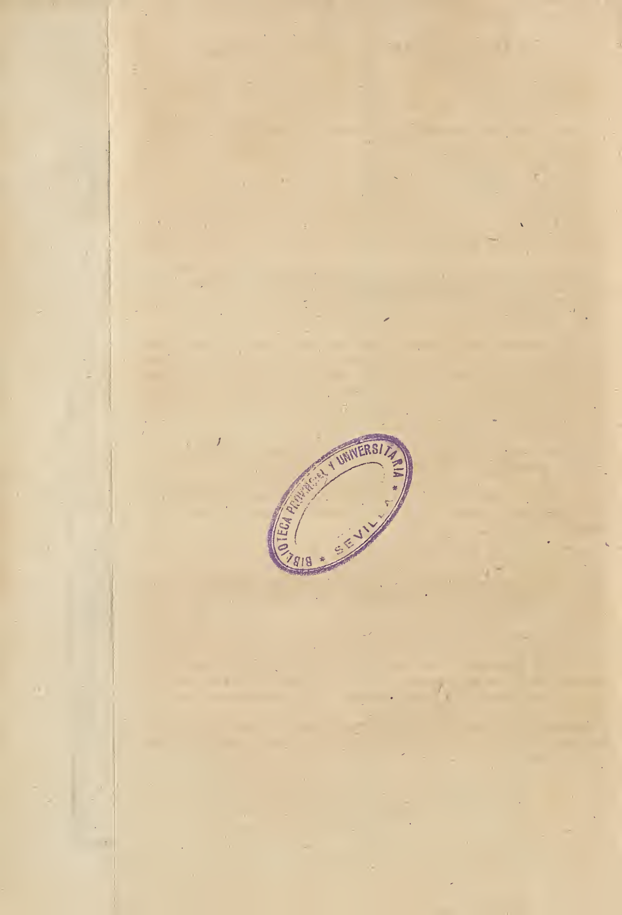
27.

28.

29.

31.

30.


BIBLIOTECA PROVINCIAL Y UNIVERSITARIA
SEVILLA

reƈtrice $L^d K^d$, pour avoir les points F^d, 1^d, 2^d, 3^d, 4^d, G^d, par lesquels on menera des lignes droites de l'un à l'autre, qui donneront le biais demandé à l'arête d'enfourchement.

Si au lieu de ces lignes droites, on en tire une courbe $G^d\, a\, 4^d\, b\, 3^d\, c$, &c. on aura le dévelopement de l'arête à double Courbure de l'enfourchement, qui eſt dans ce cas celui de l'Ellipſimbre, ſupoſant que les cordes priſes à l'arc-droit ſoient ſi petites & en ſi grand nombre, qu'elles ne different pas ſenſiblement de l'arc droit, laquelle Courbe de dévelopement pourroit ſervir à tracer cette arête, ſur la doële du petit Berceau creuſée en cylindre, ſi l'on faiſoit les panneaux ſur une matiere flexible, comme du carton, du fer-blanc, des lames de plomb, &c.

On a pû remarquer que dans ce dévelopement de la fig. 29^2, on a pris la partie du Berceau biais, compriſe dans l'épaiſſeur du mur FIKG, qu'on pouvoit omettre, parce que ne s'agiſſant ici que de la Lunette, il ſuffiſoit ſeulement de la partie FGSF.

L'exemple de cette Lunette biaiſe ſervira auſſi pour la Lunette Droite *fhg*, dont le Trait étant moins compoſé, ſera par conſéquent beaucoup plus facile, parce que le cercle *fhg* eſt non ſeulement le ceintre de l'arc-Droit, mais auſſi celui de la face de la Lunette ſur le parement du mur; ce qui n'eſt pas de même à la Lunette biaiſe, où ce ceintre eſt different de l'arc Droit LHK.

Il ſera facile de tracer ce ceintre elliptique par le Probleme VIII. du deuxiéme Livre.

Secondement, pour faire le dévelopement des panneaux de doële plate de la partie de la grande Voute, dans laquelle la Lunette fait une échancrure.

On menera par tous les points trouvez F, x, y, y^3, x^4, G, de la projeƈtion de la Lunette des perpendiculaires à la direƈtion BD, en dedans ou en dehors du Berceau, comme à la fig. 30^3, prolongées indéfiniment, auſquelles on menera à diſtance priſe à volonté une perpendiculaire $F^o\, G^o$, qui les coupera aux points $x^o y^o$, Y^o, X^o; cette ligne repréſentera la naiſſance de la Voute ABDE, dans la partie FG de ſon impoſte BD, ſi la Lunette prend ſa naiſſance ſur la même impoſte; mais ſi elle la prennoit plus haut comme en TV, il faudroit qu'elle fût au-deſſus de B, de la longueur de l'arc BT reƈtifié; ainſi en ce cas la ligne de l'impoſte du grand Berceau devroit être plus bas en $f^o\, g^o$.

Supoſant F^o, pour le point de la naiſſance, on portera la corde B x en $F^o\, x^d$, & enſuite la corde $x\,y$ du même profil, en $x^d\, y^d$, & par

les points $x^d y^x$, on menera des paralleles à $F^o G^o$, qui donneront par leurs interſections avec les lignes, provenant de la projection de la Lunette, tous les points du dévelopement qu'on veut faire ; la plus haute paſſant par y^d, donnera les deux points $y^2 y^3$, communs à la doële plate de la clef & des aſſiſes collaterales ; la plus baſe $x^d x^4$, donnera les points $x^1 x^4$, des lits de deſſus des premiers vouſſoirs, & de deſſous des ſeconds, par les interſections des lignes $x\ x^o$, & $x_4\ X^o$, comme le montre la figure 30^3.

Par le moyen de ce dévelopement, on a les angles des têtes des doëles plates du grand Berceau, qui aboutiſſent à celles de la Lunette, par exemple, $x^d x^1 F^o$, pour le premier qui doit ſe joindre à la tête $F_d\ 1^d$, du premier panneau de doële plate de la figure 29^2, ainſi des autres de ſuite, comme l'angle $y^d y^2 x^1$, pour la tête de la ſeconde doële plate du Berceau, qui doit ſe joindre à la tête du ſecond panneau de la Lunette $1^d 2^d$, de la fig. 29^2.

On remarquera que nous ne parlons ici que des têtes des doëles plates, qui ne ſont jamais que des lignes droites, parce que ſi l'on prenoit les dévelopemens de l'arête à double Courbure des deux doëles du Berceau, & de la Lunette, on ne pourroit faire joindre ces deux Courbes que dans l'envelopement qu'on en pourroit faire par des panneaux flexibles inutiles à la pratique, comme on le reconnoîtra par l'aplication du Trait ſur la Pierre.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de lit horiſontal de ſupoſition,
Fig. 31. on prendra le biveau de l'angle que forme la direction du joint de lit de la Lunette, avec celui de la voute pris au plan horiſontal ; par exemple, ſupoſant qu'on veuille faire le ſecond Vouſſoir vers B, on prendra l'angle $p^1 x^1 1^o$, avec une ſauterelle ou la fauſſe équerre, & on l'apliquera ſur le lit fait, enſuite avec le biveau de la doële de la lunette, & de l'horiſon $o\ 1^{\cdot} 2$, on abattra la pierre le long de la ligne $p^1 x^1$, ſur laquelle on tiendra toujours ſes branches à l'équerre ; ainſi on formera une ſurface, ſur laquelle on apliquera le panneau de doële $1^d 2^d q^2 q^d$, dont on tracera le contour de la tête & le reſte, s'il en eſt beſoin.

Ensuite on prendra le biveau de la doële, & de l'horiſon de la Voute au même lit $f^1 x y$, avec lequel on abattra la pierre ſuivant la ligne $x^1 1^o$, auſſi quarriment ſur cette ligne, d'où reſultera une ſeconde ſurface, qui fera avec la premiere une arête ſaillante, qu'on dirigera

en

en apliquant sur la surface de la lunette, le panneau de doële plate de la voute $x^d x^1 y^2 y^d$, posant sur cette arête le côté $x^1 y^2$, & $x^d x^1$, sur l'arête du lit horisontal, & l'on tracera le contour de ce panneau du moins pour le lit de dessus $y^d y^2$, parce que le côté $y^d x^d$ peut être plus avancé ou plus reculé, suivant la longueur de la pierre, & de la liaison qu'elle doit faire.

Les doëles plates étant tracées, on abattra la pierre avec les biveaux de lit & de doële ; pris à l'arc-Droit à l'ordinaire sur chaque Berceau, comme L 1·5, pour le lit de dessus à la lunette au premier Voussoir 5·1·2, pour le lit de dessous du second, 1·2·6, pour celui de dessus du même, &c.

De même pour la branche du Voussoir qui entre dans la voute, on abattra les lits avec le biveau Qxy, pour le lit de dessous, & uyx pour celui de dessus. La rencontre de ces lits formera un angle, & une arête saillante au lit de dessus, & un angle rentrant à celui de dessous, comme aux Voutes d'arêtes dont nous avons parlé:

A l'égard des têtes, on les abattra toujours quarrément sur le lit horisontal avant que de former les lits.

Toutes les surfaces planes, qui comprennent le Voussoir étant finies, il ne s'agira plus que de creuser la doële suivant la cherche de de l'arc de la Voute qui convient, par exemple, pour la branche qui entre dans la lunette, on la formera sur l'arc 1·2, & pour celle de la Voute sur l'arc xy, & le Voussoir sera achevé.

REMARQUE.

Il est bon de faire attention à cette maniere d'apliquer ce Trait sur la pierre, parce qu'elle est le modele de notre Méthode, de tailler tous les enfourchemens, dont on aura les panneaux de doële plate des deux branches du Voussoir ; c'est pourquoi nous renverrons souvent le Lecteur à la lunette Droite ou biaise pour l'Aplication du Trait.

Explication Démonstrative.

Puisque l'arête d'enfourchement de la lunette, dont il est question, est une Courbe à double Courbure, elle ne peut jamais être exprimée par une ligne droite; cependant comme on peut inscrire des prismes dans chacune des Voutes cylindriques qui se rencontrent, les intersections de leurs angles se feront dans des points communs à cette ligne Courbe, & les lignes d'intersection de chacun des plans des prismes

pourront être confiderées, comme des efpeces de cordes des arêtes. Je dis des efpeces de cordes, parce que les cordes, proprement dites, font des Soutendantes des arcs des Courbes planes ; quoiqu'il en foit, en creufant ces prifmes en creux cylindriques, cette Courbe à double Courbure fe forme d'elle-même, par la rencontre des deux fegmens cylindriques.

Presentement, fi l'on confidere le grand Berceau A mB, comme un prifme, on verra par la conftruction que la figure 31², en eft un dévelopement depuis le point S, où fe termine le fommet du petit Berceau, qui le pénetre jufqu'au point B, où eft l'impofte, qu'on peut fupofer commune aux deux Berceau, fi le petit prend fa naiffance à même hauteur; ainfi le polygone $F^o\ x^1\ y^2\ y^3\ x^4\ G^o$, fera le trou que le petit prifme fait dans le grand par fa penetration, & fi par fes angles on trace à la main une ligne courbe, elle repréfentera l'arête d'interfection de deux cylindres: il eft auffi vifible par notre conftruction que la fig. 29², eft le dévelopement exact du petit prifme compris entre un mur aplomb & la furface du grand, & qu'en infcrivant toutes les lignes $1^d\ q^1\ q^2\ q^3$, $q^4\ K^d$, dans un demi-cercle KHL, d'où elles font tirées, elles fe rangeront toutes fur une même furface plane, quoique dans le dévelopement, elles foient rangées en ligne courbe; parce que nous avons montré au troifiéme Livre, page 330 & 331, que le dévelopement d'un cercle fur un cylindre fcalene, étoit une Courbe de cette efpece.

Il n'eft pas moins clair, que la terminaifon des furfaces du petit prifme à celle du grand a été bien trouvée, parce qu'ayant fupofé fa direction horifontale, les projections des divifions de ces furfaces, qui font celles, des angles des plans, leur feront paralleles, par conféquent égales en longueur; il n'en eft pas de même de leur largeur, qui eft inclinée à l'horifon inégalement dans chacune.

D'ou il fuit, que fi l'on tire une ligne courbe par les points trouvez de ce dévelopement $F^d\ 2^d\ G^d$, on aura celui de la Courbe à double Courbure fur la doële du petit Berceau ; laquelle étant pliée fe rejoindra avec la précedente $F^o\ y^2\ G^o$, pliée fur le grand, quoique leur difference paroiffe très grande ; ce qui eft cependant évident, puifque chacune repréfente l'arête commune aux deux Berceaux.

A l'égard de la jufteffe de l'Aplication du Trait, pour trouver l'inclinaifon des doëles plates; il eft clair qu'elle eft très fimple & très exacte en ce qu'elle raporte differentes inclinaifons au plan horifontal, qui eft toujours conftant, & commune à leurs naiffances.

D'ou il suit, que les inclinaisons des lits sont aussi déterminées; puisqu'elles dépendent de celles des doëles; & parce que cette Méthode donne les deux points des angles de leur tête, & une ligne de leur côté, qui est le joint de lit, il est évident, que toute leur surface est donnée, par conséquent, que suivant cette Méthode on peut se passer de faire les panneaux de lit, qui sont indispensables suivant celle des Auteurs; ainsi elle a un grand avantage sur l'ancienne.

De la Rencontre des Berceaux horisontaux, avec les verticaux.

EXEMPLE.

Porte Droite ou Biaise en Tour ronde, ou en Tour creuse.

Comme il s'agit dans ce Trait de former des arêtes à double courbure; il n'y a pas de moyen plus exact dans son Principe que celui de l'operation, qu'on apelle *par équarrissement*, par laquelle on forme ces Courbes sans en connoître autre chose que leurs projections. Pl. 73. *Fig.* 32.

On peut aussi exécuter ce Trait par panneaux, avec une exactitude suffisante à la pratique, en passant par dessus les difficultez Geometriques, qui s'y rencontrent, (dont quelques-unes sont insurmontables,) parce que la grossiereté des ouvrages de la main ne peut atteindre à la perfection, où le raisonnement voudroit les conduire.

Il me paroît cependant à propos d'exposer ces difficultez, pour éclairer l'esprit des Apareilleurs, & leur montrer à quel dégré de perfection ils peuvent operer par la voye des panneaux.

La premiere difficulté est celle de la rectification de la circonference du cercle, qu'il faut étendre en ligne droite dans cette partie de l'arc horisontal de la Tour ronde ou creuse, qui est comprise entre les jambages de la Porte, & diviser cet arc en même raison qu'il l'a été, lorsqu'il étoit Courbe, par les aplombs des divisions des Voussoirs du ceintre de face de la Porte, tracé sur une surface plane tangente à la Tour.

Cette difficulté qui est comme l'on sçait, Geometriquement insurmontable, ne tire à aucune conséquence pour la pratique, où il suffit de prendre de suite plusieurs petites cordes, qui different peu des arcs,

& les ranger ſur une ligne droite, ou ſi l'on veut méchaniquement prendre le contour courbe avec un fil qu'on déploye.

La ſeconde difficulté conſiſte dans la Deſcription de la Courbe formée par la circonference du cintre primitif déployé ſur une ſurface plane, par le moyen des ordonnées du cercle, élevées perpendiculairement ſur les abſciſſes, dont les raports changent à chaque diviſion, ſuivant que l'arc déployé s'écartoit, ou ſe raprochoit du parallelisme du diametre d'un cintre tangent à la Tour; laquelle Courbe ne peut être décrite qu'à la main, ou avec une regle pliante apuyée ſur pluſieurs points trouvez.

La troiſiéme difficulté conſiſte dans la Courbure, qu'il faut donner aux têtes des panneaux de lit & de doële plate; laquelle n'eſt pas circulaire comme les Auteurs des Livres de la Coupe des Pierres, le ſupoſent par leur operation des *trois points perdus*; mais elliptique, dans les Tours ſans talud, parce que les cordes des arcs de ces têtes ſont dans un plan incliné à l'axe du cylindre *de bout*, qui eſt la Tour concave ou convexe.

J'ai dit dans les Tours ſans talud, parce que dans celles qui en ont, cette Courbe devient ſouvent un arc de Parobole ou d'Hyperbole, la Tour étant alors un Cône tronqué, qui peut être coupé par les plans des lits, ſuivant l'inclinaiſon qui forme ces Courbes.

Quant à la Courbe de l'arête, que forme la rencontre de la doële de la Porte, avec le parement creux ou rond de la Tour, elle ne peut être une ſection conique, parce qu'elle eſt à double Courbure, ſçavoir, un *Cicloïmbre*, lorſque la porte eſt Droite & en plein cintre, & un Ellipſimbre dans les autres cas, comme il a été démontré au ſixiéme Chap. du premier Liv.

La connoiſſance de ces choſes étant préſupoſée, on va donner les moyens d'exécuter ce Trait. Soit (Pl. 73 fig. 33) une portion de Tour,
Pl. 73. qui ſera apellée *Ronde*, ſi on ſupoſe ſa face BATO en dehors, & *Creuſe*,
Fig. 33. ſi elle eſt vûë par dedans en FGDE, dans laquelle nous ſupoſerons deux bayes de Portes, dont l'une comme BA eſt *Droite*, en ce que ſes piédroits BF, AG, ſont paralleles à la direction d'une ligne du milieu C*m*, qui paſſe par le centre C de la Tour, & le milieu *m* de la corde BA, qu'elle coupe perpendiculairement.

Fig. 37. L'autre (fig. 37,) dont la direction du milieu KL eſt oblique ſur la corde BA, en ſorte qu'elle ne paſſe pas par le centre, ſera apellée biaiſe.

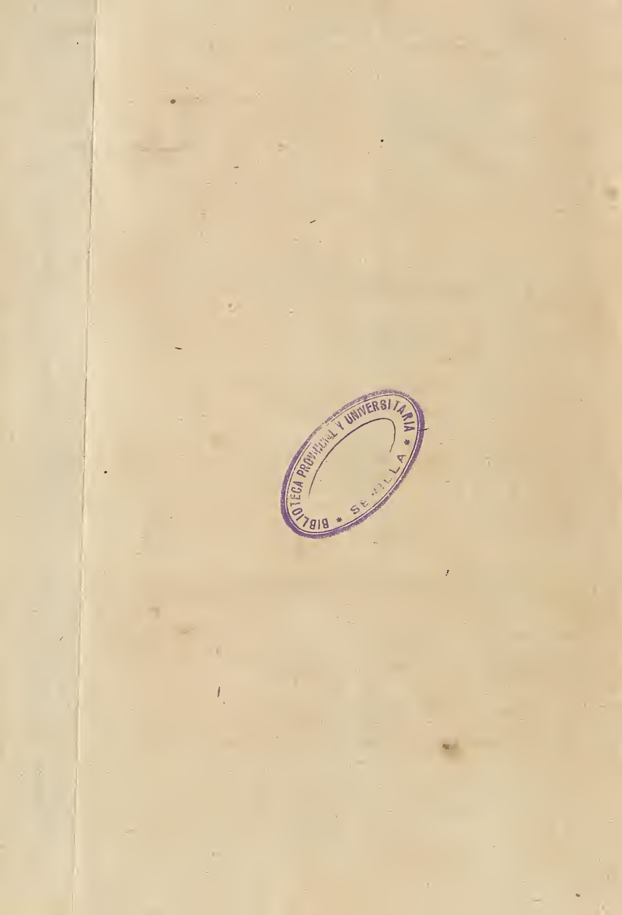
28.²

29.²

30.²

30.³

31.


BIBLIOTECA PROVINCIAL Y UNIVERSITARIA
SEVILLA

PREMIER CAS.

De la Porte Droite en Tour ronde ou creuſe.

On commencera par ſe déterminer aux choix du cintre primitif, qu'on peut prendre à l'arc-Droit, ou à l'arc de face courbe ; il eſt plus commode de choiſir ce premier, parce qu'il peut être décrit ſur une ſurface plane, & que le ſecond ne le peut être que par le dévelopement ; cependant ſi l'on veut affecter une parfaite égalité dans les têtes des Vouſſoirs, on ne le peut en choiſiſſant l'arc-Droit pour cintre primitif, parce qu'il en réſulte des diviſions un peu inégales ſur les têtes de la face, qui ſe rétreciſſent depuis les impoſtes juſqu'à la clef ; la raiſon eſt que les arcs horiſontaux de la Tour aprochent d'autant plus du paralleliſme de l'Arc-Droit, qu'ils s'éloignent des naiſſances de droite & de gauche, comme on le voit à la figure 33, où l'arc $X^4 X^3$ eſt plus grand à l'égard de la droite *t d*, que l'arc X^3 *n* ne l'eſt à l'égard de *d r*. Cette raiſon fait que les Architectes choiſiſſent ſouvent le cintre de face courbe pour primitif, & alors ils apellent le Trait. *Porte Droite en Tour Ronde, ou Creuſe par têtes égales.*

Premiere Diſpoſition, où l'Arc-Droit eſt pris pour Cintre Primitif.

Sur la corde BA, largeur de la Porte, ou ſur une parallele & égale *b a*, comme diametre pris entre les piédroits FB & GA prolongez, on tracera le cintre circulaire ou elliptique, & l'ayant diviſé en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des paralleles aux piédroits, ou ce qui eſt la même choſe à ſa direction C'*c*, qui paſſe par le centre C' de la Tour, & par celui du cintre *c* ; leſquelles couperont l'arc convexe B*c*A aux points X^4, X^3, &c. & le concave aux points 4″ 3″, &c.

On en uſera de même pour le cintre de l'extrados EHD', & l'on aura par ce moyen les interſections de toutes ces paralleles avec les acrs horiſontaux de la Tour, concaves en dedans, & convexes au dehors, leſquelles donneront les moyens de former les panneaux de lit, & les courbes de leurs joins de tête concaves & convexes, en quoi conſiſte principalement la difficulté de ce Trait, où le reſte de la conſtruction ne differe en rien de celle des Berceaux ordinaires.

On peut même ſe paſſer de chercher ces Courbes de joins de tête, ſi l'on veut tailler chaque vouſſoir comme s'il étoit portion d'un Berceau Droit circonſcrit à la portion de Tour, que comprend la doële

de la Porte avec son extrados, comme nous allons le dire, ce qui abrege beaucoup l'operation.

1° Par l'Equarrissement.

Fig. 35. Soit (figure 35,) un second Voussoir au dessus de l'imposte; comme celui marqué 4' 3' 7' 8' de la figure 33, dont la projection horisontale est le Parallelograme $k p^3$ V 8°; suposant ce Voussoir fait comme une portion de Berceau-Droit à la doële 4' 3, & au lit 4' 8' au lieu de tailler l'extrados suivant la Courbe 8' 7, on lui fera un parement comme pour un lit de niveau, suivant la ligne N a^r, à l'équerre sur un parement aplomb 3 N, comme il est représenté à la fig. 35, en *a b g* N.

Fig. 35.

On levera ensuite sur l'épure un panneau du triangle mixte 9 kX³, que l'on posera sur le lit horisontal de la figure 35 en *cg* N, posant le point 9 en *c*, le point k sur *g*, & le point X³ en N.

On levera de même du côté du creux un panneau mixte 8° 3" V, qu'on apliquera sur le même lit horisontal en dedans, posant le point 8° sur le point *b*, le point V sur *a*, & le point 3" sur *x* de la fig. 35.

Les contours de ces deux panneaux étant tracez sur le lit *ag*, de la figure 35, on abattra la pierre à l'équerre sur le lit, suivant les arcs tracez, pour former au dehors la surface convexe NC 8' 4, & au dedans la concave oposée ; après quoi avec le biveau mixte de doële, & de coupe du lit de dessus, posé quarrément sur l'arête, passant par le point 3, on abattra la pierre pour former le lit de dessus, & le Voussoir sera achevé.

Je n'ai pas parlé des lignes *xi*, *c* 8, qu'il faut tracer sur les paremens aplomb *bl* & *a* 3, pour bien conduire les arêtes, qui doivent s'y former; pour peu qu'on ait d'habitude de couper du Trait, on sçait qu'il faut se donner pour guides, le plus de lignes que l'on peut; c'est pourquoi l'on voit qu'il faut tracer sur le parement aplomb *a* 3, une ligne *xi* paralleles à *ab*, pour marquer la premiere arête de préparation, quoiqu'il faille ensuite l'enlever pour la coupe *i d*, 3' 8, de même sur l'autre parement aplomb *b l*, une ligne *c* 8 parallele à *g l*, qu'il faudra encore enlever, s'il faut former l'extrados 8' 7.

Il est visible que par la formation de ces deux surfaces circulaires concaves & conveves, on donne aux joins de tête 3' 7, 4' 8, une Courbure elliptique sans la connoître, parce qu'on forme des cylindres,

que les lits plans, paſſant par ces joins de tête, coupent obliquement; & que ſi l'on enleve enſuite la partie cylindrique mixte 7 C 8, il ſe formera ſur les contours circulaires 3' 4 & 7' 8, des Courbes à double Courbure, qui feront de cette eſpece, que nous avons apellé Cicloïmbre, & qui feroient des Ellipſimbres, ſi ces arcs 3' 7, 7' 8, étoient des portions de cintres ſurhauſſez ou ſurbaiſſez; ainſi on forme des Courbes exactement, telles, qu'elles doivent être ſans les connoître; cette maniere d'exécuter la Porte en Tour ronde ou creuſe, n'a d'autre inconvenient, qu'un peu de perte de pierre, & ſouvent point, lorſque l'on fait les lits de niveau ſur l'extrados, comme on le voit dans l'apareil de la fig. 32.

Seconde Diſpoſition, où le Cintre Primitif eſt pris à la face Courbe, Ronde ou Creuſe, pour former des Têtes égales.

Il eſt viſible que la difference du diametre BA, de l'Arc-Droit de la Porte en Tour ronde ou creuſe, avec le diametre courbe, pris ſur la face en BMA, conſiſtant dans le raport de la corde BA à l'arc B *c* A, elle ſera d'autant plus grande que la Tour ſera petite, ſupoſant une ouverture de Baye conſtante; par conſéquent les inégalitez qui réſultent à la diviſion de la face convexe ou concave, en prenant l'arc-droit pour cintre primitif, ſont plus ou moins conſiderables, ſuivant le raport du diametre de la Porte à celui de la Tour; ainſi lorſque la Porte ouvre une fort petite partie de la circonference de la Tour, ces inégalitez devienent ſi peu ſenſibles qu'elles peuvent être negligées.

Suposant donc, qu'on veuille affecter de faire les têtes des Vouſſoirs parfaitement égales, on rectifiera l'arc horiſontal de la Tour BMA, en l'étendant en ligne droite ſur la tangente, ou ſur une ligne qui lui ſoit parallele comme ED; cette rectification donnera un diametre b^d a^d plus grand que la corde BA, ou ſon égale $b\ a$; ſur ce diametre on formera le cintre primitif en demi-cercle $b^d\ h\ a^d$, ou en demi Ellipſe, ſi l'on veut; on le diviſera, à l'ordinaire en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on abaiſſera des perpendiculaires ſur le diametre, qui donneront les projections de ces diviſions.

Pour former l'arc-Droit, qui doit provenir de ce cintre primitif de dévelopement, il faut replier les parties de ſon diametre ſur l'arc horiſontal de la Tour BMA, en commençant au milieu, portant la longueur droite $c\ p^2$ de M en n, p^2 P de n en q^1, il reſtera par conſéquent q^1 A égal à P a^d; par les points trouvez n, q^1, A, & leurs correſpondans

de l'autre côté de M en B, on menera des paralleles indéfinies à la direction MC*t*, qui couperont l'arc concave F*t*G aux points *t* & *i*, & sa corde FG en *o o*, sur lesquelles on portera les hauteurs des retombées $2p^2$, 1 P, *ch* en $o\,2^r$, $o\,1^r$, O h^r & par les points G, 1^r, 2^r, h^r, &c. on décrira l'arc-droit surhaussé G h^r F que l'on cherche, dont on fera usage, comme pour toutes les autres Voutes en Berceau.

Il est visible que les divisions égales du cintre dévelopé, rendent celles de l'arc - Droit inégales.

On pourroit encore faire l'arc-Droit en plein cintre pour primitif, & le dévelopé surbaissé Secondaire, & ensuite reprendre le Secondaire pour primitif, dans les divisions des Voussoirs en parties égales, ce que le P. Deran met en question; sur quoi je puis dire en passant qu'il n'est pas scrupuleux dans son opération, où il transporte la Droite rectifiée sur l'arc de la Tour, par des arcs de cercle, prenant ainsi pour rayon d'un côté un arc de cercle, & de l'autre une ligne droite.

Il faut présentement former les panneaux de doële & de lit.

Nous avons fait usage des panneaux de doële plate, par-tout où les faces étoient des surfaces planes; mais ici à cause que les faces sont concaves & convexes, nous ne pouvons faire usage que de panneaux flexibles en dévelopement de la doële, parce que l'arête que fait la doële avec la tête est une courbe à double courbure, qui ne peut jamais être représentée par une ligne droite, & que la surface convexe que l'on doit faire, ne peut être ébauchée en plane, que par le moyen des tangentes, & non pas des cordes comme les concaves.

Fig. 34. Pour faire ce dévelopement, on tirera à part une ligne droite $f^d\,g^d$, fig. 34, qu'on fera égale à la circonference de l'arc-Droit $F^r\,h^r$ G, de la fig. 33, puis de son milieu H, on portera de part & d'autre, la longueur de l'arc $h^r\,2^r$ en $2^d\,3^d$; ensuite l'arc $2^r\,1^r$ en $2^d\,1^d$, $3^d\,4^d$, & par les points f^d, 4^d, 3^d, H, 2^d, 1^d, g^d, on menera des perpendiculaires à la droite $f^d\,g_d$ indéfines; sur lesquelles on portera les avances de la Tour sur la corde FG, sçavoir, OL de la figure 33, en H*l* de la fig. 34; *o t* en $2^d\,t$, *o i* en $1^d\,i$, faisant de même de l'autre côté entre H & f^d, pour avoir la courbe ondée $f^d\,l g^d$, en dévelopement de l'arête concave.

Ensuite on prendra les avances de la doële convexe, dont on fera le même usage, portant OM en H b^d, *on* en 2^d N, *oq'* en 1^d Q, & GA en g^d A^d, & par les points trouvez, qu'on peut multiplier autant que l'on voudra en subdivisant l'arc BM, on tirera la courbe ondée $B^d\,b^d\,A^d$, pour

pour l'arête convexe de la face extérieure avec la doële, & le developement de la doële sera le quadriligne mixte $B^d g^d$.

Pour former les panneaux de lits on abaissera par les points de l'extrados ς, 6, 7, 8, des perpendiculaires sur son diametre ED, qui le couperont aux points p^x & $p\varsigma$, &c. & donneront pour projections dévelopées les lignes droites $p^2 p^x$ & Pp_ς, que l'on portera & repliera sur l'arc horisontal eMd, de la Tour en nq & q^1S.

Par les points q & S on menera des perpendiculaires qo, fu, aux projections de lits nt, & $q^1 i$; puis ayant divisé les lignes 1· ς; 2· 6 en autant de parties égales qu'on voudra avoir de points de la courbe du joint de tête, par exemple, en trois aux points a & a, on divisera aussi en même nombre de parties égales les lignes de la projection oq & u S, aux points o & o, par lesquels on menera des paralleles zoy, zoy aux projections des joins de lit nt, $q^1 i$, qui couperont l'arc convexe de la Tour en z & z, & l'arc concave en y & y.

Cette préparation étant faite, on tracera à part (figure 36,) deux lignes à l'équerre Qi, 1· ς; on fera 1· ς égale au joint de tête 1·ς, de la figure 33, avec ses divisions égales a, a, par lesquelles & par le point ς, on tirera des paralleles à Qi, sur lesquelles on portera en avant de la ligne 1· ς, les avances uq^1, oz & oz, de la projection en 1 Q, az & az, & par les points Qzz ς, on tracera l'arc elliptique du joint de tête convexe, dont la projection est l'arc de cercle $q^1 zz$ S.

On trouvera de même les points de la courbe du joint de tête concave, en portant sur les mêmes paralleles en dessous de la ligne 1· ς, les longueurs oy, oy, Sl de la projection de la fig. 33, en ar, ar, ςl, de la fig. 36, & par les points i, r, r, l, on tracera la courbe du joint de tête concave, le quadriligne mixte Qςli sera le panneau de lit que l'on demande; ainsi de tous les autres, comme on voit celui du joint de tête 2· 6 tracé à la figure 33, en N z 6XrT, & le suivant eςli. Fig. 36.

Aplication du Trait sur la Pierre par Panneaux.

Ayant dressé un parement de grandeur convenable, on y tracera la doële plane par deux lignes paralleles éloignées de la distance de la corde de l'arc-Droit, par exemple, pour un second Voussoir, cet intervale sera la longueur de la corde 4^r, 3^r, de la figure 33; ensuite ayant levé la cerche de l'arc $4^r f 3^r$, dont cette ligne est la corde, on creusera une doële cylindrique indécise vers les deux têtes, dans la-

quelle on apliquera le panneau flexible de carton coupé sur le dévelopement de la figure 34, en $4^x X^d$ T 4^d, lequel étant enfoncé dans la doële creuse, en sorte qu'il s'y aplique exactement, servira à déterminer le contour des têtes qui étoient indéterminées.

On prendra ensuite le biveau mixte de lit & de doële de l'arc-droit $8^r 4^r f 3^r$, pour former le lit de dessous, & $4^r f 3^r 7^r$, pour celuide dessus, lesquels angles mixtes ne seront pas égaux, si l'arc-droit est elliptique.

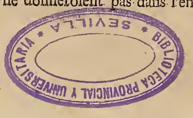
Ayant abatu la pierre suivant ces biveaux pour former les lits, on y apliquera les panneaux qui leur conviennent, sçavoir, celui de la fig. 36, pour le lit de dessous, qui passe par le joint 4^r, & celui qui est marqué à la figure 33, en N 6 XT, pour le lit de dessus, qui passe par le joint 3 ou 2, & l'on tracera les contours courbes de ces panneaux qui donneront sur les lits plans, les traces des joins de tête, suivant lesquelles & celle de la doële creuse, qui a été tracée ci-devant, on pourra former la projection concave ou convexe de la Tour, qui est comprise entre ces trois lignes courbes, en abatant la pierre à vûë d'œil de l'une à l'autre.

Mais comme on pourroit manquer en quelques endroits, faute d'être suffisamment guidé; on prendra avec la fausse équerre un angle 4 W 7 d'une corde de la doële 4 W, avec un aplomb W 7, qu'on tracera sur la pierre, puis avec une cerche formée sur l'arc horisontal de la Tour, comme par exemple BM, on formera la tête du Voussoir en posant cette cerche perpendiculairement à la verticale 7 W, ou sa parallele 7 4, & la faisant couler dans cette situation sur cette ligne droite, l'apuyant sur les autres courbes de tête & de doële, ou de lit & de tête, l'operation sera exacte.

On voit par cette méthode que les panneaux de tête y sont inutiles, parce que ne pouvant être formez sur une matiere flexible propre à être apliquée que sur la surface cylindrique; il ne serviroient tout au plus qu'à verifier l'operation.

Cependant on pourroit s'en servir en commençant par former une tête cylindrique, & alors si on en faisoit deux, l'un pour la convexe, l'autre pour la concave, l'on pourroit se passer de panneau de doële dévelopée.

Mais il faut remarquer que ces panneaux de tête seroient longs à faire, parce que quand même le cintre de face auroit été fait sur une surface plane de dévelopement, les joins de tête 1·5, 2· 6, &c. tirez en ligne droite à l'élevation, suivant l'usage ordinaire, seroient faux, en ce qu'ils ne donneroient pas dans l'envelopement du cylindre de la Tour



des têtes de lits en ſurface plane, prenant les choſes à la rigueur, parce que le pliement d'une ligne droite ſur une ſurface cylindrique, ne peut devenir un arc elliptique, que lorſque cette ligne eſt perpendiculaire à l'axe, ou au côté du cylindre, comme lorſque le cylindre eſt Droit ſur une baſe elliptique; par-tout hors de ce cas, elle ne ſe pliera pas en arc d'Ellipſe, ce qui eſt démontré au Probl. 7, du troiſiéme Livre, où nous avons parlé du dévelopement des cercles ou ellipſes, tracez à la ſurface des cylindres Droits & ſcalenes; ainſi pour faire les panneaux de tête avec préciſion, il faudroit tracer les joins de tête du dévelopement ſuivant les mêmes Principes, ce qui rendroit l'operation inutilement longue & embarraſſante pour d'auſſi petites parties que ſont celles de chaque joint de tête.

Remarque ſur l'Uſage.

Il ne faut pas croire, que parce que la mode de faire des Tours ſoit preſque paſſée, le Trait de la Porte en Tour ronde ou creuſe ſoit devenu plus rare, il eſt encore très uſuel; car quoiqu'on ne faſſe plus gueres de Tours entieres, on fait très fréquemment des portions de murs concaves & convexes.

Dans les Bâtimens civils, rien n'eſt plus ordinaire que les portions de Tour ronde & creuſe.

Toutes les ouvertures des Dômes ſont des Portes ou Fenêtres en Tour creuſe par dedans, & ronde par dehors; telles ſont auſſi les Fenêtres d'une partie de l'Orangerie de Verſailles, qui ſont des modeles d'un bel Apareil; celles que l'on fait dans les *Fers à Cheval* des grandes entrées, & en une infinité d'autres rencontres.

Porte Biaiſe en Tour ronde, ou creuſe.

L'irregularite' de la direction du milieu d'une Porte biaiſe à l'égard de la Tour, conſiſte en ce qu'elle ne paſſe pas par le centre de la Tour, ſi elle eſt circulaire, ou qu'elle n'eſt pas perpendiculaire à la tangente à ce milieu, ſi la Tour eſt elliptique, ce qui met quelque difference entre ce Trait & le précedent, en ce que la courbe de l'arête de face avec la doële, qui étoit réguliere de part & d'autre de la clef, en Cicloïmbre, ou en Ellipſimbre, devient une Ellipſimbre plus ſerrée d'un côté que de l'autre, ſi l'on prend l'arc-Droit pour cintre primitif; ce qui devroit donner l'excluſion à cet arc, lorſque l'entrée de la Porte occupe un grand arc de la Tour, parce qu'elle n'eſt pas agréable à la vûë; & ſi l'on fait l'arc de face régulier, l'arc-Droit devient à ſon tour négal de part & d'autre de la clef.

Fig. 37. Soit (fig. 37,) le quadriligne mixte ABDE, le plan horisontal de la Baye qu'on veut vouter; on se déterminera au choix du cintre primitif, qu'on peut prendre en trois differens endroits.

1°. Sur la corde AB, ou ce qui est la même chose sur une ligne A' B', tangente au milieu *m* de l'arc B *m* A de la Tour, & égale à cette corde, à peu près comme nous avons fait ci-devant à la figure 33, en prennant l'arc-Droit pour cintre primitif, lequel arc-Droit est ici different, parce que la corde AB n'étant pas parallele à la ligne ER, perpendiculaire à la direction du milieu *m*K, elle ne lui est pas égale, mais plus courte; d'où il résulte que si le cintre sur AB est circulaire, l'arc-Droit sur ER sera surhaussé.

2°. Comme le choix de la corde AB pour diametre du cintre primitif, cause quelques inégalités de division dans les têtes des Voussoirs à la face par la même raison que nous avons donné au cas précedent, on peut prendre le cintre primitif sur le dévelopement de l'arc A *m* B, par exemple, sur la ligne A' B', supposée égale à son contour rectifié, & operer comme il a été dit au cas précedent; mais alors le contour intérieur de la doële deviendra irrégulier, parce que la ligne menée par le milieu *m* de l'arc BA, parallelement à la direction des piédroits BD, AE, ne coupe pas la perpendiculaire RE à son milieu *c*, mais plus bas en *x*; de sorte que la clef de l'arc-Droit R *b* E, ne peut être au milieu *b*, mais au point K correspondant à la projection *m*, du milieu de la face; ce qui rend l'arc-droit couché en façon de rampant.

3°. Enfin si l'on a plus d'attention à la régulatité de la doële intérieure qu'à celle de la face d'entrée, on peut choisir l'arc-Droit pour cintre primitif, & operer comme il a été dit au cas précedent; alors faisant *b* I parallele & égale à RE, & touchante à l'arc horisontal de la Tour en T, on reconnoîtra facilement l'irrégularité que ce choix cause au cintre secondaire de face dévelopée *b f a*, en ce que les parties qui sont peu differentes du cintre primitif *b f* I vers l'imposte *b*, deviennent grandes de plus en plus, à mesure qu'elles aprochent de l'imposte oposée en *a*.

Cependant c'est la seule construction que propose Mr. de la Ruë & la premiere du P. Deran.

Le cintre de face, l'arc-Droit & la projection des joins de lit étant donnez, il sera facile d'en faire usage pour tracer les Voussoirs, comme nous l'avons dit pour la Porte Droite en Tour ronde, soit par la voye de l'équarrissement, soit par celle des panneaux flexibles, formez sur le dévelopement de la doële, n'y ayant aucune difference que cel-

le de l'irrégularité, c'eſt-à-dire de l'inégalité des panneaux des parties correſpondantes de chaque côté de la clef, leſquelles étoient égales entr'elles à la Porte Droite.

Explication Démonſtrative.

On a vû par les Theoremes 18 & 20, du premier Livre, que l'arête de rencontre des ſurfaces de la Tour & de la doële de la Porte, eſt toujours une courbe à double courbure, tant dans le cas de la Porte Droite, que celui de la biaiſe; dans le premier cette Courbe eſt un Cicloïmbre, ſi l'arc-Droit de la Porte eſt en plein cintre; il ſera une Ellipſimbre, ſi elle eſt ſurbaiſſée, & que la direction de ſon milieu rencontre l'axe de la Tour, auquel cas les parties correſpondantes aux côtez de la clef ſont uniformes; mais dans la porte biaiſe, où cette direction du milieu ne rencontre pas l'axe de la Tour, cette même courbe eſt inégale dans les parties équidiſtantes de la clef, ce qui a été démontré au Theor. 20 cité.

On a vû auſſi dans les Problemes 37 & 38, du ſecond Livre, que pour tracer ces ſortes de courbes; il falloit en trouver les ordonnées, & les aranger ſur une des deux ſurfaces courbes, par conſéquent de quelque maniere qu'on s'y prenne, il faut toujours commencer par former une de ces deux ſurfaces cylindriques, ou la convexe de la Tour ronde, ou la concave de la doële, & comme la doële eſt términée à deux ſurfaces cylindriques, lorſque la Porte perce la Tour, ſçavoir, à la convexe du dehors & à la concave du dedans, il eſt viſible qu'il convient mieux de commencer par former la partie cylindrique du Berceau de la Porte, de quelque méthode qu'on ſe ſerve, d'équarriſſement, ou de panneaux.

Nous avons propoſé dans les autres Voutes des panneaux de doële plate, même à celles dont les arêtes de rencontre ſont à double courbures & les doëles concaves; mais comme il s'agit ici de celles d'une ſurface concave de doële avec une convexe de face de la Tour, on n'y a pas le même avantage; c'eſt pourquoi nous propoſons des panneaux de dévelopement d'une des ſurfaces cylindriques, qui donnent autant de points que l'on veut de cette arête, au lieu que la doële plate n'en donne que deux, qui ſont ceux des extrêmitez du joint de tête.

Quelques ouvriers, comme Maître Blanchard, dans ſon *Trait de la coupe des Bois*, ſupoſent dans leur pratique une ſection plane verticale, de laquelle comme terme, il avancent des lignes droites, qui déterminent par leurs longueurs pluſieurs points de l'arête à double Courbure; voici comme il opere au Chap. XIV.

Apres avoir formé le creux cylindrique de la doële, ſuivant le Trait de l'épure ; il y aplique une régle pliante, ſuivant laquelle il trace un arc qui tient en quelque façon lieu de corde à l'arête à double courbure, au-delà duquel il porte en avant les ſaillies de cette courbe, priſes ſur la projection; cette méthode eſt bonne; mais elle eſt moins prompte, & d'une exécution moins correcte, que celle des panneaux flexibles, ſur leſquels il eſt plus facile de tracer par des points trouvez le dévelopement de l'arête, que ſur une ſurface creuſe, où on ne peut la tracer qu'à la main mal apuyée, & plus mal guidée.

Il faut remarquer que quoique la Tour ſoit cylindrique circulaire, & d'épaiſſeur par-tout égale, les courbes du dévelopement des arêtes de la doële convexe en dehors, & concave au dedans, ne ſont ni égales ni paralleles entr'elles, parce que les arcs AB & FG de la Porte Droite, ne ſont pas ſemblables, c'eſt-à-dire, d'un même nombre de dégrez, ce qui eſt viſible, en ce que les piédroits AG & BF prolongez, ne tendent pas au centre de la Tour, ſi on les ſupoſe paralleles entr'eux, par conſéquent ils ne comprennent pas des parties proportionelles du cercle intérieur FG, & de l'extérieur BA concentrique; la choſe eſt encore plus ſenſible à la Porte biaiſe, pour les arcs BA & DE.

DEUXIEME CAS.

De la Rencontre des Berceaux inclinez avec les verticaux.

En termes de l'Art,

Deſcente Droite, ou biaiſe en Tour ronde, ou creuſe.

On peut faire differentes diſpoſitions pour ce Trait, à l'égard du *Plan de Rampe*, paſſant par les impoſtes, car ſi on les fait de niveau entr'elles à l'arc-Droit, ce plan ſera perpendiculaire au vertical, paſſant par l'axe de la Deſcente, & ſi elles ne ſont pas telles, il lui ſera incliné.

Premiere Diſpoſition, où le Plan de rampe eſt perpendiculaire au vertical de direction. ſi la deſcente eſt Droite, c'eſt-à-dire, que l'axe de la Voute rencontre celui de la Tour, alors les impoſtes de l'arc de face ſeront de niveau entr'elles, auſſi bien que celles de l'arc-Droit; mais ſi la deſcente eſt biaiſe, c'eſt-à-dire, que ſon axe ne rencontre pas celui de la Tour, l'arc de face devient rampant, une impoſte étant plus

haute que l'autre; quoique l'arc-Droit reste de niveau, comme l'on voit à la fig. 38, dans l'un & l'autre cas le Trait sera le même pour la construction, à la réserve que celui de la descente droite est plus simple, en ce que les côtez de la clef de l'arc de face sont uniformes; c'est pourquoi nous choisissons pour exemple celui de la Porte biaise. PL. 75. Fig. 38.

SOIT le quadriligne mixte AMBDNE, (fig. 39,) le plan horisontal de la baye d'une descente en tour ronde, dont le centre est en C. Fig. 39.

ON se déterminera au choix du cintre primitif, comme nous l'avons dit ci-devant de la Porte en Tour ronde ou creuse, où nous avons choisi celui de face dévelopée; ici pour varieté d'exemple nous choisirons l'arc-Droit du plan horisontal, c'est-à-dire, un cintre perpendiculaire à la direction horisontale de la Voute, qui n'est pas l'arc-Droit de la descente, en ce qu'il n'est pas perpendiculaire au plan de la descente, lequel est incliné à l'horison.

AYANT prolongé les piédroits DB, EA, on leur tirera une perpendiculaire FG, qui les coupera en F & G; sur FG comme diametre, on décrira un demi-cercle G*b*F, ou une demi-Ellipse, si l'on veut, pour cintre primitif de face, qu'on divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, desquels on abaissera des perpendiculaires, qu'on prolongera indéfiniment au dedans de la Tour.

ENSUITE par le point E, on élevera sur AE, une perpendiculaire ER qui coupera BD prolongée en R, la ligne BR sera prise pour base du profil de la rampe, ou une autre qui lui soit parallele, plus haut ou plus bas.

SUR cette base on fera l'angle BRP, égale à celui de la rampe avec l'horison, dont on terminera le côté RP, par la rencontre de la tangente TP, qui est une perpendiculaire au rayon C T, tiré par le point C parallelement à DB.

PAR le point P on menera P*æ*, parallelle à RB, & égale à *c*F, demi-diametre du cintre primitif; avec P*æ* comme rayon, on décrira le quart de cercle *æ* b^f, sur lequel on portera les divisions de la moitié du cintre F*b*G en 1^f, 2^f, b^f, par où on menera $1^f i$, 2^fK, parallele à P*æ*, qui couperont TP prolongé au point *i* & *k*, d'où on menera les paralleles à RP marquées *i*I, *k*K, $b^f s$, lesquelles seront les projections verticales des joins de lits, servans pour les deux côtez de la Voute depuis la clef à l'imposte; de sorte que ces lignes doivent être considerées comme doubles en quelques parties.

PRESENTEMENT, pour trouver les projections des cintres extérieur &

intérieur, qui déterminent les longueurs de ces joins de lit, il faut tirer par tous les points, où leurs projections horisontales coupent les arcs AMB, END de la Tour, des perpendiculaires à leur direction; ainsi par les points A 1^r 2^r, M 3^r, 4^r B, on elevera des perpendiculaires, qu'on terminera à l'intersection des lignes du profil, qui représentent les mêmes lits que celles du plan horisontal, comme A *a*, pour l'imposte, qui se terminera en *a* à l'intersection de RP, I^r a^1, qui se terminera à la ligne I*i*, au point a^1, profil du premier joint, passant par *i*, ensuite $2^r a^2$, qui se terminera à la ligne K *k*, profil du second joint en a^2, ainsi des autres; & par les points *a*, a^1, a^2, h^f, a^3, qui devroient être auprès de *k*, a_4 auprès de *i* & *b*, on tracera une courbe, qui sera le profil en projection verticale de l'arc de face.

On trouvera de la même maniere le profil de l'arc intérieur Re_1 e^2 h^n e^3 e_4 *d*, l'espace compris entre ces deux courbes, détermine la longueur inclinée des joins de lit & des doëles, & pour faire les panneaux de doële plate, & de doële dévelopée, si l'on veut.

Enfin on formera l'arc-Droit RSE, avec les perpendiculaires à la rampe RP, comprises entre les projections verticales des lits, sçavoir, RI, RK, RS*f*, faisant *q* 1^r, *q*4^r, égales à RI, *q* 2^r, *q* 3^r, égales à RK, &c.

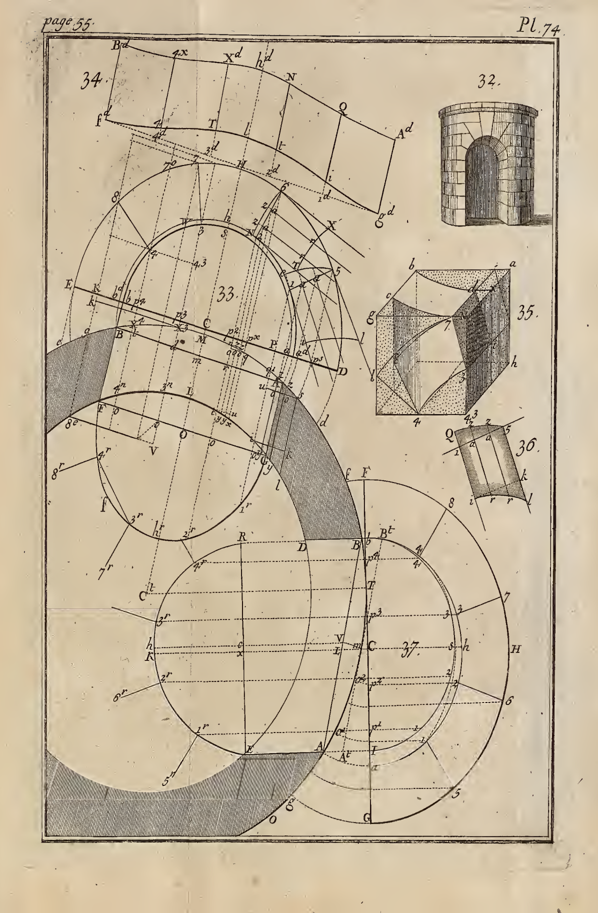
Dévelopement de la Doële.

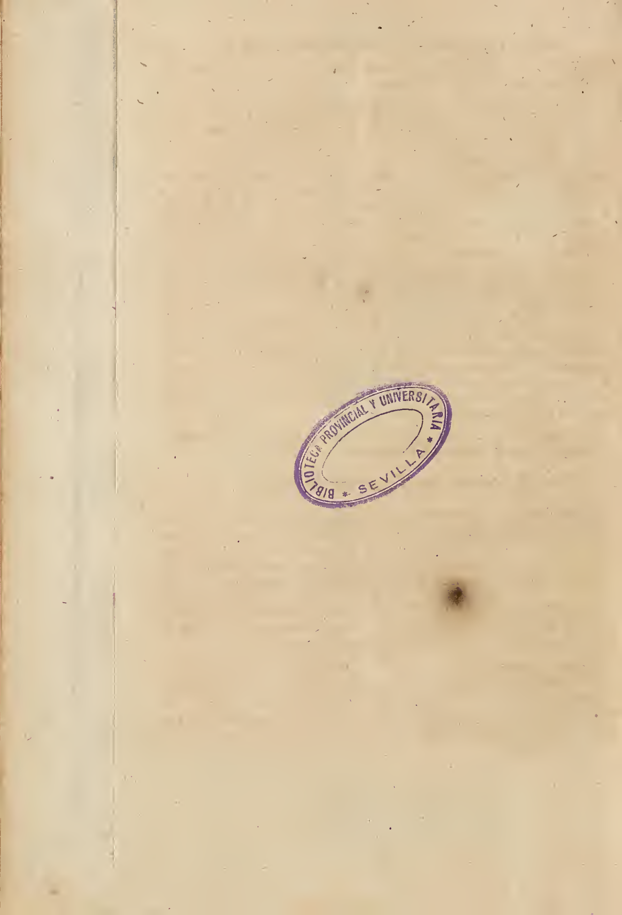
Fig. 39. Fig. 42. Si l'on veut faire des panneaux de doële plate, on étendra sur une ligne droite $E^d R^d$ (fig. 42) les cordes de l'arc-Droit (de la fig. 39.)

Et si l'on veut faire des panneaux de doële creuse sur des matieres flexibles, comme il convient, on rectifiera le contour de la demi-Ellipse ESB, avec toutes ses divisions 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, qu'on transportera sur la droite $R^d E^d$.

Ensuite ayant élevé des perpendiculaires sur chacune de ces divisions rectifiées, on y portera les longueurs des avances, qui leur conviennent, prises au profil, & non pas au plan horisontal, comme nous avons fait pour la *Porte en Tour ronde* de niveau, à cause que la descente n'est pas parallele à ce plan, & ces longueurs se mesureront depuis la ligne RS*f*, qui est le profil de l'arc-Droit; ainsi pour joint de lit de l'imposte, on prendra R *d*, qu'on portera en E^d, A^d, de la figure 42, pour le dehors convexe; ensuite pour le premier joint de lit au dessus, on portera la longueur I a^1 pour le dehors en 1^r a^1, & I e^1 pour le dedans en 1^r e^1, de même pour le second lit K a^2 & K e^2 pour le milieu f^f b^f en f^r b^r, puis en redescendant au profil, on prendra K a^3 &

Ke^3,


32.
33.
34.
35.
36.
37.



K e^3, I a^4, 1 e^4, R b & R d, qu'on portera, à la fig. 42, en 3^r a^3, 3^r e^3, 4^r a^4, 4^r e^4, R^d B^d, & R^d d^d.

Si l'on vouloit faire des panneaux de joint, on le pourroit par la même méthode, que nous avons donné pour la Porte ronde de niveau, car ce sont toujours des portions d'Ellipses, un peu plus ou moins concaves ou convexes, dont il suffira dans la pratique de trouver un point ou deux au milieu du joint de tête; ainsi prenant pour exemple celui qui est marqué 2°6, on prendra à volonté un point *m* vers son milieu, on abaissera des points *m* & *6*, des perpendiculaires paralleles à *2 p*, lesquelles couperont les arcs AB & ED, du plan horisontal de la Tour en des points *u*, *v*, d'où on tirera des perpendiculaires aux précédentes, qui couperont la ligne de rampe RP, en des points *x*, *x*, au dessus desquels on portera les hauteurs *o m*, *o 6* en *xy* & X Y, la ligne courbe *y* Y e^2, sera le profil du joint de tête concave; on tracera de même la convexe, qui servira à trouver la courbe de la tête du joint, en prenant pour ligne de direction le joint de tête 2°*6*, au lieu de f^f T, que donne le pronfil, parce que f^f T est racourcie par la projection; ainsi portant sur la directrice du dévelopement R^d E^d (fig. 42,) la longueur 2^rT, égale à 2° *6* de l'élevation, & tirant les ordonnées *t* Y, T *y*, égales à celles du profil, on aura les points e^2, Y*y* pour l'arc concave de la tête du joint de lit, le convexe oposé a^2 *b*, se trouvera de même.

On peut s'épargner cette peine en formant la tête par voye d'équarrissement, comme nous allons l'expliquer.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement, par exemple pour un second voussoir 1°2, on y tracera deux paralleles à la distance de la corde de l'arc-droit 1_r 2^r, puis avec la cerche convexe de l'arc-droit 1^r *n* 2^r, on creusera la doële quarrément au parement, & à ces deux paralleles qui seront les arêtes des joins de lit & de doële.

On apliquera ensuite dans cette surface concave cylindrique le panneau du dévelopement, fait sur une matiere flexible e^1 e^2, a^2 a^1, de la fig. 42, pour tracer le contour des têtes courbes a_2 a^1, e^2 e^1.

Ensuite prenant le biveau mixte de doële & de lit qui convient, $1^r 2^r b$, pour le lit de dessus, 2^r 1^r 8, pour celui de dessous, on abattra la pierre pour former les surfaces planes de ces lits, sur lesquelles on apliquera les panneaux de lit, si on les a fait, ou qu'on terminera par équarrissement, comme il suit.

On tirera sur l'épure une horisontale 2' 5, sur la tête du Voussoir; & on lui menera du point 1 une perpendiculaire 1 z, puis prenant le biveau 2' 1 z, on posera quarrément une de ses branches sur les arêtes de la doële, & l'autre donnera une ligne sur la tête, qu'on dirigera avec le biveau de la rampe & de la tête RP*k*, dont on posera une branche sur l'arête du joint de doële & de lit de dessous, & l'autre qu'on fera joindre à la branche du biveau de doële & d'aplomb 2' 1 z; on abattra la pierre suivant ces deux biveaux pour avoir une cizelure 1 z 9 sur la tête, à laquelle on fera une perpendiculaire 2' 5, qu'on creusera avec la cerche concave de l'arc de la Tour AM, posée quarrément sur la ligne 1' 9, & sur les points donnez 5' 2, ou ce qui est le même a^2, du profil qui a été déterminé par le panneau de doële, & le point trouvé z; ainsi faisant couler cette cerche parallelement à elle-même sur la ligne 1' 9, on fera la surface convexe de la Tour, en abattant la pierre à la régle sur les repaires, qu'aura donné la cerche, & l'on formera ainsi les têtes elliptiques des lits, sans en avoir cherché la courbure.

On en usera de même pour la surface concave du Voussoir au dedans de la Tour, avec cette difference, qu'il faudra poser les biveaux de doële & de tête, & de doële & d'aplomb, au lit de dessus qui avance le moins en dedans, au lieu qu'à la surface extérieure, on les posoit au lit de dessous qui avançoit le moins en dehors.

Explication Démonstrative.

Le cintre G*h*F étant supposé vertical, & perpendiculaire à la direction horisontale de la descente, sera égal à toutes les sections paralleles à GF, tangente de la Tour; ainsi il peut être consideré comme posé en ER, en A*g* & suivant toutes les paralleles qui passent par les points $1^t\,2^t$M, &c. $1^u\,2^u$N, &c. & toutes ces lignes seront les profils, ou projections verticales des sections égales à ce cintre, dont les diametres sont supposez rangez perpendiculairement sur la ligne de rampe RP, de sorte que suivant les régles de la projection, ils n'y sont représentez que par des points, comme R, *d*, *a*, *b*, &c. ainsi toutes les hauteurs des aplombs du cintre primitif pour chaque joint de lit, ont dû être portées sur les verticales, au dessus de la ligne de rampe RP; ce qui a été fait en menant des paralleles à la rampe par les hauteurs $1^f 2^f b^f$, du quart de cercle *a hf*, lequel doit être supposé tourné & posé perpendiculairement au plan du papier sur son rayon P *hf*.

Or parce que l'arc-Droit doit être perpendiculaire au plan de la rampe, on a tiré RT perpendiculaire à RP, laquelle est coupée pro-

portionellement par toutes les paralleles à la ligne de rampe, qui expriment la hauteur des joins; ainsi cette ligne est la projection verticale de toutes les hauteurs des divisions de l'arc-Droit, sur son diametre ER.

Quant à l'opération de l'équarrissement pour former la surface courbe de la tête des Voussoirs, il est clair que la ligne 1' 9 étant verticale, sera dans le même plan que le joint de lit, qui passe par le point 1; par conséquent que l'angle du joint de lit avec celui de tête est égal à celui de rampe; de même l'angle de la doële 2' 1 z, est dans un plan vertical, [qui peut être consideré dans sa projection en L 1', dans la doële quarrément aux joins de lit 1'' 1' & 2'' 2', par conséquent il sera perpendiculaire au précédent, dont l'intersection sera la ligne 1' 9, ce qu'il falloit faire pour avoir une ligne, à la surface du cylindre, qui fût parallele à son axe, pour pouvoir y poser perpendiculairement une cerche de l'arc horisontal de la Tour, lequel est donné au *Plan*, par le moyen duquel on peut former la tête du Voussoir, & les sections elliptiques de ses lits, par la même méthode qu'on forme toutes les surfaces cylindriques concaves ou convexes, en faisant couler une régle parallelement à l'axe sur deux arcs donnez.

Seconde Disposition des Descentes en Tour ronde ou creuse, où le Cintre Primitif est de Niveau, & l'Arc-Droit rampant.

Dans la précédente disposition nous avons formé le cintre primitif sur une section verticale, perpendiculaire à la direction horisontale du Berceau en descente, d'où il suit qu'elle étoit aussi perpendiculaire au plan vertical, passant par l'axe du berceau, soit qu'il fût Droit ou biais; lorsque le berceau étoit Droit ses impostes étoient de niveau, dans les points respectifs, quoique en descente suivant la direction; mais lorsqu'il étoit biais, elles étoient à differentes hauteurs, & celles de l'Arc-Droit de niveau: ici nous prenons ce cintre dans un plan vertical parallele à la corde AB de l'arc BCA de la Tour, qui est comprise entre les piédroits de la descente; lorsque le berceau est Droit *Fig* 41. cette disposition retombe dans la précédente; mais lorsqu'il est biais, il en résulte que les impostes de la descente sont toujours de niveau, considerées parallelement à cette corde, quoiqu'inclinées suivant la descente.

Il en résulte aussi qu'on peut même faire les têtes égales, si au lieu d'une section du Berceau, on dévelope sa face sur la Tour B *c* A en

la rectifiant sur une ligne droite GF, comme nous avons dit pour la Porte en Tour ronde par *têtes égales.*

Enfin il en résulte, comme aux descentes biaises à faces planes, que les impostes de la face étant de niveau, celles de l'arc-Droit deviennent rampantes.

Fig. 40. & 41. Soit)fig. 41,) la corde AB de l'arc A c B; par le point c, milieu de cet arc, on tirera GF parallele à AB, qui sera terminée aux points G & F, par l'intersection des piédroits DB, EA prolongez.

Sur GF comme diametre, on décrira un demi-cercle G b F, ou si l'on veut une demi-Ellipse surhaussée ou surbaissée pour cintre primitif, lequel étant divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaissera sur son diametre des perpendiculaires, qui le couperont aux points p, p, par lesquels on menera des paralleles à la direction de la Voute, c'est-à-dire, aux piédroits DB, EA, qui couperont la surface extérieure aux points 1^t 2^t 3^t 4^t, & l'intérieure aux points n^1 n^2 n^3 n^4.

Par tous ces points on élevera des perpendiculaires, qui couperont les côtez du plan de la rampe R bae, qu'on tracera au profil, comme nous l'avons dit des descentes ordinaires, au Probl. XII. du Tome précédent.

La ligne de rampe R b, étant donnée avec sa base horisontale RB, on menera par le point c milieu de l'arc AB, une verticale $c\,b^f$, qui coupera l'horisontale menée par le point b, sommet de la ligne de rampe donnée, au point o, au-dessus duquel on portera les hauteurs des divisions du cintre primitif P 1, p 2, $c\,b$ en a^4, a^3, b^f, par où on menera des paralleles à l'arc RB, a^4 a^1, a^3 a^2, lesquelles seront terminées de part & d'autre par l'intersection des verticales, provenant des points qui leur correspondent à la projection horisontale; par exemple l'horisontale $o\,a$, sera terminée en b & a, par les lignes A a & B b, provenant des points A & B; de même l'horisontale a_1 a^4, par les lignes 1^t 4^t, provenant des points 1 & 4; l'horisontale $a^2 a^3$, sera terminée par les lignes 2^t 3^t, provenant des points 2 & 3, & par tous les points a_1, a^2, a^3, a^4, on menera des paralleles à la ligne de rampe R b, lesquelles couperont les lignes verticales, provenant des points E, n^1, n^2, n^3, n^4, aux points e e^1, e^2, n^t, e^3, e^4, d, par lesquels on tracera une courbe, qui sera la projection verticale de l'arc de face intérieure, comme la courbe $a\,a^1$ $a_2\,b^f\,a^3$ a^4 b, est celle de la face extérieure: les lignes rampantes qui sont dans l'intervale de ces deux Courbes, donnent les longueurs des joins de lits, qui sont représentez au plan horisontal par

des lignes trop courtes EA, n^1 1^t, n^2 2^t, N c, &c. à cauſe de l'inclinaiſon de la Voute.

IL ne reſte plus à préſent qu'à former l'arc-Droit qui doit être rampant, parce que la deſcente eſt biaiſe, & que le diametre de l'arc de face eſt de niveau.

PAR le point R, ou tout autre de la ligne Rb, on menera une ligne RS, perpendiculaire à Rb, laquelle R$ſ$ coupera toutes les paralleles à la ligne de rampe en des points g, 4, 1, 3, 2, S, qui feront les hauteurs des diviſions du cintre de l'arc-droit; mais avant que d'en faire uſage, il faut trouver le diametre incliné de cet arc rampant.

SUR AE prolongée on portera la longueur Rg de E en $æ$, & l'on tirera R $æ$ qui ſera le diametre rampant de l'arc-Droit, & dans le même plan que ſa baſe horiſontale ER, ſur laquelle on portera ſucceſſivement toutes les longueurs des diviſions de la ligne RS, ſur les projections des joins de lit correſpondans; ainſi on portera ſur le premier $1^t q$ prolongé, la hauteur R 1 de q en 1^r, R 2 du profil en q 2^r, RS en QS, R 3 en q 3^r, R 4 en q 4^r, & pour les points $æ$, 1^r, 2^r, S, 3^r, 4^r, R, on tracera une demi-Ellipſe, qui ſera l'arc-droit demandé, qu'on pouvoit auſſi tracer par le Probl. VIII. du deuxiéme Livre, par les diametres conjuguez donnez $æ$R & deux Sc^r, avec l'angle $ſc^r æ$.

PRESENTEMENT, on a tout ce qui eſt néceſſaire pour former les panneaux.

1°. CEUX de doêle ſeront formez à l'ordinaire avec les joins de lit, dont les longueurs ſont données au profil entre les deux courbes $e\, n, d$, $abſb$, leur intervale, ou diſtance perpendiculaire eſt auſſi donnée par les cordes de l'arc-droit, & l'obliquité de leurs angles ſe trouvera comme au premiere cas de ce Trait, par la diſtance de leurs ſommets, au profil de l'arc-Droit RS, portée ſur la directrice du dévelopement $R^d P^d$.

POUR les panneaux de lit, à cauſe de la courbure de leur tête, il faut faire comme à l'exemple précédent un extrados, & quelques diviſions, au moins une ſur le joint de tête, pour avoir la fleche de l'arc 2^t 6^t, qui eſt la projection horiſontale de ce joint, laquelle fleche donne celle de l'arc elliptique, qui eſt la tête du panneau de lit pour le dehors en ſaillie; il en eſt de même de la tête intérieure n_2 n^6, qui eſt ſeulement un peu plus longue & creuſe, au lieu que l'autre eſt convexe.

LES panneaux de doêle & de lit étant donnez, ils ſerviront à for-

mer auſſi la tête du Vouſſoir, de la maniere expliquée ci-devant pour la Porte en Tour ronde, & le premier cas de ce Trait pour la *Deſcente* en Tour ronde.

Explication Démonſtrative.

Le diametre GF, du cintre primitif vertical étant parallele à AB, par la conſtruction, & compris entre les parallelesDG, EF,ce cintre eſt égal à toutes les ſections paralleles à AB ; ainſi cette Voute eſt une moitié de cylindre ſcalene, dont la baſe a une double obliquité à l'égard de ſon axe ; ſçavoir une horiſontale Q *c* F ou Q *c* G, & une verticale R *b* B, ou ſon ſuplément R *b hf*, en quoi ce cas differe du précédent, où le cintre primitif étant Droit ſur la direction horiſontale, le cylindre n'avoit qu'une obliquité à ſon axe, qui étoit la verticale ; c'eſt pourquoi le plan paſſant par l'axe, & par le diametre GF du cintre primitif, eſt incliné au plan vertical, paſſant par cet axe, d'où il réſulte que la projection verticale de ce plan n'eſt pas une ſeule ligne droite, comme RP dans le cas précédent ; mais une figure mixtiligne *e a cf*, *b d nf*, compoſée des deux lignes droites *e a* & *b d*, qui ſont les impoſtes de la Voute, & de deux arcs elliptiques *a cf b*, & *d nf e*, qui ſont les ſections de ce plan avec les ſurfaces intérieure & extérieure de la Tour, & parce que les arcs AB & ED, que retranchent les piédroits ne ſont pas ſemblables, ces ſections elliptiques ne le ſont pas auſſi ; d'où vient que la corde *e d* de l'intérieure n'eſt pas parallele à la corde *a b*, de l'extérieure qui eſt de niveau.

Fig. 40. De là vient auſſi que le cintre intérieur E *n* A eſt rampant, quoique le primitif A *n* B ſoit de niveau.

A l'égard de l'arc-Droit il eſt rampant, par la même raiſon que nous avons donné pour les deſcentes biaiſes des Voutes ſimples.

De la Rencontre des Berceaux inclinez à l'horiſon avec les horiſontaux.

PROBLEME II.

Faire un Berceau en Deſcente, qui en rachette un autre de Niveau.

Cette rencontre peut ſe faire perpendiculairement, ou obliquement.

Premier Cas, *Lunette rampante, ou Descente Droite rachetant un Berceau de Niveau.*

On peut faire ce Trait de deux manieres, l'une en faisant simplement aboutir les Voussoirs de la Descente au Berceau de Niveau, sans y faire aucun enfourchement, comme fait le P. Deran, & après lui Mr. de la Ruë; ensorte que les lits de la Descente percent la doële de l'autre Berceau, qui est de niveau.

L'autre maniere que je préfere à celle de ces Auteurs, est de faire la rencontre des Berceaux en enfourchement par des Voussoirs à branches, comme nous l'avons dit ci-devant des Voutes d'arêtes & des Lunettes;

Ma raison est que l'Apareil en est plus solide & plus beau, en ce que dans la premiere méthode on coupe la doële du Berceau de niveau, par des joins de tête de la descente dans la doële du Berceau, qu'on peut éviter, & dont l'inégalité entr'eux est inévitable, parce que, suposant les lits de largeurs égales, il est clair que les sections de ceux des impostes avec cette doële donnent des lignes droites paralleles, à l'axe du Berceau de niveau, & qu'à mesure qu'ils s'inclinent en aprochant vers la clef de la descente, ils se courbent de plus en plus, & forment à cette doële un arc elliptique, qui devient aussi d'autant plus grand, que la clef de la descente aproche de la tangente T *t* de l'arc-Droit AHB, du Berceau de niveau, parallelement à l'axe B *c* de celui de la descente, Pl. *76.* & qu'au-de-là de cette tangente les joins de tête sont sans terminaison à la doële, parce que la tangente T *n* rentre dans l'épaisseur de la Voute A *n* Y; à quoi les Auteurs n'ont pas pourvû. *Fig.* 43.

Soit le rectangle AB *ba*, (fig. 43,) le plan horisontal du Berceau de niveau; EG*ge*, celui de la descente ou Lunette, & la ligne BL, le profil de son inclinaison à l'horison.

Sur AB, comme diametre, ayant décrit le cintre du Berceau de niveau circulaire ou elliptique.

On tracera sur G*g*, comme diametre, l'arc-Droit G *h' g* de la descente, soit qu'il soit primitif, par l'attention que l'on a premiérement à la surface de la doële, plûtôt qu'à celle de face; soit qu'il soit Secondaire, résultant d'un cintre de face primitif, comme pourroit être au profil le quart d'Ellipse *c h f°*, *parce que nous prendrons toujours dans la suite l'arc-Droit de la Descente pour cintre primitif*, pour éviter les redites touchant les raports des arcs de face de Descente, ou de montée avec

les arcs-Droits, dont nous avons traité au Probl. XII. des Descentes simples, du Tome précédent, où nous avons donné la maniere de le tracer relativement à toutes les situations des faces aplomb, en talud, biaises sans talud, ou avec talud, &c.

Soit donc le demi-cercle, ou la demi-Ellipse G $h^r g$, le cintre de l'Arc-Droit, divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des perpendiculaires à son diametre Gg, prolongées au de-là indéfiniment, qui le couperont aux points $t^1 t^2 t^3 t^4$.

Par un point c, pris à volonté sur le profil de la rampe BL, on lui tirera une perpendiculaire cIK, sur laquelle on portera les hauteurs des retombées 1 t^1 en $c\,a^1$, & 2 t^2 en $c\,a^2$; enfin M h^r en c I, par les points I, a^2, a^1, on tirera des perpendiculaires indéfinies à cK, qui couperont l'arc-Droit AHB du Berceau de niveau, aux points 1", 2", F, & la ligne $h\,c$, de la face de la descente, que je supose aplomb ou en talud, (il n'importe) aux points u^1, u^2.

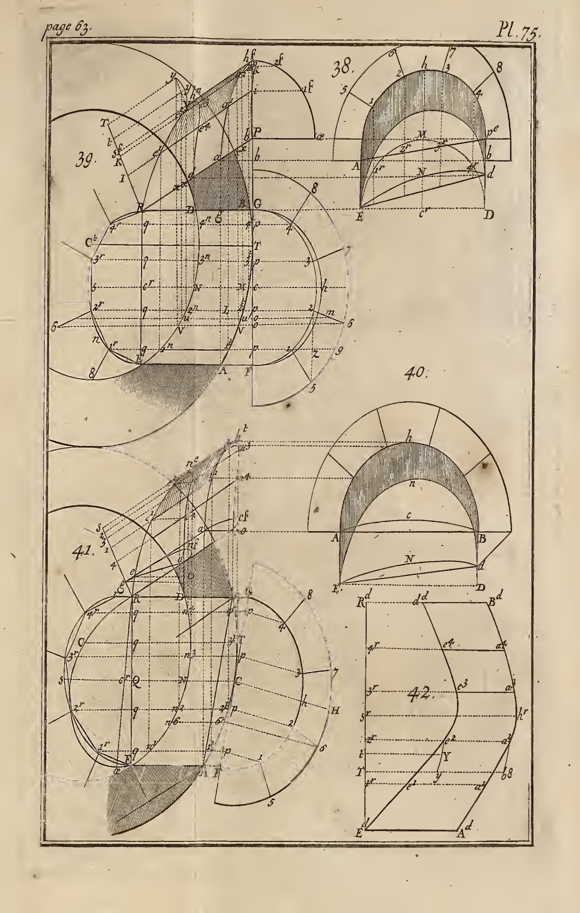
Presentement, nous avons differentes choses à faire, suivant la fin qu'on peut se proposer de tailler les Voussoirs par équarrissement, ou par panneaux & par enfourchement, comme les Voutes d'arêtes, ou par joins de têtes, traversans la doële du Berceau de niveau.

Si l'on veut faire la rencontre de ces deux Berceaux par enfourchement & par équarrissement, comme les Voutes d'arêtes, & les lunettes de Berceaux; il faut en faire la projection sur le plan horisontal AB$b\,a$, en menant par les points trouvez au profil 1", 2", des perpendiculaires sur AB, prolongées au dessous jusqu'à la rencontre des projections des joins de lit de la descente, qu'elles rencontreront aux points p^1, p^2, p^3, p^4, le *Gnomon*, c'est-à-dire la figure en forme d'équerre $q^1 p^1 t^1$ GEB, fera la projection du premier Voussoir, le Gnomon suivant $q^2 p^2 t^2 t^1 p^1 q^1$, fera celle du second Voussoir, celle de la clef sera en forme de T, Qq^e, q^1, p^3, N^3 N$^2 p^2 q^2$, parce qu'elle est la moitié de la croix, qui est la forme de celle de la Voute d'arête.

Par le moyen de ces projections, on peut tailler les Voussoirs par équarrissement, comme ceux des Voutes d'arêtes, observant seulement de donner aux branches de la descente, l'inclinaison du biveau formé sur l'angle de rampe cBD.

Mais si l'on veut operer par panneaux de doële plate, cette projection est inutile; il faut faire le dévelopement de chacune des surfaces des berceaux qui se rencontrent, en particulier.

Pour


38.
39.
40.
41.
42.

POUR le Berceau de niveau, il faut rectifier l'arc du profil B 1^n 2_n, par ses cordes, que l'on portera sur le milieu de la projection de la descente M *m*, sçavoir la corde B 1^n en ON, celle de l'arc 1^n 2^n en NQ, & par les points N & Q, on menera des paralleles à B *b*, qui couperont les projections des joins de lit de la descente anx points 1°, 4°; 2°, 3°, si l'on tire par ces points de l'un à l'autre des lignes droites E 1°, 1° 2°, &c. on aura le Polygone EQ*e*, qui sera le dévelopement du trou, que fait la descente réduite en prisme dans le Berceau de niveau, réduit aussi en prisme par les doëles plates.

AINSI la tête de la premiere doële du Berceau de niveau sera la fig. BE $1^o v$, qui servira aussi pour son égale oposée *e* 4°, tournée en sens contraire; la tête de la seconde doële sera la fig. v 1_o $2^o q$, laquelle servira de même pour le quatriéme Voussoir, en la tournant en sens contraire, &c. la cléf sera droite.

POUR faire le dévelopement des doëles plates de la descente, il faut rectifier l'arc-Droit G $b^r g$, par les cordes de ses divisions 1, 2, 3, 4, & placer la ligne de direction, lorsqu'on le peut, sur la prolongation d'une ligne *c*K, perpendiculaire à la rampe B*c*; mais comme la grandeur de la planche ne nous laisse pas suffisamment de place, nous la poserons en $G^d g^d$, parallelement à D *d*, posant son milieu en m^d, sur la projection de son axe à une distance O m^d, du piédroit du berceau de niveau, qui soit égale à B *c* de la rampe; ainsi pour déterminer les avances des angles de ce dévelopement, on menera par les points u^2, u^1, du profil de sa face de descente *b c*, des perpendiculaires sur la ligne de rampe BL, qui la couperont aux points 1^s, 2^s; puis du point B pour centre, on tracera par ces points des arcs de cercles, qui couperont AB prolongée aux points r^1 r^2, par lesquels on menera des paralleles indéfinies à la directrice G^d g^d.

ON en usera de même pour le côté de la lunette, par les points 1^n 2_n; on menera des perpendiculaires à la rampe B*c*, qui la couperont aux points x^1 x^2, qu'on transportera aussi sur BD, par des arcs qui la couperont en des points, par lequels on menera des paralleles à B *b* ou e^x e^d, puis par les points V^1; V^2, V^3, V^4, $G^d g^d$, qui sont ceux des divisions de l'arc-Droit rectifié par ses cordes, on menera des paralleles à la direction MO, de la descente, lesquelles rencontreront les paralleles à e^x e^d de la lunette aux points N^1, N^2, N^3, N^4, e^x e^d, où seront les angles de concours des panneaux de doële plate, inscrits dans l'arête de la lunette.

LES mêmes paralleles à la direction de la descente donneront aussi

par leurs interſections avec les paralleles à la face G g, les points 1^d, 2^d, 3^d, 4^d, $G^d g^d$, où ſeront les angles des avances des têtes des panneaux de doële plate, à la face de deſcente.

Si par tous ces points trouvez, tant au dévelopement de l'arête de Lunette, qu'à celui de deſcente, on tire des lignes droites, on aura toutes les inclinaiſons des têtes des doëles plates ſur les arêtes des lits, & ſi au lieu de lignes droites, on trace avec une regle pliante une ligne courbe, qui paſſe par ces mêmes points, on aura les contours des extrêmitez des Berceaux de niveau & en deſcente, où ſe forme l'arête de la lunette; leſquels contours quoique extrêmement differens, comme E $1^o 2^o 3^o 4^o e$ du Berceau de niveau, qui eſt tout dans les rentrans, & e^x N1 N2 N3 N4 e^d, qui fait deux angles rentrans en N1 & N4, & deux ſaillans en N2 N3, s'ajuſteront cependant exactement l'un à l'autre, lorſqu'ils ſeront pliez ſur les ſurfaces cylindriques des deux differens Berceaux de niveau & en deſcente, parce que l'arête qu'ils doivent former par leur concours, eſt une courbe à double courbure, que nous avons apellé Ellipſimbre.

Les deux dévelopemens qui donnent les panneaux de doële plate, ſuffiront pour l'exécution du Trait, ſans qu'il ſoit néceſſaire de tracer les panneaux de lits, ſi l'on fait la jonction du Berceau de niveau, avec celui en deſcente par enfourchement, c'eſt-à-dire, avec des Vouſſoirs à deux branches, dont l'une entre dans le Berceau de niveau, l'autre dans le Berceau en deſcente.

Mais ſi l'on vouloit, ſuivant la méthode des Auteurs, les faire tout unis ſans retour, faiſant pénetrer les lits de la deſcente au travers de la doële du Berceau de niveau, il faudroit chercher les courbes des têtes de ces lits, qui ſont viſiblement des arcs Elliptiques, qui ſe redreſſent depuis la clef, où le joint ſeroit circulaire, s'il y en avoit un, comme N^x F, où il ſe confond avec l'arc-Droit, que nous avons ſupoſé circulaire, juſqu'à l'impoſte E, où il devient tout à fait en ligne droite, parce que ce joint devient parallele à l'axe du Berceau.

Il s'agit donc de raſonger les arcs compris au profil entre les lignes 1^n 1 & 5^n 5, 6^n 6, 2^n 2, tirées parallelement à la deſcente par les points 2 & 6, de l'arc-Droit, ſçavoir à la doële en 2, & par le point d'extrados 6; ce que l'on fera de la même maniere, que nous l'avons dit pour les têtes de la porte en tour ronde; on menera par exemple pour le ſecond joint une ligne $2^n p$, perpendiculaire ſur 2^n 2, qui coupera l'extrados 6^n 6 au point p, on diviſera $p\,2^n$ en trois aux points a & b, par où on tirera des paralleles à 2^n 2, qui couperont l'arc 6^n 2^n aux points $x\,y$.

On tracera ensuite dans une figure à part, comme en 46, une ligne P 2", égale à p 2" du profil, laquelle étant divisée en trois également aux points *a* & *b*, on lui menera par les points P, *a* & *b*, des perpendiculaires, qu'on fera égales à celles du profil, sçavoir, P 6" à *p* 6', du profil *a* X égale à *a x*, *b* Y égale à *b y*; & par les points *b*" XY 2", on tracera l'arc elliptique, qui sera la tête du panneau du second lit, qui perce dans le Berceau de niveau. *Fig.* 46.

On trouvera de la même maniere la courbe du premier lit sur le ralongement de l'arc 5" 1", où la courbure est peu sensible, parce que cet arc est fort près du point d'atouchement de la perpendiculaire à la rampe, qui toucheroit le demi-cercle AHB, car la ligne du lit I, I", parallele à cette rampe passe tout près du centre C, de l'arc-Droit du Berceau de niveau.

D'ou il suit par un raisonnement contraire, que si l'on tire à cette rampe *c*B, prolongée vers X, une perpendiculaire T *z*, qui passe par le centre C*d*, elle coupera l'arc-Droit au point T, où sera la terminaison des avances du plus grand joint de tête d'extrados de descente, ou bien le dernier point où l'on puisse avancer la clef de la Lunette; auquel cas le trait des Auteurs devient impossible; il faut alors en revenir à l'enfourchement des Voussoirs à branches, pour racorder les deux Voutes.

Nous ne disons rien des têtes des panneaux de lit à la face de descente, parce qu'il en a été suffisamment parlé au Probl. XII. du Tome précedent, lorsque nous avons traité des descentes simples.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Suposant qu'on fasse la rencontre des deux Voutes par enfourchement, on pourra commencer par la branche du Voussoir, qu'on voudra faire la plus longue, ou par celle qu'on voudra, si elles sont égales; nous commencerons par celle, qui entre dans le Berceau de niveau, par exemple au second Voussoir, dont la projection horisontale est le Gnomon $q^2 p^2 t^2 t^1 p^1 q^1$.

Ayant dressé un parement de suposition horisontale, pour y placer l'arête du lit de dessous à la doële $p^1 q^1$, on fera sur cette ligne une perpendiculaire $p^1 i$; sur laquelle on posera une branche du biveau, ouvert sur l'angle o 1" a^1, ou CB*c* du profil, qui est celui de la rampe avec l'horison, suivant lequel on abattra la pierre dans la même direction, pour avoir aussi l'arête du lit de dessous de la descente marquée au profil 1" a^1, & au plan horisontal p^2 t^2; ensuite ayant ouvert le biveau sur l'angle a^1 1" 5 du profil, on posera une *Fig.* 43 & 45.

de ses branches sur la premiere ligne $q^1 p^1$, l'autre donnera l'inclinaison de la doële plate de la descente, quarrément par l'arête de son lit $p^1 t^1$.

On apliquera sur ce nouveau parement le panneau de doële plate, qui lui convient pour le second Voussoir, marqué au dévelopement $N^1 1^d 2^d N^2$, posant le côté $N^1 1^d$, sur l'autre marquée au profil $1^n u^1$, & le point N^1 du panneau sur le point 1^n, de la rencontre de l'arête du lit de dessous du berceau de niveau, avec celui de la descente; dans cette position, on tracera sur le nouveau parement le contour du panneau $N^1 1^d 2^d N^2$, pour avoir la position des angles N^2 de la lunette au lit de dessus, & 2^d de la face de descente au même lit.

On a donc alors trois points de la doële plate du Berceau de niveau, sçavoir, deux au lit de dessous $q^1 p^1$, & un à l'angle du lit de dessus, représenté au plan horisontal par p^2; ainsi on peut former (par le Probl. I. du quatriéme Livre) la doële plate de la branche du berceau de niveau, & si l'on veut pour verification y en apliquer le panneau de dévelopement V $1^o\ 2^o\ q$.

Les doëles plates étant tracées, il est très aisé d'achever le Voussoir en formant les lits de dessus & de dessous, avec le biveau de doële plate & de tête, sçavoir, avec l'angle $2^{\cdot}\ 1^{\cdot}\ 5$, pour le lit de dessous de la descente, 1, 2, 6, pour celui de dessus; $2^n\ 1^n 7$, pour le lit de dessous du berceau de niveau, & le même pour le lit de dessus, s'il est circulaire, ainsi le Voussoir à deux branches sera achevé en formant les têtes d'équerre aux arêtes des lits dans le berceau de niveau, & même dans celui de la descente, lorsque la branche ne parvient pas jusqu'à la face.

Fig. 44. Pour former la descente à Voussoir simple, sans enfourchement, il n'y a point de difficulté, ayant les panneaux de doële plate, ceux des lits dont les têtes sont concaves, donneront la partie du berceau de niveau, qui forme la tête.

REMARQUE.

Quoique cette derniere construction soit celle du P. Deran, adoptée par Mr. de la Ruë, il est clair qu'elle ne convient pas si bien à la solidité que celle de l'enfourchement, parce que les Voussoirs y tendent à glisser dans le berceau de niveau, n'étant retenus que par le frotement de leurs lits.

Explication Démonstrative.

IL est clair (par le Theor. XX. du premier Livre) que la section formée par la rencontre des surfaces de deux cylindres ou Berceaux, qui se croisent à angle droit, comme dans le cas présent, sans que les axes se rencontrent, est une Ellipsimbre, en quelque situation que soient ces Berceaux à l'égard de l'horison; ainsi il est visible que quelque ligne qu'on prenne pour l'horisontale, comme XB*c*, quoique inclinée à l'horison, pour y faire la projection de cette courbe, il n'en résultera aucun changement de construction de la lunette de niveau dans un berceau de niveau, dont nous avons parlé ci-devant; la seule difference est que le Berceau racheté XAHB, seroit plus grand qu'un Berceau ordinaire, dont les naissances doivent toujours être sur un diametre *a b*, au lieu qu'étant ici sur une corde XB, les parties *a* X, *b* B deviendroient en talud.

C'EST suivant cette supposition, que nous avons fait la projection de la descente, pour avoir les longueurs des arêtes des lits, & leurs avances les unes sur les autres; mais pour éviter la confusion des lignes de l'épure, nous les avons transporté par des arcs des cercles sur une horisontale réelle AB, prolongée pour faire la projection, & le developement du berceau de niveau, ce qui ne change rien aux dimentions, puisque les premieres longueurs trouvées ont été portées sur BR, partie de AB prolongée.

L'APLICATION du Trait sur la pierre sera facile à concevoir, pour peu que l'on y fasse d'attention; nous avons commencé par faire passer une surface horisontale, par l'arête du lit de dessous pour y raporter l'inclinaison de la descente, par une direction perpendiculaire à la commune intersection du plan horisontal avec la doële plate, & du vertical passant parallelement à la direction de la descente avec le vertical, ainsi les biveaux sont bien apliquez pour le Voussoir à branches.

A l'égard de la construction du racordement des deux surfaces à Voussoir simple, il est évident que les surfaces planes des lits de la descente, coupans obliquement la doële cylindrique du berceau de niveau, elles y traceront des portions d'Ellipses, dont les ordonnées sont égales à celles du berceau de niveau, & les abcisses sont entr'elles comme les largeurs des lits 1' 5, 2' 6, à l'égard de leurs projections verticales à l'arc-Droit $a^1 y$, a^2 Y, par le Theoreme premier du deuxiéme Livre.

DEUXIEME CAS.

Descente Droite sur le Diametre de face, qui rachete un Berceau de Niveau obliquement.

Pl. 77. Fig. 50. Soit le rectangle *e* BDE (fig. 50) la projection du plan incliné de la descente, passant par les impostes de niveau B & D, du cintre de face de descente B *b* D, lequel plan incliné est exprimé au profil, par la seule ligne C*f* *e*, élevée en C*f* sur l'horisontale OAB, de la hauteur donnée C*f* B.

Soit aussi le rectangle *g* GFN, le plan horisontal d'un Berceau de niveau, dont la direction exprimée par le côté GE, fait des angles obliques avec la projection CM du milieu de la descente, sçavoir, un aigu GMC, d'un côté, & un obtus FMC de l'autre; de sorte que la partie triangulaire *e* GE de la descente, se trouve comprise dans le berceau de niveau, & de plus une autre partie triangulaire AGE, comme nous l'expliquerons ci-après.

Sur BD, projection du diametre de la face de descente, ayant décrit le cintre primitif B *b*D, circulaire ou elliptique, comme l'on voudra, & l'ayant divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des paralleles à sa direction indéfinies 1 l^1 2 l^2 3 l^3 4 l^4, qui couperont le côté GE, du berceau aux points 1^i, 2^i, 3^i, 4^i.

On portera ensuite les hauteurs des retombées 1 p^1, 2 p^2 *b* C, sur le profil en C*f* f^1, C*f* f^2, C*f* H; par où l'on menera des paralleles indéfinies à la rampe C*f* E, comme HI, f^2 t^2, f_1 t^1.

On fera FN perpendiculaire sur le côté GF, du berceau de niveau, pour avoir le diametre FN de son arc-Droit, qu'on supose donné en plein cintre F b^r N.

Puis ayant prolongé la ligne BG, jusqu'au côté *g*N, qu'elle coupera en O, on décrira sur OG comme diametre, la demi-Ellipse O b^e G, dont le petit axe sera le diametre de l'arc-Droit FN, & sa moitié b^e C, égale à la hauteur de l'arc-Droit C^r b^r, cette demi-Ellipse coupera le profil du plan de descente C*f* *e* au point *a*, d'où l'on abaissera sur OG, la perpendiculaire *a* A, qui coupera OG au point A, par lequel & par le point E on tirera la ligne AE, qui sera la projection du diametre rampant *e a*.

Par les points 1^i, 2^i, 3^i, 4^i, on élevera des perpendiculaires sur le dia-

metre OG, qui le couperont aux points 1°, 2°, 3°, 4°, par lesquels on tracera des arcs elliptiques égaux au premier G ab^e, ce qui est très facile dans la pratique en faisant couler une cerche, ou un panneau sur la ligne OG, parallelement à lui-même, faisant apuyer le point G successivement sur les points 1°, 2°, &c. puis traçant le contour de cette cerche à chaque position, on aura les intersections de ces arcs, avec les profils des joins de lit aux points a $1^t 2^t 3^t 4^t e$, qui détermineront les longueurs de ces joints de lit; si l'on trace par ces points la courbe a I e, on aura la projection verticale de la lunette, que fait le berceau de descente dans celui de niveau à l'arête de rencontre.

Presentement, si l'on abaisse de ces mêmes points $1^t 2^t$, &c. des perpendiculaires sur les projections des joins de lit correspondans, prolongez 1 l^1, 2 l^2, 3 l^3, 4 l^4, on aura par leurs intersections les points l^1, l^2, l^3, l^4, pour les projections horisontales des angles de la même lunette, formez par la rencontre des doëles plates; ainsi l'on tirera de l'un à l'autre des lignes droites, qui formeront le Polygone A h E, pour projection horisontale de la lunette.

Par le moyen de ces deux projections de la lunette, nous formerons facilement les panneaux de la doële plate tout de suite en dévelopement, après qu'on aura tracé l'arc-Droit.

On tirera Cf d perpendiculaire sur le profil de la rampe e C^f, laquelle coupera les profils des joins de lit aux points T & t; on portera la longueur CfT en p^1 1^r & p^4 4^r, Cf t en p^2 2^r, p^3 3^r, & par les points B, 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, D, on menera des lignes droites, qui feront les vrayes largeurs des doëles plates.

Pour en faire le dévelopement, on portera les longueurs de suite sur la ligne Cf d, prolongée vers D^d, à commencer à un point pris à volonté comme L, en 1, 2, 3, 4, D^d (fig. 47.)

On menera par tous ces points L, 1, 2, 3, 4, D^d, des perpendiculaires à la ligne d D^d indéfinies de part & d'autre, dont les longueurs seront déterminées par toutes les paralleles à cette ligne, qui seront tirées des points trouvez au profil de la lunette a $1^t 2^t 3^t 4^t e$, lesquelles les couperont aux points a^d n^1 n^2 n^3 n^4 E^d d'un côté pour la lunette.

Pour le dévelopement de la face de descente, on tirera des paralleles à C$f$$D^d$ par les points f^1 f^2 H, lesquelles couperont les transversales aux points 1^d 2^d 3^d, &c. on menera par tous ces points de terminaison des lignes droites, qui formeront le Polygone a^d E^d D^d L, le-

quel eſt le dévelopement de la doële de deſcente, qui eſt élevée au deſſus de l'impoſte du berceau de niveau du côté, le plus court AB de tout l'intervale du Couſſinet, qui lui eſt ajoûté a^d L B^d A^d.

Presentement il faut former le dévelopement du berceau de niveau, dans la partie qui eſt traverſée par celui de la deſcente, pour lequel on tracera à diſtance priſe à volonté un axe ou directrice g N, parallele à GE, puis par tous les points GA l^1 l^2 l^3 l^4 E, de la projection horiſontale de la lunette, on tirera à cet axe des perpendiculaires indéfinies, ſur chacune deſquelles on portera le dévelopement des cordes de la portion de l'arc-Droit du berceau de niveau, que la lunette retranche.

C'est pourquoi par les mêmes points l^1 l^2, &c. on menera des paralleles à GE, qui couperont l'arc-Droit Fb^r N aux points r, z, x, y.

On portera donc ſur la ligne l^4 4^n, la rectification des cordes de l'arc Fr pris depuis l'impoſte inférieure F juſqu'à la hauteur r, qui correſpond au point l^4, à commencer au point K_4, de l'axe de dévelopement juſques en 4^n, où aboutit la corde de cet arc; de même on ajoûtera la corde de l'arc rx, qui répond au point l^3, depuis K^3 de l'axe juſqu'en 3^n, & en continuant, la longueur xy en k^2 2^n, &c. ſi l'on tire par les points trouvez $æ$ 4^n 3^n, &c. des lignes droites, on aura le Polygone $æ$ 2^n $a^o g$, qui eſt le dévelopement des doëles plates du berceau de niveau à leur rencontre avec la deſcente, dont le diametre rampant eſt la ligne $æ$ a^o, & le reſte en triangle $a^o g$ $æ$, eſt une partie de dévelopement du berceau au deſſous du diametre de la lunette.

Les angles des têtes des panneaux de doële plate, qui doivent ſe joindre à l'enfourchement étant trouvez, comme nous venons de le dire; il s'agit de *trouver le Biveau*, c'eſt-à-dire, l'angle que ces ſurfaces planes doivent faire entr'elles.

Prenant pour exemple le Vouſſoir à branches de l'enfourchement d'un ſecond rang, comme 3, 4, on ſe contentera de prendre la projection d'une partie de chacune des doëles plates de niveau, & en deſcente compriſes dans le parallelograme l^3 R l^4 Q.

Fig. 48. On tranſportera cette projection en une figure à part (fig. 48,) comme 3 r 4 q, dont on prolongera la diagonale 4, 3, indéfiniment vers X, de même que le côté 4 r vers i, on élevera au point 3 la perpendiculaire 3 x, qu'on fera égale à la hauteur $f x$ de la figure 50, qui eſt la difference de hauteur des points l^3 & l^4 de la lunette.

On tirera x 4, ſur laquelle on fera une perpendiculaire x p, qui rencontrerra

44.

43.

45.

46.

rencontre 4 X en *p*, par où on menera à la même 4 X une perpendiculaire *y i*, qui coupera 4 *r* prolongée en *i*.

On élevera enfuite fur le côté 3 *r* la perpendiculaire 3 *d* égale à 3 *x*; on fera l'angle 3 *d e* égal à celui de la defcente BC*f a*, dont le côté *de* coupera *r* 3 *e* en *e*, par les points 4 & *e*, on tirera une ligne 4 *y*, qui coupera la perpendiculaire *py*, au point *y*; enfin on portera la longueur *p x* en *p* X fur la diagonale 4. 3 prolongée; fi l'on tire du point X aux points *y* & *i*, des lignes droites, elles comprendront l'angle *y* X *i*, *que l'on cherche*, pour affembler les panneaux des doëles plates de rencontre des berceaux en defcente, & de niveau.

Il faut remarquer que dans ce Trait non plus que dans le précedent, nous n'avons pas fait mention de panneaux de lit, parce qu'ils ne font pas néceffaires pour les Vouffoirs d'enfourchement, en fuivant notre méthode; il font feulement néceffaires pour les têtes des defcentes, defquelles nous avons fuffifamment parlé au Tome précedent, en parlant des Voutes fimples; il eft inutile d'en repéter la conftruction; on pourra y avoir recours en cas qu'on ait oublié la maniere de les faire.

Quant à l'intervale de chaque lit entre la tête d'entrée, & celle de la lunette, on fçait qu'il doit être incliné à la doële, fuivant la coupe de lit & de doële prife à l'arc-Droit, felon la maxime génerale pour toutes fortes de Berceaux.

Aplication du Trait fur la Pierre.

Ayant dreffé un parement pour fervir de doële plate de la defcente, ou du berceau de niveau, fuivant la convenance de l'apareil, on y apliquera le panneau deftiné pour le rang dont il eft dans l'un ou l'autre Berceau, lequel eft tracé à l'épure, prenant pour exemple le fecond de la defcente $l^3\ p^3\ p^4\ l^4$, dont le panneau eft à la fig. 47, le trapeze $n^4\ 4^d\ 3^d\ n^3$, ou feulement une partie de ce panneau, on en tracera le contour fur le parement, puis avec le biveau trouvé *y* X *i*, de la fig. 48, on abattra la pierre au long du côté $3^{\cdot}$ 4 de la figure 49, pour avoir un nouveau parement 4 *c d* 3, fur lequel on apliquera le panneau de doële plate du berceau de niveau, qui doit s'y joindre, marqué (à la figure 51,) $c\ 3^n\ 4^n\ d$, dont on tracera le contour; enfin avec les biveaux de lit & de doële, pris à l'arc-Droit de la defcente, $7\ 3^r\ 4^r$, pour le lit de deffus, & $8\ 4^r\ 3^r$, pour celui de deffous; on abattra la pierre pour former les lits, fuivant les côtez tracez par le moyen du panneau de doële,

on en uſera de même pour les lits du berceau de niveau, dont les coupes ſe prendront ſur l'arc-Droit N b^r F.

Explication Démonſtrative.

La conformité de ce Trait avec le précedent, fait ſenſiblement apercevoir les raiſons de ſa conſtruction, dans ce qui concerne la maniere de trouver les panneaux de la doële plate, par la voye du dévelopement des deux ſurfaces, l'une du Berceau en deſcente, dont les longueurs des joins de lit ſont priſes ſur le profil de la rampe, parce qu'elles ſont racourcies dans la projection horiſontale, qui ne lui eſt pas parallele.

L'autre dévelopement qui eſt celui du berceau de niveau, eſt formé ſur la projection horiſontale de la lunette, qui donne la juſte meſure des intervales des angles de rencontre des doëles plates de l'un & de l'autre berceau; & l'arc-Droit Fb^r N dévelopé, c'eſt-à-dire rectifié, donne les éloignemens *k n* de l'intervale vuide, que forme la lunette en deſcente dans le berceau de niveau, ce qui eſt entierement conformé à la conſtruction précedente.

Il faut ſeulement expliquer ce qui eſt particulier à celle-ci, qui conſiſte dans la maniere d'aſſembler ces differens panneaux de doële plate, pour leur donner l'inclinaiſon, qu'ils doivent avoir entr'eux, parce que nous ne trouvons pas la même facilité qu'au précedent de les aſſembler, par une ſupoſition de plan horiſontal, l'angle de la direction de la deſcente étant oblique à celle du berceau horiſontal; or les angles des plans doivent toujours être pris ſur des perpendiculaires à leur commune interſection.

Fig. 48. Il eſt démontré au Probleme XIV. qui eſt le dernier du troiſiéme Livre, que ſi les deux plans, dont les projections ſont les triangles 3 *q* 4, 3 *r* 4, ſont également inclinez au vertical, dont la projection eſt la ligne 3· 4, leurs interſections avec le plan horiſontal, ſeront les lignes 4 *i*, 4 I, équidiſtantes du milieu P, & que par la conſtruction de ce Probl. l'angle IX*i*, ſera celui de l'interſection mutuelle de ces plans.

Dans le cas préſent ces plans ſont inégalement inclinez à l'horiſontal, exprimé par la ligne *e r*, paſſant par le point 3, ſçavoir, la doële plate qui eſt dans le berceau de niveau, ſuivant ſa hauteur *s x* de la figure 50, égale à *d* 3 de la fig. 48, & la retombée *f r*, qui répond entre mêmes paralleles à *b* R, égale à 3 *r* de la figure 48, par conſéquent la ligne *d r* exprime ſon inclinaiſon à l'égard d'une verticale 3 *d*, ſuivant la direction de la deſcente.

Presentement pour trouver suivant la même direction la pente de la doële en descente, il faut remarquer que nous ne connoissons que la hauteur du point *d*, l'angle droit *e* 3 *d*, & l'angle de rampe G *e a* de la figure 50, & non pas la retombée ou sa valeur, comme au plan précedent; c'est pourquoi nous faisons l'angle 3 *d e*, égal au complément de G *e a*, qui nous donne par l'intersection de son côté *d e* la valeur *e* 3 de cette retombée, donc l'angle *e d r* exprime en profil l'inclinaison des deux plans, & comme la ligne *e r* n'est pas, ou peut ne pas être perpendiculaire à la diagonale 4 3, quoiqu'elle soit dans le même plan que la ligne *y i* aussi horisontale, l'angle ne doit être mesuré que suivant le plan, qui passe par cette ligne, & le point *x* en l'air, représenté par la construction en *y* X *i*, qui doit être supposé renversé du haut en bas, & tourné de droit à gauche, pour être dans sa situation naturelle, parce qu'il est saillant, formant l'arête de la lunette, & non pas un angle rentrant; mais on sçait que l'angle d'un biveau doit être le contraire de celui qu'on veut former.

TROISIEME CAS.

Descente Biaise par son entrée de Niveau, rachetant un Berceau de Niveau obliquement.

Dans les exemples des deux cas précedens, nous avons supposé que le plan de descente, passant par les impostes du berceau incliné à l'horison, c'est-à-dire, le plan de rampe, étoit perpendiculaire aux plans verticaux, paralleles à son axe, d'où il résultoit que le profil ou la projection verticale de ce plan de rampe étoit exprimée par une seule ligne droite, & que le diametre de l'arc-Droit, & celui de face y étoient exprimez par un seul point, parce que ces deux cintres avoient un diametre horisontal commun. Pl. 78. Fig. 52.

Presentement nous suposons que la face de descente DE, est oblique à la direction CM; mais cependant que le diametre de son cintre DE est de niveau, d'où il suit que le plan de rampe devient incliné au plan vertical, passant par la direction CM, & par conséquent que l'arc-Droit devient rampant, comme nous l'avons dit au Probleme XII. en parlant des *Voutes simples*, page 171; ainsi ce plan de rampe a deux inclinaisons, l'une suivant la direction, l'autre d'une imposte à l'autre, c'est-à-dire en travers, suivant ses côtez.

D'ou il suit que ce plan ne peut plus être exprimé au profil par une seule ligne de même espece, ni par un parallelograme, comme aux

Voutes ſimples, mais par un trapeze RAFE^{f}, qu'il faut trouver, comme nous allons le dire,

Fig. 52. Soit AKIB (fig. 52,) le plan horiſontal d'un berceau de niveau, & DA*g* E, la projection d'une deſcente biaiſe, dont le plan de rampe rencontre celui de niveau, ſuivant la ligne A *g*, de ſorte qu'il entre dans le berceau de niveau de la partie triangulaire BA*g*, parce qu'il coupe la doële du berceau de niveau, ſuivant une ligne courbe L A elliptique, laquelle avance en L au-devant de B, d'une longueur BL, égale à la retombée de la hauteur *f*L, de l'arc du berceau de niveau, où le côté E*g* de la deſcente coupe celui du berceau de niveau.

Ainsi ayant fait ſur le côté DA l'angle DAR, égal à celui de rampe, on lui fera en D la perpendiculaire DR, qui coupera la ligne de rampe en R, par où on menera l'horiſontale RE^{f}, égale à l'obliquité E *r* de la face DE, ſur la perpendiculaire D *r* à la direction CM.

Par le point E^{f} on menera E^{f}G, parallele à RA, le rectangle AGE^{f}R ſera le profil du plan de rampe, prolongé juſqu'à l'horiſontal DK; mais à cauſe que ce plan rencontre la doële du berceau horiſontal AKIB; il faut chercher la partie triangulaire FAG de ce plan, qui eſt retranchée par la ſection de la doële.

Ayant tiré BI perpendiculaire à BA, on décrira l'arc-Droit BHI, du berceau de niveau circulaire ou elliptique, & ſur DA prolongée en K, juſqu'à la rencontre de ſon côté IK, on décrira une Ellipſe A *b* K, avec les deux axes donnez, ſçavoir, AK pour le grand, & BI pour le petit axe.

Par le même point B, on menera une perpendiculaire à DA, qui coupera E^{f}G, (étant prolongée) en *b*, la ligne *b* A ſera le diametre de la projection verticale de la ſection plane ſur BA, ſur le point A on élevera une verticale AT.

On tirera enſuite par *b* une parallele à DA, qui coupera AT en V, par où on menera V *o* parallele à RA, qui coupera l'arc A *x b* au point *x*, d'où on tirera une parallele à DA, qui coupera E^{f}G au point F, & la ligne AT au point *u*; on portera *x u* de B en L ſur EB prolongée, le point L ſera la projection de la rencontre de l'impoſte de la deſcente, avec la doële du berceau de niveau, laquelle impoſte eſt repréſentée en profil par la ligne E^{f}G, où cette même ſection eſt repréſentée par le point F; de ſorte que ſi l'on tire de chacun de ces points des lignes au même point A, le triangle mixte BLA, dont LA eſt el-

liptique, repréſente à la projection horiſontale, celui que le plan de rampe retranche de la doële du berceau de niveau, lequel eſt auſſi repréſenté au profil par le triangle mixte OFA.

Presentement, ſi l'on ſupoſe un plan vertical, paſſant par les points L & A, il coupera la doële de la deſcente, ſuivant un arc rampant, exprimé au profil par F h^i A, dont nous pouvons, faire uſage pour trouver la projection horiſontale de l'arête de rencontre des deux berceaux, & même une projection inclinée ſur le plan de rampe, comme on va le dire.

Ayant fait ſur le diametre d'entrée de deſcente DE, le cintre primitif DSE, ſes diviſions en Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, & les projections de ſes joins de lit, ſuivant la direction du berceau à l'ordinaire, p^1 5 p^2 6, &c. prolongez indéfiniment, qui couperont la ligne LA aux points 5 6 7 8, on menera par ces points des perpendiculaires ſur DA, auſſi prolongées indéfiniment, qui couperont la ligne FA aux points a^1, a^2, a^3, a^4, ſur leſquels on portera les hauteurs des retombées du cintre primitif correſpondantes, ſçavoir 1 p^1 en a^1 1^i, & a^4 4^i, 2 p^2 en a^2 2^i & a^3 3^i, & par les points F 4^i 3^i, 2^i 1^i A, on tracera l'arc rampant F h^i A.

Par tous les points trouvez i, i, on menera des paralleles à DA, qui couperont la verticale AT aux points f^1, f^2, f^3, f^4, par leſquels on menera des paralleles à la rampe RA, qui couperont l'arc A x h^e, aux points 3, 2, 4, 1, & en un point au deſſous de x, provenant du point u, lequel point n'eſt pas marqué pour éviter la confuſion de la figure, qui eſt déja fort chargée en cet endroit de lignes & de lettres.

Par les points 3, 2, 4, 1, de l'arc AK, on abaiſſera des perpendiculaires ſur le diametre AK, qui le couperont aux points k, l, m, n, par leſquels ſi l'on mene des paralleles à AB, leurs interſections avec les projections des joins de lit, donneront les points l^1, l^2, l^3, l^4, où feront les angles de rencontre des doëles plates des berceaux en deſcente, & de niveau, *qu'il falloit premierement trouver.*

Si au lieu de tirer par ces mêmes points des perpendiculaires à l'horiſontale AK, on en tire d'autres à la ligne de rampe RA, prolongées juſques aux projections correſpondantes des joins de lit, on aura une eſpece de projection inclinée ſur le plan de rampe AN¹ N² N³ N⁴ B, dont on peut faire uſage pour le Trait, pourvû qu'on prenne bien garde de diſtinguer les ſupoſitions de plan horiſontal, & de plan de rampe changé en horiſontal; car la partie Bg égale à GA,

qu'elle répresente, doit être alongée, suivant la distance z A; mais comme cette projection inclinée, ne pourroit servir que pour trouver les têtes des panneaux de doële plate de la descente à l'enfourchement, nous allons y pourvoir par le moyen d'en faire le dévelopement.

Il faut auparavant supposer l'arc-Droit, formé par les moyens que nous avons donné au Tome précedent, en parlant des descentes simples, page 181, lequel arc est rampant, ou bien pour ne pas renvoyer le Lecteur, on peut le chercher par le moyen du profil, qu'on vient de faire de l'arc FbA.

Par tous les points 1^i, 2^i, 3^i, 4^i, on abaissera des perpendiculaires sur cette ligne AR, & par tous les points a^1 a^2, des paralleles à la même AR, qui couperont les perpendiculaires précedentes prolongée en des points qui détermineront les ordonnées de l'arc-Droit rampant Db^r R^o, qu'on portera sur la diametre DR^o trouvé, comme nous l'avons dit au lieu cité, pour les Voutes simples.

L'Arc - Droit étant tracé, on aura toutes les largeurs des doëles plates, néceſsaires pour en faire le dévelopement.

Fig 53. On placera à volonté une directrice A^d R^d (fig. 53,) sur laquelle on porterade suite les largeurs inégales D1^r, 1^r 2^r, 2^r 3^r, &c. de la fig. 52, en A^d, 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, R^d, (de la fig. 53,) & l'on tirera par tous ces points A^d, &c. des perpendiculaires à la directrice, qui formeront le dévelopement d'un berceau Droit; mais comme il est coupé obliquement par la rencontre de celui de niveau, il faut en chercher les reculemens d'échancrure.

On commencera par porter la longueur A z, prise sur AR à la figure 52, de R^d en g^d, pour tirer g^d A$_d$, qui sera une seconde directrice biaise, représentant g A, on prendra ensuite la longueur GF, du profil de la figure 52, qu'on portera en g^d B^d de la fig. 53, pour avoir le point de l'imposte B^d le plus reculé.

Pour les autres on tirera par les points $a^1 a^2 a^3 a^4$ du profil, des paralleles à l'horison, qui couperont la verticale AT, en des points qu'on ne peut désigner par des lettres à la figure, parce qu'ils sont trop près les uns des autres, desquels on menera des paralleles à la rampe RA, jusqu'à l'horisontale AK, comme xo, ym, &c. lesquelles seront coupées par des perpendiculaires à la rampe, provenant des points trouvez sur l'arc Ab^e en 3, 2, 4, 1, qui sont ceux de rencontre de la descente avec l'arc-Droit à chaque joint de lit; les intervales de ces paralleles à la rampe, qui restent entre l'horisontale AK, & leurs sec-

47.

48.

49.

Coussinet

50.

tions avec les horiſontales correſpondantes, provenant des points $a^1\ a^2\ a^3\ a^4$ de la ligne FA, feront les reculemens, qu'il faut porter depuis la ſeconde directrice $g^d A^d$ de la figure 53, ſur les joins de lit du dévelopement en $1^d\ 2^d\ 3^d\ 4^d$, &c. par exemple, ſupoſant que la perpendiculaire $3y$, coupe la ligne $y\ m$, provenant du point a^3, par le moyen de l'horiſontale menée par a^3, juſqu'à la verticale AT, qu'elle coupera en un point au-deſſous de u, d'où eſt tirée la ligne $u\,m$, parallele à la rampe RA, l'intervale $y\ m$ ſera porté au dévelopement du point a^3 en 3^d, ainſi des autres.

On peut remarquer que les points 3, 2, 4, 1, de l'arc A b^e, s'avancent ou ſe reculent vers T, ou vers r, d'une ligne T r parallele à RA, que l'on a tiré pour ne pas faire le renvoy de ces avances ſur la ligne RA prolongée, où les lignes multipliées, auroient cauſé trop de confuſion; d'où il ſuit que les têtes de doëles plates $1^d\ 2^d$, $2^d\ 3^d$ ſe reculent inégalement des lignes droites, qui ont ſervi de directrices au dévelopement.

Il n'eſt pas néceſſaire de parler ici du dévelopement de la fig. 54, qui eſt celui de l'échancrure, que le berceau en deſcente fait par ſa pénétration à la ſurface de celui qui eſt de niveau, parce qu'il ne differe de ceux dont nous avons parlé aux deux Traits précedent, qu'en ce qu'il eſt rampant ſur ſon diametre $a\,l$, dont la poſition ſe trouve en portant la corde A x de la fig. 52, en I l de la figure 54, ſur l'inclinée I l, où le point I provient de B, & l du point L, comme la figure le montre.

Le reſte du Trait concernant les biveaux de lit & de doële, & de doële plate de deſcente avec la correſpondante de niveau, ſe fera de même auſſi qu'aux Traits précedens.

L'Aplication du Trait ſur la pierre ſera auſſi exactement la même.

Nous ne parlons point ici des panneaux de lit, parce que ſuivant notre méthode ils ſont inutiles pour les Vouſſoirs d'enfourchement, & que pour la face de deſcente, ils ont été donnez aux Traits des Voutes ſimples en deſcente au Probleme XII. auquel on pourra avoir recours.

Il eſt viſible que ſi l'arc de face biaiſe, dont le diametre a été ſupoſé de niveau étoit rampant, & l'arc-Droit de niveau, ce Trait deviendroit beaucoup plus ſimple & plus facile, parce que le plan de rampe n'auroit plus qu'une inclinaiſon; d'où il ſuivroit que ſa ſection avec l'ho-

rison seroit d'équerre en AP, & que le profil de ce plan ne seroit plus qu'une ligne droite RA.

REMARQUE.

Il faut ramarquer, que supposant le diametre du cintre de face de niveau, plus il aprochera du parallelisme du côté AB, du berceau de niveau, moins l'arc d'arête d'enfourchement sera rampant; de sorte que si DE étoit plus oblique, comme en DQ, qui est parallele à AB, les impostes de la lunette deviendroient tout à fait de niveau, & au contraire la difference sera d'autant plus grande, que la face aprochera de la perpendiculaire D *r*.

Explication Démonstrative.

Nous avons rendu raison au Probl. XII du Tome précedent, page 178, pourquoi l'obliquité de la face de descente à l'égard de la direction horisontale causoit une double obliquité dans le plan de rampe; il nous reste à rendre raison de la maniere que nous avons employé pour trouver les projections horisontale & inclinée de la rencontre des deux berceaux.

Nous supposons un plan vertical, passant par les naissances A & L de l'arc, ou arête de l'enfourchement, & parce que cette arête est à double courbure, elle avance en surplomb au-delà de la ligne droite AL, selon des distances horisontales, qu'on auroit pû mesurer par des perpendiculaires sur AL, par les retombées de l'arc - Droit du berceau de niveau BHI; mais à cause que ces avances doivent se prendre le long des joins de lit, qui lui sont obliques, on a décrit le cintre de section oblique parallele à ces lits, qui est la demi-Ellipse A h^{e} K, laquelle représent seule toutes ses égales, qui couperoient les plans verticaux, passans par les projections de lit $p^{1}\ l^{1}$, $p^{2} l^{2}$, $p^{3}\ l^{3}$, $p^{4}\ l^{4}$, prolongez au travers du berceau de niveau.

Considerant ainsi un plan vertical sur la ligne DK, la ligne verticale TA représentera la section du plan vertical sur LA, avec ce premier, & parce que nous avons fait la projection verticale de sa section à l'arc rampant F h^{e} A, & transporté toutes les hauteurs de ses divisions sur TA, il est visible que toutes les lignes menées par ces hauteurs $f^{3} f^{2} f^{4} f^{1}$, parallelement à la rampe RA, représenteront exactement les joins de lit de la descente; par conséquent aussi leur section avec l'arc vertical Ah^{e}, du berceau de niveau aux points 3' 2' 4' 1', lesquels points étant transportez par la projection sur l'horisontale AK, marqueront exactement

exactement les avances de la lunette ſur le côté AB, du berceau de niveau, & parce que cette ligne AK, repréſente toutes les prolongations des projections des joins de lit, il eſt viſible qu'en tranſportant les points d'avance trouvez ſur chaque joint en particulier, par le moyen des paralleles au côté AB, on les arangera chacun à leur place; par conſéquent la projection horiſontale de la Lunette eſt bien faite.

Quant à la projection inclinée ſur le plan de rampe, il eſt viſible que ſi l'on tire par le point A, le plus avancé de la rampe une ligne Aſ, perpendiculaire à AR, elle pourra être conſiderée, comme la projection verticale d'un plan perpendiculaire à celui de rampe, qui coupe tous les lits de la deſcente au dedans, ou au dehors de l'arête d'enfourchement; dans ce Trait cette arête eſt partie dedans, comme depuis x juſqu'à 2, & partie au dehors comme le joint marqué 3, & comme la ſection du plan de rampe, avec celui des impoſtes du berceau de niveau, *eſt donnée* en Ag, ſur lep lan horiſontal par une ligne droite parallele à DE, nous la faiſons ſervir de directrice du dévelopement, parce que la directrice à l'angle droit ſur la direction horiſontale de la deſcente tombe au deſſous de l'horiſon en AP, à cauſe de l'obliquité tranſverſale du plan de rampe, ce qui n'arriveroit pas, ſi ce plan n'avoit d'autre inclinaiſon que celle de la deſcente, ſuivant ſa direction.

QUATRIEME CAS.

Lunette rampante biaiſe, faite par un Berceau biais en Deſcente, qui en rachete un autre par le bout.

On peut dire que le Trait, dont il s'agit eſt le même que les deux précedens avec quelques circonſtances differentes; l'une que le berceau en deſcente ne rachete pas celui de niveau à ſes impoſtes, ou à ſes piédroits; mais au deſſus dans la Voute même; l'autre que le biais eſt ſupoſé ſi grand, que la direction horiſontale de la deſcente fait un angle très oblique avec celle du berceau de niveau.

Sur cet expoſé il ſemble inutile d'en donner un exemple; mais parce que le P. Deran s'y eſt broüillé plus que ſon Graveur, dont il ſe plaint, & que Mr. de la Ruë n'en a rien dit, j'ai cru que je ne devois pas en faire de même, ſans cependant m'attacher à corriger le Trait du P. Deran; parce qu'ayant ſuivi une méthode differente de la ſienne dans les deſcentes, je ne dois pas m'en écarter ici; mais au contraire en faire voir l'étenduë à toutes ſortes de cas, & la facilité.

Pl. 79. Fig. 55. Soit (fig. 55.) ABED, le plan horifontal de la lunette, percée dans un mur, qui termine obliquement & en defcente, ou fi l'on veut perpendiculairement un berceau de niveau IVXK, dans lequel la lunette foit percée obliquement, en forte que la direction horifontale DK, faffe un angle fort aigu ADI, ou fort obtus FDK, avec celle du berceau de niveau.

Il faut ici, comme par-tout où il peut y avoir plufieurs cintres, fe déterminer au choix du primitif, faifant attention aux changemens, que caufe le cintre de face, donné de niveau rampant; car s'il eft de niveau l'arc-Droit fera rampant, & le plan de *l'Abajour* incliné au plan vertical, & comme cette inclinaifon eft défagréable à la vûë par dedans, nous fupoferons le diametre de l'arc-Droit de niveau circulaire, ou fi l'on veut elliptique, dont un des axes foit de niveau.

Soit donc dbb^r, l'arc-Droit de la defcente divifé en fes Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, par lefquels on menera autant de paralleles à fa direction horifontale, qui rencontreront le côté KX, du berceau de niveau aux points LMNOP, par lefquels on élevera des perpendiculaires au côté de la defcente DA, prolongé en K, qui couperont ce côté aux points *l*, *m*, *n*, *o*, *p*.

Soit auffi le demi-cercle FHG, l'arc-Droit du berceau de niveau fait fur une ligne FG, perpendiculaire aux côtez IV, KX, prolongez en F & G.

On fera fur KD, comme grand axe, & avec CG ou CH, pour petit axe, une Ellipfe K*a*D, qui fera la fection oblique d'un plan vertical, paffant par la direction DA prolongée, fur laquelle ellipfe on pourra former un panneau ou une cerche, pour en repéter le contour, en traçant à chaque joint des Ellipfes égales, comme nous le dirons ci-après.

On fera enfuite le profil de la defcente fur la ligne KD, prenant la ligne DR pour hauteur donnée jufqu'à l'impofte la plus baffe de l'arc de face, qui fera rampant fuivant notre fupofition de l'arc-Droit donné, & l'angle DR*p*, égal au complément de celui de la defcente, qu'on fupofe auffi donné, ou pris à fantaifie.

Du point R pour centre, & de l'intervale ca^r, de l'arc-Droit, fupofé circulaire, on décrira un quart de cercle $q\,1^r\,2$ S, terminé par RS, perpendiculaire fur *p* R, & divifé également aux points 1, 2, S, comme l'arc-Droit aux points 1, 2, *b*, & par les points 1, 2, S, on menera des paralleles à la ligne de rampe *p* R, prolongées indéfiniment, comme *f*S, 2 3^f, 1 4^f, par le bas, & pouffées vers le haut jufqu'à la ligne DT, lefquelles lignes feront les projections verticales des

joins de lit équivalentes chacune à deux; ſçavoir, au joint de la droite, & de la gauche du berceau, parce qu'on ſupoſe le plan de rampe *p*R, perpendiculaire au plan vertical, & les aſſiſes de droite & de gauche d'égales hauteurs, par conſéquent qu'un même plan paſſe par les joins de lit, paralleles au plan de rampe.

Cela ſupoſé.

Ayant poſé le bout du panneau, ou de la cerche, faite ſur l'Ellipſe KSD, on marquera le point *a*, où ſon contour coupe la ligne de rampe *p*R, pour la naiſſance la plus baſſe de l'arête de la lunette, dont le point A eſt la projection.

On fera enſuite couler le panneau ou cerche ſur l'axe horiſontal KD; en ſorte que le point K ſoit avancé en *l*, où la perperdiculaire L*l* coupe l'axe KD, alors le contour de cette cerche coupera la projection verticale du premier joint 1 1^f au point 1^f.

On fera de même couler le même panneau ſur KD; en ſorte que ſon bout K ſoit poſé en *m*, & l'on marquera le point 2^f, où ſon contour coupe la ſeconde ligne, qui eſt la projection verticale du joint 2 2^f, on le pouſſera enſuite en *n*, pour marquer ſa rencontre avec la troiſiéme 3 3^f, au point 3^f, on continuera à le faire couler en *o*, pour marquer l'interſection de la même ligne au point 4^f; enfin on le pouſſera en *p*, pour avoir l'interſection avec la ligne de rampe en *b*; qui ſera la naiſſance haute de la lunette, dont B eſt la projection.

Par tous les points trouvez, on menera des lignes droites, qui ſeront les cordes des doëles plates à l'enfourchement, & ſi l'on mene une ligne courbe arondie de l'un à l'autre, on aura la courbe *a* $1^f 2^f 3^f 4^f$ *b*, qui ſe croiſe en *x*, ce qui marque qu'en cet endroit, il y a deux points opoſez qui ſont de niveau, parce que cette courbe eſt la projection verticale de l'arête de l'enfourchement de la lunette.

Par le moyen de cette Courbe, on fera la projection horiſontale, en abaiſſant de tous ces points des perpendiculaires, qui rencontreront les projections horiſontales des joins de lits correſpondans, où ſe trouve un des chifres, ſçavoir *a* A, donnera le point A ſur l'impoſte AD; 1^f 1^p, donnera le point $1p$ ſur la projection 1 L, la ligne 2^f $2p$, donnera le point 2^p ſur 2 M, 3^f 3^p, &c.

Et par tous les points trouvez A, 1^p, 2^p, 3^p, 4^p, B, on tracera la projection horiſontale de l'arête d'enfourchement de la lunette, & l'épure ſera faite.

Les panneaux de doële plate de la descente auront leur longueur donnée par le profil, & leur largeur sur l'Arc-Droit; ainsi on comptera de part & d'autre de la ligne RS, qui est la projection verticale de l'arc-Droit les longueurs R a, R b, la longueur o 1^f sera le second côté du premier Voussoir, dont la largeur sera la corde q 1 ou d 1, au plan $d^r\ b\ b^r$, en continuant à compter seulement depuis l'arc-Droit, on aura les longueurs o 1^f & o 2^f, pour le second Voussoir avec la corde de l'arc-Droit 1 2 pour largeur, & ainsi des autres qu'on peut prendre & ranger desuite en dévelopement, comme on a fait à la figure 52, de la planche précedente.

Les panneaux de doële plate du berceau de niveau se trouveront par le moyen du dévelopement de la projection horisontale, suivant son arc-Droit FHG, lequel donnera l'intervale des lignes A a^n, 1^p 1^n, mesuré par la corde a^n 1^n; l'intervale des lignes 1^p 1^n 2^p 2^n, par la corde 1^n 2^n, & ainsi des autres directions du berceau de niveau jusqu'à son arc-Droit, comme nous l'avons dit aux trois Traits précedens, dont celui-ci n'est qu'une espece de repétition.

Les biveaux de doële à l'enfourchement se trouveront de même qu'il a été dit au Probleme quatorziéme, du troisiéme Livre, & cidevant page 72.

Et enfin les biveaux de doële & de lit se trouveront sur l'arc-Droit aux angles 3 1 x, 1 2 y, ce qui suffit pour tailler toutes les faces des Voussoirs.

Corollaire.

De cette construction suit la maniere de faire les abajours en lunette sentieres, ou en façon de puits inclinez, tels que sont ceux des *Tours Bastionnées* de Landau; il ne s'agit que de faire les profils & projections verticales & horisontales du berceau en descente dans un double contour au lieu qu'ici ils n'est qu'à moitié, suposant le cintre de face, comme l'on voudra; mais si on le fait circulaire comme ausdites Tours, l'arc-Droit devient une Ellipse si surbaissée à cause de la roideur de la ligne de rampe, qu'il donnera très peu de jour; ce raport de l'arc de face & de l'arc-Droit a été suffisamment expliqué au Probleme XII. du Tome précedent, en traitant des Voutes simples en descente.

52.

54.

53.

CINQUIEME CAS.

Lunette ou Berceau en descente, qui en rachete un de Niveau par le bout, suivant la même Direction.

Nous avons supofé dans le cas précedent, que les directions horisontales de la descente, & du berceau de niveau se croisoient, ici nous supofons que quoique l'axe de la descente fasse un angle avec l'horison, cet angle est dans un plan vertical parallele à la direction du berceau de niveau ; cette difference ne change pas la nature de la courbe d'arête de rencontre des doëles, qui est toujours une Ellipsimbre, par le Theor. XIX. du premier Livre, mais elle change un peu la construction du Trait.

Soit fig. 56, XC l'axe du berceau de niveau, & Mm, la projection horisontale de celui en descente, qui lui est parallele (par la supofition) à la distance donnée cm. Fig. 56.

Soit DE, le diametre du berceau de niveau, dont le milieu est C, on portera la distance cm de C en c, où sera le milieu du diametre du berceau en descente vû par le bout.

Du point C pour centre, on décrira l'arc-Droit du berceau de niveau, que nous supofons un demi-cercle, ou une demi-Ellipse AHE, & du point c on décrira le cintre primitif A h B, du berceau en descente, quel qu'il soit, circulaire ou elliptique, pris à l'arc-Droit, ou à l'arc de face Droite, lequel sera divisé en ses Voussoirs au point 1, 2, 3, 4, par lesquels on menera des verticales A a^n, 1 2^1, 2 2^2 3 2^3, 4 2^4, B b^n, qui couperont le cintre du berceau de niveau aux points 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, pour lesquels on menera des paralleles à DE indéfinies.

Sur l'horisontale N a^n on fera l'angle de rampe donné NGR, dont le sommet G sera à volonté, & par le point R de hauteur donnée, on abaissera la verticale R b.

Du point R pour centre, on divisera le quart de cercle ou d'Ellipse S b^r, tel que doit être l'arc-Droit de la descente, suivant le cintre primitif donné, & par ses divisions 1^r 2^r, on menera des paralleles à la rampe, qui couperont les correspondantes horisontales tirées par les points a^n, 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, b^n, & dans la supofition que le diametre de l'arc-Droit de la descente soit de niveau, chacune de ces inclinées répondra à deux des horisontales, dont nous parlons ; ainsi la ligne de rampe RG coupera l'horisontale provenant du point a^n en G, &

celle qui provient du point b^n en f; ainsi les points f & G sont les profils des naissances de l'arête de rencontre des doëles des deux berceaux; de même l'inclinée passant par le point 1^r, coupera les deux horisontales provenant des points 2^1 & 2^4 aux points 1^n, 4^n, & l'inclinée passant par le point 2^r, donnera les intersections des horisontales provenant des points 2^2 & 2^3 en 2^n 3^n, la courbe f 4^n 3^n 2^n 1^n G sera le profil de l'arête de rencontre des berceaux.

Il sera facile de faire aussi la projection horisontale de la même arête, par le moyen des mêmes points du profil.

Ayant fait la projection horisontale du berceau en descente à l'ordinaire, par le moyen de ses retombées A p^1 p^2 c, &c. placée parallelement à la ligne de base de rampe NG, comme en a o q b, on abaissera par tous les points du profil f 4^n 3^n 2^n 1^n G, des perpendiculaires, qui couperont celles de la projection horisontale aux points F, 1^l, 2^l, 3^l, 4^l, g, par lesquels on tracera la projection horisontale de l'arête d'enfourchement.

Nous avons supposé que l'arc-Droit étoit de niveau, mais s'il ne l'étoit pas, & que le plan de rampe fût incliné, comme aux descentes biaises, dont la face d'entrée est de niveau, il faudroit faire le profil du plan de rampe comme nous l'avons fait au troisiéme cas de ce Probleme, ce qui ne change rien au Trait; mais qui le rend seulement un peu plus composé.

Les projections verticales, & horisontales de l'arête de lunette étant données, il est clair que l'on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux; car les longueurs de leurs côtez, & la difference des avancemens & reculemens de leurs têtes sont données au profil, & l'intervale de ces côtez, c'est-à-dire, la longueur des panneaux est donnée à l'ordinaire à l'arc-Droit.

Les Biveaux de lit & de doële sont aussi donnez au même arc-Droit, & les biveaux de rencontre des doëles plates à l'enfourchement se trouveront de la même maniere, qu'il a été dit au premier cas des descentes page 72.

L'aplication du Trait sur la pierre par panneaux sera aussi la même qu'à tous les cas précedens; mais pour abreger on peut le faire plus simplement par la voye de l'équarrissement.

Autrement par Equarrissement.

Fig. 57. L'Epure étant tracée comme nous venons de le dire, & la pierre

destinée au Voussoir qu'on veut faire étant choisie de grosseur convenable, on y fera deux paremens à l'équerre l'un à l'autre, sçavoir un pour servir de suposition horisontale LDA, l'autre par conséquent sera en suposition verticale EFAD, passant par l'arête du joint de lit du berceau de niveau.

Suposant, par exemple, qu'on veuille faire un Voussoir du second rang, on prendra la retombée $2^1 x$, qu'on portera perpendiculairement à l'arête AD, dans le lit horisontal, pour y tracer une parallele *g l* à cette arête.

On prendra de même la hauteur $2^2 x$ de cette retombée, qu'on portera au plan vertical sur DA en BK, pour y tracer aussi une parallele KG; ces deux paralleles seront les arêtes des joins de lit de dessous & de dessus.

Ensuite on prendra avec la sauterelle, le suplément de l'angle de la descente qui est l'angle obtus $2^1\ 1^n\ 1^r$, pour le tracer sur le parement vertical en ABC, & par le point C, on tirera C *m* parallele à DL, sur le parement vertical, où se termine le Voussoir, & l'on abattra la pierre quarrément, suivant la ligne inclinée BC, & cette parallele C*m*; après quoi on portera sur l'arête C *m*, la longueur $2^1 x$ de la retombée, & sur l'arête CE, celle de sa hauteur $2^2 x$, trainant sur ces deux paremens leurs longueurs parallelement, ou ce qui est la même chose, leur menant des paralleles qui marqueront les arêtes des doëles, & des lits de dessous & de dessus, & leur rencontre avec celles qu'on avoit tracé sur le lit horisontal *g h*, & sur le lit vertical *r q*, & l'on abattra la pierre pour le grand berceau, suivant la cerche de l'arc $2^1\ 2^2$, & pour celui de la descente, suivant la cerche de l'arc $1^r\ 2$.

La rencontre des doëles formera l'arête d'enfourchement, comme par hazard sans qu'on en connoisse la Courbe.

Il ne reste plus qu'à former les lits, suivant les biveaux mixtes de lit & de doële, pris sur les arcs-Droits des deux berceaux.

A l'égard de la face on la fera comme nous l'avons dit des Voutes simples, au Probleme XII. du deuxiéme Tome, auquel nous renvoyons aussi pour la situation des joins de doële & de tête.

Explication Démonstrative.

Ce Probleme & le précedent sont fondez sur notre méthode generale, qui est de couper les voutes par des plans paralleles entr'eux.

Au précedent nous avons coupé le berceau en descente, par des plans verticaux paralleles à son axe, qui ont donné dans cette Voute cylindrique inclinée à l'horison des parallelogrames, & dans la Voute horisontale des Ellipses.

Ici, comme la direction horisontale des deux Voutes qui se rencontrent est la même, la section faite par un plan vertical, passant par l'axe ou parallelement à l'axe de la descente, est aussi parallele à la section par l'axe du berceau de niveau; ainsi dans les profils des joins de lit, il ne se rencontre que des lignes droites, qui sont les côtez des sections en parallelogrames, dont la rencontre donne les points du contour de l'arête d'enfourchement, qui est une Ellipsimbre.

Il faut seulement remarquer pour l'intelligence de l'épure, qu'il y a de trois sortes de desseins rassemblez. 1°. La projection horisontale de la lunette F *l g*. 2°. La verticale du profil G 1" 2" 3" 4" *f*, faite sur un plan vertical parallele à la direction M *m* de la descente. 3°. L'élevation DHE & A *s* B, faite sur un plan vertical AYB parallele à l'arc-Droit, représenté au plan horisontal par la ligne *a b* & AYB, au profil par la ligne H² R, laquelle élevation doit être censée tournée perpendiculairement à la direction des deux voutes; en sorte que son plan seroit représenté en profil par la ligne *ff* D,

Il faut encore remarquer que cette élevation n'est faite que pour trouver des points correspondans du cintre primitif A *b* B, dans le cintre de l'arc-Droit du berceau de niveau DHE, sans égard à la hauteur respective de leurs diametres, qui sont rassemblez sur une même ligne DE, quoiqu'ils soient éloignez (si l'on veut) de toute la distance des points D & R, ne s'agissant que de la position du centre *c*, à l'égard de la distance horisontale du centre C, prise sur une perpendiculaire à la direction horisontale de la descente.

Enfin, que le cintre primitif A *b* D qui sert à l'arc-Droit, n'est pas dans sa situation naturelle dans cette élevation, où il devroit être incliné suivant la ligne RS du profil; mais comme on le supose couché à angle droit sur la ligne DE, & que le diametre AB est commun au diametre de la face, il est indifferent qu'il soit racourci par la projection en ASB, puisque la ligne *c b* étant à l'angle droit sur DE, sera toujours dans le même plan vertical étant inclinée, ou bien verticale de même que toutes ses paralleles 1 2¹, 2 2², 3 2³, 4 2⁴, Aⁿ B *b*ⁿ, donc les plans verticaux passans par ces lignes, donneront toujours les mêmes points *a*ⁿ, 2¹, 2², 2³, 2⁴, *b*ⁿ, dans l'arc-Droit DHE, du berceau de niveau, de même que dans le cintre de face surmonté, qui est représenté par

par la demi-Ellipse AYB, dont le petit axe AB est commun à l'arc-Droit, par conséquent les arcs $2^1 2^2 2^3$, &c. sont bien correspondans aux arcs 1'2, 2' 3, &c. du centre primitif compris entre les sections des plans paralleles, qui passent par les joins de lit, *ce qu'il falloit trouver* pour en avoir les retombées & les hauteurs.

CHAPITRE SECOND.

DES RENCONTRES DES VOUTES Cylindriques avec les Coniques.

LES Voutes coniques en demi-Cônes completes qui sont les seules Trompes, ne sont pas fort communes, mais les voutes & murs en portion de Cônes tronquez, sont très fréquentes dans l'Architecture Militaire, telles sont les embrasures, les Flancs concaves, les Orillons convexes, les Tours, les Contrescarpes arondies au devant des angles saillans, &c. dans lesquelles sont percées des Portes ou des embrasures; nous allons parcourir tous les cas des rencontres des Cônes avec les Cylindres.

PROBLEME. III.

Faire l'Arête de rencontre d'un Berceau quelconque avec un Mur ou une Voute conique.

ON peut considerer un berceau comme étant de niveau, ou incliné en descente, rachetant une Tour en Talud, ou comme étant racheté par une lunette ou une Voute conique; dans le premier cas le Cylindre pénetre le Cône, dans le second le Cône pénetre le cylindre.

PREMIER CAS.

Porte Droite ou biaise en Tour ronde, ou creuse & en Talud.

SOIT (fig. 59) l'arc de cercle ou d'Ellipse KXO, la base horisontale d'une portion de Tour creuse en Talud, comme un arondissement de contr Escarpe dans laquelle est percée une Porte en Berceau, dont la projection est ADEB, droite ou biaise, c'est-à-dire, dont l'arc CX passe par le centre C de la Tour, qui est au bas de la planche, ou n'y passe pas; nous choisissons ici pour exemple une Porte biaise, parce qu'elle est un peu plus difficile que la Droite, & qu'il sert pour les deux especes de Portes. PL. 80. Fig. 59.

On commencera par se déterminer au choix du cintre primitif, qui peut être pris en quatre ou cinq differens endroits & situations, comme nous l'avons dit des Portes en Tour ronde sans Talud. 1°. Sur un plan vertical ou en Talud., passant par la corde AB. 2°. Sur l'arc AXB rectifié. 3°. Sur le même dévelopé en base de dévelopement du Cône. 4°. Sur l'arc-Droit.

Le P. Deran & après lui M. de la Ruë, prennent pour cintre primitif l'arc de dévelopement de la base du Cône, pour pouvoir faire les têtes des Voussoirs axactement égales.

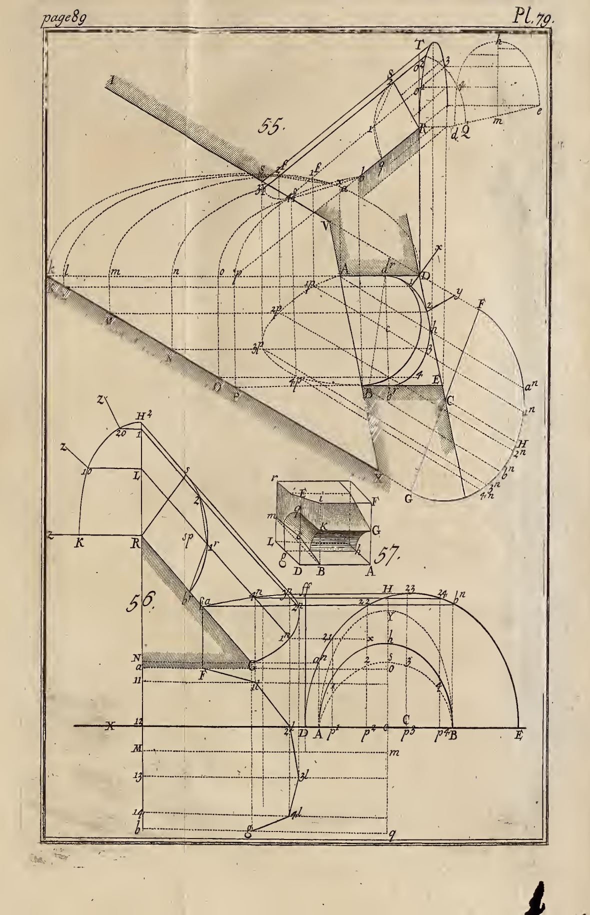
Dans les Fortifications on prend ordinairement l'arc-Droit pour cintre primitif, parce qu'on veut que les Voutes soient intérieurement en plein cintre.

Ici nous prendrons ce cintre sur la corde AB, en situation verticale, ou inclinée en Talud, parce qu'ordinairement les inégalitez qui en résultent aux têtes des Voussoirs, pour peu qu'ils soient d'un nombre au dessus de cinq, ne meritent pas qu'on y fasse attention, lorsque le diametre de la porte est peu considerable, comparé à la circonference de la Tour, ce qui arrive ordinairement, & l'on peut dire que l'operation pour faire des têtes égales, suivant le Trait des Auteurs, est une délicatesse superfluë.

Par un point D pris à volonté sur un des piédroits AD, on menera DE parallele & égale à AB, ce qui n'est pas dans la figure, mais qu'il faut supofer, sur laquelle on décrira le cintre primitif D bE, circulaire ou elliptique, puis l'ayant divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé des perpendiculaires sur son diametre, on menera par leurs projections p^1, p^2, p^3, p^4, des paralleles à la direction de la Voute, qui serviront à trouver l'arc-Droit DrR, & la projection de l'arête à double courbure de la face de la Porte en A b' B, comme il suit.

Ayant élevé sur ED prolongée, une verticale DV, par un point D pris à volonté, on fera l'angle du complément du Talud VDE, puis on menera par tous les points des divisions du cintre primitif 1, 2, 3, 4, des horisontales, qui couperont la ligne VD aux points v^1, v^2, & le profil du Talud FD, aux points $f^1 f^2$ F, qui donneront les reculemens, sçavoir VF pour le milieu de la clef, $v^2 f^2$ pour les lits de dessus des deuxiéme & quatriéme Voussoirs, & $v^1 f^1$ pour les premier & cinquiéme, & de même f^5 & f^6 pour l'extrados.

Il faut remarquer que les longueurs de ces reculemens dimine-


55.
56.
57.

roient, si le cintre primitif avoit été pris sur un plan incliné au Talud, au lieu du plan vertical que nous suposons ; car alors il faudroit porter la longueur DV en DY, sur FD, & tirer Y y parallele à FV ; on voit que le reculement du milieu FV est plus grand que le même pris en Y y, ainsi des autres reculemens correspondans aux divisions 1, 2, 3, 4, des joins de tête, comme il a été dit au Tome II. en parlant des Voutes simples de face en Talud.

On portera ensuite tous ces reculemens du Talud sur une ligne AL, qu'on fera perpendiculaire à l'arc AXB, qui est une portion de la base de la Tour, concave, en sorte que cette ligne AL étant prolongée, passe par le centre C^t de la Tour, si elle est circulaire, ou que cette ligne soit perpendiculaire à la tangente en A, si cette base est elliptique ; ainsi l'on portera VF en AL, $V^2 f^2$ en A 2", $V^1 f^1$ en A 1", & par ces points 1" 2" L, on tracera des arcs concentriques à l'arc AXB, qui couperont les projections des joins de lit aux points t^1, t^2, t^3, t^4, par lesquels on tracera à la main la courbe A h^t B, qui sera la projection horisontale de l'arête de rencontre du mur en Talud avec la doële du berceau que l'on cherche, laquelle projection est suffisante pour tailler la Porte *par Equarrissement*, ce qui est le plus convenable & le plus commode.

On peut aussi operer par le moyen des panneaux flexibles, mais sans autre avantage, que celui de pouvoir faire les têtes exactement égales en œuvre, parce qu'il faut que la surface conique concave, ou convexe de la partie de la Tour que comprend chaque Voussoir, soit faite par la voye de l'équarrissement, avant que de pouvoir y apliquer le panneau pliant, dont on doit tracer le contour.

Nous avons fait remarquer ailleurs que la méthode du Pere Deran & après lui de Mr. de la Ruë, de former le dévelopement de la base du cône n'étoit pas convenable à la pratique, parce que l'extrême longueur du rayon de l'arc de cercle, qui doit exprimer ce dévelopement, la rend d'une exécution très embarrassante, & ordinairement defectueuse, auquel cas il faut avoir recours à notre Probl. huitiéme, du troisiéme Livre.

Il s'agit de trouver le contour *d m e*, (fig. 58.) moins concave que KXO, de la base de la Tour creuse; mais qui en soit le dévelopement, sur lequel arc il faut prendre la partie *a m b*, égale au contour de l'arc AB, de la base de la Porte; pour cet effet il faut faire CF perpendiculaire sur CS, & égale au rayon C^t A, de la base de la Tour, auquel on ajoûtera le plus grand reculement f^6 V^6 de l'extrados de la Fig. 58. & 59.

fig. 59, puis faisant l'angl CF d égal à celui du Talud donné, on prolongera le talud FD ou F d, jusqu'à ce qu'il rencontre l'axe CS en S, où sera le centre des arcs de dévelopement, qui doivent passer par toutes les hauteurs des divisions de la Porte, ainsi l'arc $d\,m\,e$ sera celui du pied de la Tour, sur lequel on prendra par petites parties une longueur $a\,m\,b$, égale à l'arc AXB, du piéd de la Tour; c'est le Trait des Auteurs citez.

Pour montrer l'inconvenient, l'embarras & le peu de *conséquence de cette operation.*

Suposons un cas très ordinaire, qui est celui d'un arondissement de contrescarpe de dix toises de rayon, & un sixiéme de talud, le rayon de secteur du dévelopement aura environ 61 toises, c'est-à-dire 366 piéds, avec laquelle longueur il faut faire un simbleau pour tracer l'arc demandé pour la base de la Porte, qui est ordinairement très petite, dans le cas dont nous parlons, mais qui ne seroit encore rien quand on la suposeroit de la grandeur d'une Porte-cochere; de sorte que suposant qu'on veuille s'assujetir à la minutie de ce dévelopement, on trouvera qu'un arc dont la corde ne peut être tout au plus que de 8 pieds, ne differera pas sensiblement de sa corde.

En ce cas on n'a rien de mieux à faire que de chercher trois points de cet arc par le Probl. VIII. du troisiéme Livre, & ensuite le tracer sans le secours du centre par le Probl. I. du deuxiéme Livre; mais il faut avoüer qu'à moins que la Tour ne fût d'un fort petit diametre, & la Porte très grande à son égard, ce séroit s'amuser à la bagatelle.

Fig. 60 & 61. Cet arc de base dévelopée, sera un peu concave à la Tour creuse, comme la moitié $d\,a\,C^u$, de la fig. 60, & convexe à la Tour ronde, comme à la moitié $C^x b\,e$ de la fig. 61.

Du milieu de cet arc, on décrira le cintre primitif $a\,b\,b$, qu'on décrira en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, mais de ces points, on n'abaissera pas des aplombs suivant l'usage ordinaire, on tirera des lignes au centre de l'arc de dévelopement, comme 1 b^1, 2 b^2, &c. qui seront convergentes; on en fera de même pour les points d'extrados 5· 6· &c. lesquelles lignes resserreront aussi cette espece de projection à la Tour creuse, & l'élargiront à la Tour roude, comme on voit aux fig. 60 & 61; & comme le centre, où il faut tirer ces lignes, sera sans doute hors de la place où l'on tracera l'épure, il faudra avoir recours au Probl. I. du troisiéme Livre; ainsi on se donne bien des operations, sans aucun avantage, qu'une régularité de division des

Vouſſoirs en œuvre, qu'on trouve à très peu près par la voye de l'équarriſſement.

CETTE élevation de face déployée étant faite, on tirera du centre C, de la Tour, une ligne AL, avec laquelle on fera l'angle du talud T l, & l'on portera ſur la ligne AT les longueurs des lignes 1 b^1, 2 b_2, &c. aux points A f^1, A f^2, & par les points f_1, f_2, on abaiſſera des perpendiculaires ſur AL, qui la couperont aux points u^1, u^2, par leſquels on tracera des arcs concentriques à la Tour, qui couperont les fauſſes projections tirées par les points b^1, b^2, C^u, &c. de la fig. 60, comme on a fait à la fig. 59, en ſupoſant le cintre primitif de la figure 60 ou 61; placez en D b E de la figure 59, & l'épure ſera achevée.

Aplication du Trait ſur la Pierre par Equarriſſement.

AYANT dreſſé un parement $a\,b\,c\,d$, fig. 62, de ſupoſition horiſontale, par exemple, pour former le Vouſſoir de la ſeconde aſſiſe, qui paſſe par les points 1, 2, du cintre primitif, on en dreſſera un ſecond à l'équerre du premier, qui ſera donc ſupoſé aplomb comme $b\,c\,e\,f$, & l'on en fera un troiſiéme $e\,f\,g\,b$, jaugé au premier à la hauteur totale $6\,n$. *Fig. 59. & 62.*

PUIS on levera un panneau ſur la projection $q^2\,t^2\,t_1\,k\,d^5\,q^2$, on l'apliquera ſur le premier lit horiſontal pour en tracer le contour, qui ſera un Pentagone irrégulier & mixte.

ON prendra enſuite la retombée 1 g de la fig. 59, qu'on portera au premier lit quarrément à l'arête $b\,c$, en t^1 1^r, de la fig. 62, & la hauteur 2g de la même retombée, au deſſus de la même arête $b\,c$ en 2 2^r, pour tracer la ligne 2 2^r; enſuite on abattra la pierre entre ces deux lignes t_1, 1^r & 2 2 en portion de doële creuſe cylindrique, par le moyen d'une cerche formée ſur l'arc $1^r 2^r$, de l'arc-Droit de la fig. 59.

ON poſera enſuite le même panneau du lit de deſſous au lit de deſſus pour y tracer l'arc $t^1 t^2$, de la portion de l'arête de la Porte, & par le moyen d'un autre panneau, on tracera l'arc circulaire $i\,t^6$, qui n'eſt pas parallele à $t^1 t_2$.

ON abattra la pierre quarrément, ſuivant l'arc $t^1 t^2$, tracé au lit de deſſus, & par cette operation on formera une portion cylindrique verticale, qui coupera l'horiſontale qu'on vient de faire ſuivant l'arête inclinée,

qui répond à celle de l'arc $1^{r}2$ de l'élevation, en cet état la tête du Voussoir feroit faite, si la face n'avoit pas de talud, mais comme il y en a suivant l'arc circulaire tracé au lit de dessus it^6, il faut abattre la pierre à la régle entre cet arc it^6, & l'arête déja faite pour former la surface conique en talud, enfin avec les biveaux mixtes de lit, & de doële $1^r 2^r 6^r$, pris à l'arc-Droit pour le lit de dessus, & $2^r 1^r 5^r$, pour celui de dessous, on achevera la pierre, faisant le joint t^1 K aplomb, suivant la ligne du panneau, qui a été tirée du centre C de la Tour,
Fig. 63. & la pierre sera achevée, comme elle est representée à la Fig. 63.

J'ai entré ici dans un grand détail de la coupe, & de l'aplication du Trait, parce qu'il s'agit d'un ouvrage qui est très fréquent dans les Fortifications, où les Portes des Galeries de Mines sont ordinairement percées dans les arondissemens des contrescarpes, où il convient qu'elles soient d'une direction biaise pour dévoyer la Galerie de dessous la capitale, contre ce qu'ont pratiqué certains Directeurs, peu dignes de l'être, qui ont suivi autant qu'ils ont pû la direction de la Capitale; or je sçai que bien des gens qui ne sçavent point la coupe des pierres, & qui ne sont pas rares, se sont trouvez très embarrassez pour l'exécution de ces Portes, & n'en sont venus à bout qu'en traçant les Voussoirs sur les cintres, & les descendant & remontant à plusieurs reprises, pour les présenter & ragréer, travail inutile & long, qu'on s'épargne quand on sçait s'y prendre; il arrive même souvent que dans ces tâtonemens, on *coupe*, c'est-à-dire, on gâte la pierre en pure perte; de sorte qu'il faut en prendre une autre, & recommencer; alors *on sent qu'un Ingenieur a besoin de sçavoir la coupe des pierres.*

Aplication du Trait par Panneaux.

Pour faire usage des panneaux, il faut les tracer sur une matiere flexible comme du carton, & faire une portion de surface conique de la Tour, suivant la projection du reculement des arcs concentriques de la même Tour, comme u^1t^1, u^2t^2, & apliquer sur cette partie le panneau de tête du Voussoir demandé, tel qu'il est tracé aux fig. 60 ou 61, pour les Tours creuses, ou rondes; en quoi l'on voit que cette pratique, dont j'ai fait voir l'embarras ne donne aucun avantage sur celle de l'équarrissement, puisque pour faire cette portion de surface conique, il faut en prendre le base inférieure & supérieure, comme on a fait au Trait par équarrissement, & qu'enfin si l'on veut se piquer d'exactitude, il ne faut pas (suivant l'usage des Auteurs) faire les joins de tête en ligne droite, puisqu'ils sont les dévelopemens des arcs de quelqu'une des sections coniques, lesquels dévelopemens sur

la furface du cône font toujours des lignes courbes ; ainfi le meileur eft de faire ces fortes de Portes, par la premiere méthode de l'équarriffement.

Deuxiéme Situation du Berceau à l'égard du Cône, lorfque le Berceau eft incliné à l'horifon.

En termes de l'Art,

Defcente Droite ou biaife en Tour ronde, ou creufe & en Talud.

Nous avons choifi pour exemple dans le Trait précedent la Tour creufe, ici nous choifirons la Tour ronde, & la Porte biaife.

Il eft clair, par ce que nous avons dit ci-devant, qu'on peut prendre le cintre primitif en fix endroits differens. 1°. Sur un plan vertical fitué de deux manieres, ou perpendiculaire à la direction horifontale de la defcente. 2°. Ou biais à cette direction, fuivant l'obliquité de la corde AB, de l'arc horifontal de la Tour que la Baye de la Porte comprend. 3°. Sur un plan incliné fitué auffi de deux manieres, ou à l'arc-Droit qui eft perpendiculaire au plan de la rampe de la defcente, par conféquent incliné à l'horifon. 4°. Ou fur la corde AB dans un plan incliné, fuivant le talud de la Tour. 5°. On pourroit compter une cinquiéme pofition, qui feroit fur un plan perpendiculaire à la direction horifontale par fa bafe ; mais incliné fuivant le talud de la Tour. 6°. Enfin on peut former le cintre primitif fur la furface du cône dévelopée en furface plane, pour pouvoir faire les divifions des Vouffoirs exactement égales, comme il a été dit au Trait précedent.

Nous choififfons ici la plus fimple, & la plus convenable pour la pratique, qui eft de faire le cintre primitif fur la corde AB, ou ce qui revient au même fur la tangente TN, qui lui eft parallele & égale en DE fur un plan vertical.

Soit (fig. 64.) l'arc OBA, une portion de la bafe de la Tour, & le quadrilatere mixte IABK, la projection horifontale de la defcente dans la Tour, laquelle Porte eft ici biaife, parce que la direction de fon milieu CM ne paffe pas par le centre C' de la Tour. PL. 81. *Fig.* 64.

Il en eft ici comme aux defcentes biaifes fimples, on peut faire l'arc de face de niveau ou rampant ; fupofant qu'on veuille le faire de

niveau, on menera par le point K du piédroit qui avance le plus une ligne KL parallele à AB, qui coupera le piédroit AI, prolongé en L.

On fera enſuite le profil de la Tour & de la rampe, pour celui de la Tour on fera l'angle LAS, égal à celui du talud donné, comme au cinquiéme ou ſixiéme de la hauteur, & pour celui de la rampe, on fera l'angle ALF égal à celui du complément de la deſcente, dont le côté LF coupera le côté AS de la Tour en F, par où on menera une horiſontale FG, pour la poſition des impoſtes de l'arc de face, où il faut trouver le point G de l'impoſte, qui répond au point B du plan horiſontal.

Par le point K on menera une perpendiculaire ſur AL prolongée, qu'elle coupera en k, par où on menera kG parallele à LF, qui donnera ſur l'horiſontale FG le point G d'interſection, où ſera l'impoſte qui répond à B.

On fera enſuite ſur AB, ou ſur ſon égale DE comme diametre, le cintre de face DbE, & ſon extrados THN; l'ayant diviſé en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaiſſera ſur ce diametre des perpendiculaires $1\,p^1$, $2\,p^2$, &c. & enſuite on ſera les projections des joins de lit $p^1 q^1$, qui couperont l'arc ACB, aux points o^1, o^2, o^3, o^4, par leſquels on menera des perpendiculaires ſur LA, qui couperont cette ligne en des points que je n'ai pû marquer dans la figure pour éviter la confuſion; mais ſeulement le point b provenant de B, j'apellerai les autres b^1, b^2, &c, par leſquels on menera des lignes au ſommet du cône, qui eſt à la rencontre de la ligne du talud AS, avec celle d'aplomb qui paſſe par le centre Cs, comme on le voit à la figure 65 en S.

Mais comme ce ſommet du cône S peut être très loin ſelon la largeur de la Tour, & la roideur du Talud, il ſeroit fort incommode de l'aller chercher hors de la place où l'on trace l'épure; alors il faut avoir recours au Probl. I. du troiſiéme Livre, page 286.

Suposant ces lignes que j'apelle des bS tirées ſur le Profil; on décrira ſur GF prolongée pour baſe la moitié du cintre primirif CDb en cD$'b'$, avec ſes diviſions 14, 2^3, par leſquelles on menera des paralleles à FG, qui couperont chacune deux lignes correſpondantes bsS, b^1S, b^2S, aux points 1' 2' 3' 4, du profil, par leſquels on tracera à la main la courbe F 1' 2 b 3' 4 G, qui ſera la projection verticale de la face de deſcente ſur la Tour ronde.

Préſentement

58.

59.

60.

61.

62.

63.

Presentement il faut faire le profil de la même descente en dedans sur la Tour creuse, lequel sera beaucoup plus facile, parce qu'on ne lui supose point de talud dans l'intérieur concave.

Ayant tiré les projections des joins de lit à l'ordinaire $p^1 q^1$, $p^2 q^2$, &c. qui couperont l'arc concave I*m*K aux points n^1, n^2, n^3, n^4, on menera par ces points des Verticales, & par les points de profil de l'arc de face des inclinées paralleles à la rampe LF, qui couperont ces Verticales aux points i, v^1, v^2, 2^3, v^4, k, par où on menera à la main une courbe qui sera la projection verticale de l'arc de face concave, lequel sera rampant de la hauteur I*i*.

L'Intervale des deux projections de face ronde, c'est-à-dire convexe, & de face creuse, c'est-à-dire concave, donnera les longueurs des joins de lits, qu'on ne peut trouver sur le plan horisontal, où elles sont racourcies par la projection ; c'est pourquoi nous n'avons pas commencé par faire la projection horisontale des arêtes des arcs de face exterieure & interieure.

La projection de l'arc de face creuse en dedans est donnée à l'arc I*m*K, parce qu'elle est supofée sans Talud.

Pour faire celle de l'arc de face exterieure qui est en Talud, il faut prendre pour rayon la longueur C' F, qui est la distance de l'axe au côté du Cône sur une horisontale, & du centre C' de la Tour, tracer un arc de cercle qui coupera le piédroit IA en F, & le piédroit KB en G, où seront les réculemens A*f*, B*g*, que donne la hauteur F de la descente sur la base de la Tour, de même avec la longueur C' I pour rayon, & du centre C', on tracera un arc qui coupera les projections $p^1 q^1$, $p^4 q^4$, aux points $1'$ $4'$, ainsi du reste.

La même pratique qui a servi à faire les profils de l'arête de la doële avec la face & la projection horisontale, servira à faire le profil de l'Extrados N^f 8^x 7^x H^f comme la figure le montre, & sa projection horisontale P^n $8'$ $7'$ $6'$ $5'$ t.

Il ne reste plus que l'arc-Droit à tracer de la maniere qui a été expliquée au tome precedent, en parlant des Voutes en berceaux, simples, biaises & en descentes, que je vas répeter pour ne pas y renvoyer le Lecteur, avec une petite varieté de construction.

Par un point L pris à volonté sur la ligne de rampe LF, on lui tirera une perpendiculaire L h', qui coupera l'autre ligne Gk en r, & les projections en profil des joins de lit 1 1^n, 2 2^n, &c. prolongées

aux points R^1 R^4 R^2 R^3, les milieux m^c, m^1 m^2 de ces points, feront ceux des abciffes du demi diamêtre de l'arc-Droit, dont les ordonnées fe prendront fur une même ligne tracée au plan horifontal.

Ayant porté la difference Lr des impôftes en kR, on tirera KR qui coupera les projections horifontales des joins de lit aux points q_1, q^2, m, q^3, q^4, les longueurs $m\ q^2$, $m\ q^1$, m R feront les ordonnées que l'on cherche, lefquelles parce que l'arc-Droit eft rampant, ne doivent pas être à angle-Droit avec le demi diamêtre $m^c\ h^r$ incliné, qui eft cependant dans un plan vertical, mais on aura feulement l'angle qu'elles doivent faire avec Lh.

Du point m^c milieu de Lr pour centre, & de l'intervale mR ou m K pour rayon, on fera de part & d'autre des arcs de cercles kG en L^r & FL prolongée en k^r, la ligne k^r L^r fera le diamêtre rampant auquel les autres ordonnées paffant par m^1, m^2, feront paralleles & égales à $m\ q^1$, $m\ q^2$; & l'arc-Droit fera fait paffant par k^r h^r L^r.

Dans les traits des Voutes fimples nous avons donné la maniere de tracer les cintres de niveau & rampans des facées de defcente & de montée, parce que nous les avons fupofez planes ; ici nous n'en faifons pas de même, parce que ces faces étant à double courbure, une projection verticale n'en marqueroit pas le veritable contour, ainfi elle deviendroit inutile pour la pratique.

L'arc-Droit, les projections horifontales & verticales étant tracé, on aura tout ce qui eft neceffaire pour former les panneaux fi on opere par leur moyen, ou bien pour apliquer le Trait fur la pierre par équarriffement, comme on a fait au Trait précedent, dont celui-ci ne differe qu'en ce que le berceau eft en defcente, au lieu que l'autre étoit fupofé de niveau.

Si l'on opere par panneaux on peut en trouver toutes les mefures au profil & à l'arc-Droit.

Ceux de doële qui feront des trapezes mixtes, auront pour diftance de leurs côtez paralleles la longueur de la corde de l'arc-Droit, & pour longueurs des côtez celles des joins de lit compris entre les deux profils des faces, mais pour avoir des points des courbes convexes de tête de defcente, & concave de tête de montée, il faudra les chercher en fous-divifant les arcs des têtes du cintre primitif 1·2, 2·3, &c. ce qu'on n'a pas fait ici pour ne pas trop embroüiller le Trait.

Les panneaux de lit feront de même des trapezes mixtes composez des joins de lit pris au profil, & de l'intervale de la doële & de l'extrados, dont les avances des têtes sont données au même profil comme celles des joins de doële.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Pour tailler les Voussoirs de cette Voute à la face de descente, avec facilité & justesse, il faut operer partie par panneau de doële, & partie par équarrissement de tête, parce que à la tête l'arête de doële & de face est une courbe à double courbure, & que celles des joins y sont des courbes planes des sections coniques, toutes lesquelles courbes se forment exactement sans les connoître par le moyen de l'équarrissement.

Pour y parvenir il faut une petite préparation dans la projection horisontale, qui est de tirer par le point de l'arc & de l'arête inferieure avec le joint du Voussoir qu'on se propose de faire, une ligne droite au centre de la Tour C^t, laquelle coupera l'arc circulaire concentrique qui passe par l'angle de la même arête avec le lit superieur.

Suposant par exemple qu'on veuille faire le second Voussoir, on tirera par le point 2^t une ligne au centre C^t, qui coupera l'arc de cercle passant par les points 1^t & 4^t au point z, ou ce qui revient au même & qui est plus convenable :

On tirera par le point 1^t la ligne 1^t C^t qui coupera l'arc de cercle concentrique, passant par les points 2^t 3^t au point X, la ligne 1^tX ou 2^t z servira comme on le dira ci-après.

On fera encore une petite préparation à l'élevation, qui est de tirer par l'angle 2^3 le plus haut une horisontale 2^3 X, & une verticale par le plus bas 1^4 V, qui coupera l'horisontale au point X.

Ayant dressé un parement pour servir de doële plate, on y apliquera le panneau 1^d 2^d n^2 n^1 fait comme à toutes les épures précedentes par le moyen des longueurs des côtez donnez au profil, & leur position à l'égard d'une directrice DB^d prise au profil en G d ou ailleurs ; il n'importe.

Le contour du panneau étant tracé, on aura les quatre angles du Voussoir, mais non pas les courbes des têtes.

On prendra avec la fausse équerre l'angle de rampe & d'aplomb k GV, puis du point 2^3 pour centre & de l'intervale 2^tX pris au plan

horifontal, on décrira un arc fur la tête ébauchée, puis avec le biveau de l'angle kGV on abattra la pierre pour y faire une plumée qui fera un côté de cylindre, au-dedans de laquelle & à la hauteur donnée à l'élevation 14 X. On fera un trou d'environ un pouce de profondeur pour y placer la longueur de la petite ligne 1^t X, comme on voit à la figure † au haut de la planche 81, enforte que le point 1e foit toûjours diftant du point 2 de l'intervale dont nous venons de parler 2^t X.

Par ce moyen on aura trois points de la furface conique de la Tour dont les deux 1 1° font fur un côté, enforte qu'on y peut apliquer la regle & prolonger ce côté tant qu'on veut.

Secondement on a les deux points 2 & X fur une fection plane parallele à la bafe du Cône, par conféquent fi l'on prend fur le côté IX prolongé un point à volonté comme a, on pourra en trouver un fecond y en prenant le reculement du Talud a T fur le côté cylindrique donné par le biveau en 1^t Y du plan horifontal, fur la droite 1^t c^t, & tirant par le point Y une parallele à X 2^t, qui coupera la ligne 2^t c^t au point y.

Si l'on dégauchit les quatre points donnez x 2 & a y par le Prob. I. du 2e tome, on aura la pofition du point y fur le côté du cône tronqué de la Tour, & par conféquent on pourra exactement en former la furface, comme nous l'avons dit, pour les portions de cône au commencement du même tome; fçavoir, en apliquant la regle fur les points 2 & y, qui font fur le côté du cône, & apuyant la cerche qui eft donnée à l'arc 2^t 3^t du plan horifontal, fur les points 2, X de la figure †, & la cerche de l'arc Y y auffi donnée au plan horifontal par un arc de cercle concentrique au précedent, fur les points a, y, pour y former un arc parallele à la bafe & au précedent 2 X, ainfi l'on formera exactement la furface conique de telle grandeur qu'on voudra, tant en hauteur qu'en largeur.

La formation de cette furface donnera déja un des contours de l'arête de doële & de tête qui eft conique, & la formation de l'arc cylindrique qu'on creufera à l'ordinaire pour la doële du berceau en defcente déterminera & formera comme par hazard l'arête à double courbure que l'on fe propofe de faire.

La doële étant formée il fera aifé de former les courbes des joins de tête 1e 8, 2e 7, à la même furface conique de la Tour, parce qu'en abattant la pierre à l'ordinaire avec les biveaux de lit & de doële,

on formera de même ces joins de tête courbe 1ᵗ 8, 2ᵗ 7, par une espece de hazard, sans s'embarrasser s'ils sont Elliptiques, paraboliques ou hyperboliques ; & cependant par une opération qui est très exacte en elle-même.

Explication Démonstrative.

Si l'on supose plusieurs plans verticaux passans par les joins de lit de la descente, il est clair que leurs sections à la surface de la Tour en Talud qui est un vrai cône tronqué, seront toutes des hyperboles dont les sommets sont déterminez aux points h^1, h^2, h^m de la fig. 65. où ces plans verticaux qui ne sont répresentez en élevation que par des lignes droites, coupent le côté de la Tour L prolongé en S. *Fig. 65.*

Si l'on décrit ensuite l'arc de cercle LD qui est la base de la Tour, & qu'on prolonge les mêmes lignes qui représentent les plans dont nous parlons, elles couperont cette base aux points 1, 2, 3, &c. qui détermineront l'amplitude de chaque hyperbole.

On a donc deux choses données pour décrire chaque hyperbole, qui ne suffisent pas en general, mais qui suffisent ici, parce que le cône est donné, par conséquent leur centre le sera, qui est la troisiéme *donnée* necessaire pour la déterminer.

Cela supposé si l'on examine notre construction, on reconnoîtra qu'elle est la même que celle que nous avons donné au second Livre pag. 236. parce que les divisions des Voussoirs en profil 1^4, 2^3, &c. donnent des hauteurs de plans horisontaux qui coupent l'axe du cône en C^1 C^2, &c. & le côté du cône AS en f^4, f^2, 7°, par conséquent qui déterminent les rayons des cercles des differentes sections paralleles à la base $f\,g$, $1^t\,4^t$, $2^t\,3^t$.

Or le contour de l'hyperbole formée par le plan vertical correspondant à la division de chaque Voussoir, coupe ce cercle en un point qui est commun aux deux sections, donc ce sera aux points 1^t 2^t &c. provenans des divisions 1ᵗ 2 du cintre primitif, ce qu'il est facile de concevoir pour peu qu'on donne d'attention à la fig. 65. où l'on a tracé dans la moitié de l'élevation LSC les sections verticales en profil, & dans la moitié CSO les demies hyperboles en élevation, où leurs sommets f^1, f^2, &c. sont déterminez par les horisontales menées des sommets du profil h h_2.

Par le moyen des points trouvez à la projection horisontale de l'arête de la porte en descente avec la Tour, on a trouvé d'autres points

de la projection verticale de la même arête, ce qui marque qu'elle est à double courbure.

Quant à la courbe de l'arête de la même descente avec la surface concave de la Tour, il est aisé de voir qu'elle est toute représentée en projection horisontale par l'arc IK, parce que la surface interieure étant à plomb, cet arc représente toutes les sections horisontales qu'on peut faire à differentes hauteurs.

Ces hauteurs ne sont plus les mêmes qu'à la face b^e D^e, parce que les joins de lit sont inclinez en descente, mais elles seront toûjours déterminées par l'intersection des verticales élevées sur les points v^1, v^2, &c. avec les profils des joins de lit, ce qui donne pour la projection verticale de cette arête, la courbe $k\ u^4\ u^3\ i\ u^2\ u^1\ n$, qui détermine toutes les longueurs des joins de lit *qu'il falloit trouver* avec leurs positions respectives d'avances & de réculement necessaires pour former les panneaux.

Troisiéme situation du Cylindre à l'ègard du Cône.

DE LA RENCONTRE DES VOUTES Coniques avec les Corps cylindriques verticaux.

Nous venons de parler de la pénetration des cylindres dans les cônes; ici par l'inverse nous traitons de celle des cônes dans les cylindres, ce qui renferme plusieurs cas de variations accidentelles, qui ne changent rien au fond de la construction; mais cependant qui constituent des differences de noms de Voutes.

Premierement l'axe du cône peut être horisontal ou incliné, ce qui fait la trompe ou voute en canoniere de niveau ou rampante.

Secondement cet axe peut être perpendiculaire à la corde de l'arc de la Tour où la Voute conique se termine, ce qui fait la trompe *droite*, ou il peut être oblique à cette corde, ce qui lui donne le nom de biaise.

Troisiemement dans ce qui concerne la Tour, elle peut être *creuse*, c'est-à-dire concave, ou *ronde*, c'est-à-dire convexe.

Enfin la concavité ou convexité de la Tour que la Voute ou Trompe rachete, peu têtre un arc d'un petit nombre de dégrez, ce qui n'a pas de nom particulier, ou d'un demi cercle entier, ce qui en donne un nouveau qui est celui de *Trompe de Montpellier.*

Nous avons parlé ailleurs de la difference des noms de Trompe & de Canoniere ; le premier signifie le demi cône entier, & le second une Voute en demi cône tronqué.

Tous ces cas peuvent être réduits à deux, l'un des Voutes coniques où l'axe est horisontal, l'autre de celles où il est rampant, parce que le plus ou le moins de concavité ou de convexité de la Tour ne produit d'autre changement qu'à la longueur des joins de téte ; la convexité les augmente depuis l'imposte jusques vers la clef, & la concavité au contraire les diminuë aux mêmes endroits.

SECONDEMENT la variation du biais ne produit qu'une inégalité de longueur de ces joins de la droite à la gauche.

ENFIN la Trompe & la Canoniere ne differe en rien pour la construction, car si l'on ôte le trompillon d'une trompe, le reste peut être apellé Voute en canoniere, c'est-à-dire une portion de cône tronqué.

PROBLEME IV.

Faire une Voute conique dans une Tour à plomb.

LA Tour peut être ronde ou creuse, & la Voute horisontale par son axe & par le diametre de son cintre de face qui est à double courbure.

PREMIERE ESPECE,
où les impostes sont de niveau.

CANONIERE,
ou Trompe en Tour creuse.

PL. 82. Fig. 67.

SOIT (fig. 67.) l'angle rentrant ASB dans lequel on veut construire une Voute conique, dont les piédroits AS, BS sont égaux & de niveau, soit ADB l'arc concave qui est la projection de la Tour creuse, dont la surface retranche par sa rencontre la partie BDAB du cône droit, & forme pour l'arête de face une courbe à double courbure.

POUR parvenir à sa formation on peut opérer comme nous l'avons dit au troisiéme Livre, par addition ou par soustraction, c'est-à-dire que l'on peut prendre le cintre primitif de la Trompe sur la base exterieure du cône AB qui est toute hors de cette Voute, & après l'avoir supposée pleine, en rétrancher le partie du vuide, où bien la supposer coupée par un plan vertical perpendiculaire à son axe comme en GF, & ajoûter à ce cône Droit la partie mixte restante pour atteindre à la Tour creuse GADBFD.

Nous choisirons ici la voye de l'addition comme la plus simple.

On tirera par le point D, où l'arc de la Tour ADB coupe l'axe SC, une perpendiculaire GF à ce même axe, sur laquelle comme diamettre compris entre les piédroits SA, SB, on décrira un demi cercle G*b*F pour cintre primitif, qu'on divisera en ses Voussoirs aux points 1 2 &c. d'où on abaissera des perpendiculaires qui donneront par leur intersection avec ce diamettre les points KL, par lesquels on tirera du sommet S des lignes droites qui couperont l'arc ADB de la projection de la Tour aux points z^1 z^2, les lignes Sz^1, Sz^2 seront les projections des joins de lit à la doële, dont il faut chercher la valeur par des profils, parce qu'ils sont racourcis par cette représentation.

On prendra si l'on veut pour base de ces profils la ligne *f*B, sur laquelle on portera la longueur *f*K en S*k*, *f*L en S*l* pour élever sur les points *k* & *l* des perpendiculaires $k\,k^2$, $l\,l^1$ qu'on fera égales aux à plombs 2K, 1L ; par les points k^2 l^1 & par le sommet S on tirera les indefinies Sn^1, Sn^2 dont il faut chercher la longueur ; l'on portera la projection fz^2 en SN, & fz^1 en LM sur la base de profil *f*B, ensuite par les points N, M on élevera des perpendiculaires qui couperont les lignes fk^2 fl^1 prolongées aux points *n* & *m*, les lignes *fn* & *fm* seront les valeurs des projections des joins de lit qu'on cherche.

Presentement il sera aisé de faire les panneaux de doële plate en commençant par celui des Voussoirs de la Trompe Droite qui est le cône inscrit *f*GF, par exemple pour le second 1 2.

Fig. 68. Ayant tiré à part (fig. 68.) une ligne f^d F égale à *f*F de la fig. 67. on décrira du point f^d pour centre, & avec la même *f*F pour rayon, l'arc F*f* dans lequel on inscrira la corde 1 2 du cintre primitif G*b*F, laquelle donnera le point *f*, par lequel & le point f^d, on tirera la ligne indefinie f^i, sur laquelle on portera la longueur $f^d\,l$ de la fig. 67. de même sur le côté f^dF prolongé, on portera la longueur *fm* en $f^d\,k^m$, la ligne $k^n\,l^m$ sera la corde de la tête de la doële plate $f^d\,kl$, de laquelle retranchant la pointe $tf^d r$ pour l'espace donné qu'occupe le trompillon STR, le trapezoïde *tklr* sera le panneau de la doële plate que l'on cherche, lequel excede le creux de la Tour d'un segment d'Ellipse $k^n o\, l^m$ provenant du segment de cercle de la projection $z^2 o z^1$, que l'on retranchera comme il sera dit à l'aplication du Trait sur la pierre.

Nous ne proposons point de chercher les panneaux de lit de cette Voute, dont la tête est une courbe en arc d'Ellipse qu'on pourroit trouver comme nous l'avons dit en parlant de la porte en Tour creuse ;

parce

66.

64.

65.

parce que nous pouvons nous en paſſer par une voye d'équarriſſement par laquelle on les forme, ſans qu'il ſoit néceſſaire de les connoître.

Il reſte ſeulement à trouver les biveaux de lit & de doële, & ceux de doële & de tête, de la même maniere que nous l'avons dit au ſecond Tome, en parlant de la trompe Droite & de la trompe plate.

Aplication du Trait ſur la Pierre

Apres avoir formé un parement pour ſervir de doële plate, on y apliquera le panneau de celle du Vouſſoir qu'on ſe propoſe de faire pour en tracer le contour, par exemple, celui qui eſt dans une partie de la fig. 68. $t\ k^n\ l^m\ r$.

Puis avec le biveau de doële & de tête, on abattra la pierre pour former une ſeconde ſurface plane, qui ſera un pan de la Tour creuſe, qu'on ſupoſe premierement circonſcrite à un priſme de pluſieurs côtez.

On fera enſuite à part (fig. †) un triangle rectangle 1 *u* 2, avec trois lignes données, ſçavoir, la corde de la projection de la tête z^2 z^1 ; la difference des hauteurs des extrémitez des joins priſe au profil, qui ſera $u\ n^2$ qu'on aura en menant pas le point le plus bas m^1, une parallele à la baſe BS, & la troiſiéme qui ſera l'hypotenuſe de ce triangle, ſera égale à la ligne $k^n\ l^m$. Fig. †.

Cette préparation étant faite, on prendra avec la fauſſe équerre l'angle 1 2 *n*, & l'on poſera une de ſes branches ſur l'arête de la tête plate 1 2, l'autre donnera une ligne d'aplomb *n* 2 ſur le parement de tête plate ; par la même maniere avec l'ouverture de l'angle 2 1 *m* ſuplément du precédent, on tracera une ſeconde ligne d'aplomb *n* 2, ſur laquelle on portera la hauteur 2 *u* en 1 *m*, pour tirer la ligne 2 *m*, à laquelle on tirera une parallele *n o* à hauteur 2 *n*, priſe à volonté, cependant le plus loin que la pierre pourra le permettre.

On levera enſuite une cerche convexe ſur l'arc concave B z^1 z^2, ſuivant laquelle on creuſera deux plumées ſur les lignes 2 *m*, *no*, par le moyen deſquelles on formera un parement creux à la régle, comme il a été dit pour tout ſegment de cylindre & doële de berceau, lequel parement ſera celui de la Tour creuſe.

Presentement il ne s'agit plus que d'abattre les lits avec les biveaux de lit & de doële, comme aux Voutes coniques ordinaires à la regle, la ſection de la ſurface plane du lit avec ce parement formera une tête

de joint de lit en arc Elliptique, ſans qu'on en ait connu auparavant la courbure, & le Vouſſoir ſera achevé à la tête ſuperieure : l'inferieure du côté du trompillon ſe fera comme à toutes les Trompes.

On a deſſiné à la fig. 69. une embraſure dans un flanc concave, dont la conſtruction eſt la même que celle de la Trompe en Tour creuſe.

SECONDE ESPECE,

De la Trompe en Tour ronde, & en particulier de la Trompe de Montpellier.

Fig. 70. La conſtruction de la Trompe en Tour creuſe dont nous venons de parler, conduit facilement par une opération contraire à celle de la Trompe en Tour ronde, & comme celle de Montpellier eſt la plus convexe qu'il eſt poſſible de faire (comme on peut le voir à la fig. 70. où elle eſt repréſentée en perſpective) : nous en donnerons le Trait pour exemple.

Fig. 67. Soit (fig. 67.) l'angle BSA celui des piédroits, ſur leſquels on veut faire une trompe, que nous ſupoſons égaux ; ayant tiré par leurs extrémitez A, B, une ligne droite, on la fera ſervir de diametre à un demi cercle AEB, qu'on tracera à deux fins, l'une pour exprimer la ſaillie de la Tour ronde dont il eſt la projection, l'autre pour ſervir de cintre primitif à la conſtruction de la trompe, dont il repréſente la ſection verticale du cône droit, coupé par la ligne AB.

Ayant diviſé ce demi cercle en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, on abaiſſera à l'ordinaire les perpendiculaires 1 p^1, 2 p^2, &c. ſur le diametre AB, pour avoir la projection de ces diviſions aux points p^1 p^2, par leſquels, & par le ſommet S de la trompe, on tirera des lignes qui couperont le même arc BEA, conſideré comme projection de la Tour aux points Q^1 Q^2 ; les lignes SQ^1 SQ^2 feront les projections des joins de lit.

Il faut préſentement chercher la valeur de ces projections, de la même maniere que nous avons fait pour la Tour creuſe, par le moyen d'un profil pour chacune, dont on prendra la baſe ſur SA prolongée pour la commodité.

On tranſportera les projections des joins de lit compriſes ſeulement dans le cône droit ſur une baſe priſe à volonté, par exemple SA, por-

tant fp^1 en fo^1, fp^2 en fo^2, & fC en fa, puis on élevera ſur tous les points a o^2 o^1 des perpendiculaires ſur fA, qu'on fera égales aux hauteurs des retombées du cintre primitif, ſçavoir $ab =$ CE, $o^2 f^2 = 2p^2$, $o^1 f^1 = 1\ p^1$, & par les points b, f^2, f^1, & le ſommet f, on tirera des lignes indéfinies $f b^e$, $f\ 2^x$, S 1^x, dont il faut trouver la terminaiſon aux points b^e 2^x 1^x.

On portera les projections totales des joins de lit fQ[1], fQ[2], fE en fq, fo, fE, & par les points Q o e on élevera ſur la baſe fe des perpendiculaires qui couperont les profils des joins de lit aux points demandez b^e 2^x 1^x, les lignes fb^e, $f\ 2^x$ $f\ 1^x$ feront la valeur des joins de lit à la doële.

Avec ces longueurs des joins, on peut bien faire comme au Trait précedent, un panneau de doële plate triangulaire f^d 2^d 1^d de la fig. 68. qui ſera la valeur de celui de la projection fQ[1] Q[2], de la fig. 67. mais comme il reſte encore au dehors un ſegment de cercle Q[1] 1 Q[2], qui eſt la projection d'une partie de la Tour ronde, il faut en ajoûter la valeur au panneau triangulaire de la fig. 68. ce que l'on peut faire de deux manieres.

Premierement en changeant l'arc de cercle Q[1] 1 Q[2] en arc Elliptique, dont on trouvera pluſieurs points par le Probl. IX du 2. Livre page 147.

Secondement par une autre maniere, qui facilite l'exécution; on inſcrira ce ſegment de cercle dans un angle formé par deux tangentes, pour changer la face de la Tour ronde cylindrique en priſmatique à pluſieurs pans.

On tirera du centre C aux points Q[1] Q[2] des rayons C Q[1], C Q[2], auſquels on tirera des perpendiculaires Q[1] T, Q[2] T, qui ſe couperont en T, & ſeront des tangentes du ſegment Q[1] 1 Q[2].

Si le cintre primitif AEB eſt circulaire, ces lignes ſeront égales entre elles; mais ſi il étoit ſur-hauſſé ou ſur-baiſſé, elles ſeroient inégales dans le raport des diametres conjugez, & ne ſeroient plus perpendiculaires aux lignes C Q[1], C Q[2]; en ce cas pour tirer ces tangentes, il faut avoir recours au Probl. 3. du 2. Livre.

Pour trouver la valeur de ces tangentes, il faut chercher celle de la ligne fT, qui donnera le point x de leur rencontre à la figure 68. comme cette ligne coupe le diametre AB en y à la fig. 67. on lui élevera une perpendiculaire $y\,x^e$, qui coupera la corde 1 2 au point x^e.

On portera ensuite la longueur $\int y$ en $\int$ Y sur la base SA des profils, & on lui fera une perpendiculaire YX égale à la hauteur $y\ x^e$, par les points S & X. On tirera l'indefinie $\int t^v$, qui sera terminée au point T^v par une verticale $t\ T^v$, provenant du point T de la projection horisontale $\int$T portée en $\int t$; la ligne $\int T^v$ sera la valeur de la ligne $\int$T que l'on cherche.

Pour placer cette ligne dans le panneau de la fig. 68. on tirera la corde $b^2\ b^1$, sur laquelle on portera du point b^2 la longueur x^e 2 du cintre primitif en $b^2 y$; on tirera par les points $\int d$ & y la ligne $\int^d x$ égale à $\int T^v$ de la fig. 67. qui donnera le point x de la fig. 68 ; si l'on tire de ce point les lignes $x\ 1^d$, $x\ 2^d$, le trapezoïde $\int^d\ 1^d\ x\ 2^d$ sera le panneau de la doële plate que l'on cherche, duquel on retranchera pour le trompillon le triangle $t\ \int^d\ r$, suivant la longueur donnée $\int T^n$ de la fig. 67.

Il faut présentement, comme à la trompe precédente, chercher les biveaux de doële & de tête, pour donner à cette doële plate l'inclinaison qu'elle doit avoir, avec les plans de la Tour circonscrits à la surface de la Tour ronde qu'on se propose de faire, & comme il y en a deux pour une seule tête de Voussoir, suivant les lignes de projection Q^1 T, Q_2 T, il faut aussi deux biveaux differens, qu'on trouvera de la même maniere qu'il a été dit pour la trompe plate Tome 2. page 80. & pour la trompe droite, page 210.

Aplication du Trait sur la pierre.

Ce que nous avons dit de l'aplication du Trait de la trompe precédente en Tour creuse, sur la pierre peut servir ici pour la Tour ronde, avec cette difference qu'ici chaque Voussoir étant terminé à la tête par deux surfaces, il faut y doubler l'opération, en prenant pour chaque pan une hauteur V T^x ou $T^x\ q^2$, qui soit la difference des angles de la tête du Voussoir, pour en former le côté vertical d'un triangle rectangle q^1 V T^x, qui donnera les angles du biveau de la tête du Voussoir $1^d\ x$ ou $x\ 2^d$, avec l'arête des pans, laquelle est représentée à la projection par le point T, comme l'angle obtus q^1 T^x r de la fig. sur le chiffre 70. ou son suplément à deux droits T^x q^1 O, pour tracer sur chaque pan une horisontale O T^v, comme on a fait au Trait précedent, pour avoir $2\ m$, ou $n.o$ à la fig. †, sur lesquelles horisontales on posera la cerche concave formée sur l'arc convexe AE, qui doit servir à former la surface convexe de la Tour ronde.

de la même maniere qu'on a formé la concave de la Tour creuse, où l'on voit que nous supofons qu'on a formé les surfaces des pans par le moyen des biveaux de doële & de tête.

La portion de surface convexe de la Tour que doit occuper la tête du Voussoir étant formée, on abattra la pierre avec les biveaux de lit & de doële pour former les lits, dont les sections avec cette surface cylindrique formeront des joins de tête en arcs Elliptiques, sans le secours des panneaux de lit, & cependant fort exactement, quoique par une espece de hazard sans connoître ces arcs.

Il ne reste plus à present qu'à creuser la doële avec les cerches convexes formées sur les arcs des têtes du côté du trompillon, & sur un plus grand à la tête superieure ; mais comme cette tête n'est pas plane, on ne peut y tracer un arc de cercle ou d'Ellipse comme aux trompes à face plane, c'est pourquoi nous allons donner une maniere d'y poser un biveau mixte, dans une situation qui soit verticale lorsque le Voussoir sera mis en place ; par conséquent dont l'arc de doële puisse être pris sur le cintre primitif AEB.

Ayant tiré le joint de tête 2' 7, on prendra dans ce joint un point 7 à volonté, duquel on abaissera une perpendiculaire 7' 9 sur le diametre AB ; on portera la longueur S 9 en S *d* sur SA, & par *d* on élevera sur la même une verticale *d* 7' égale à 9' 7, & par les points S & 7ˣ, on tirera la ligne S 7ˣ.

On formera ensuite un triangle S 7 *f²* avec les trois lignes données S 7ˣ, S *f²* & 2' 7 ; l'angle S *f²* 7 sera celui du biveau que l'on cherche, dont on mettra un des bras sur l'arête du lit & de la doële, l'autre donnera sur le lit une ligne *f²* 7, qui sera verticale en œuvre, suivant laquelle on posera la branche droite du biveau mixte 1' 2' 7, qui aura été formé au cintre primitif sur l'arc 1' 2, pour la branche courbe, & le joint 2' 7 pour la branche droite.

Il faut encore observer que la branche courbe doit être dirigée vers l'arête oposée, de maniere qu'elle fasse des angles égaux avec celle du lit de dessus & celle du lit de dessous, ce que l'on peut faire sans peine lorsque la branche convexe du biveau est exactement égale à l'arc 1' 2, parce qu'alors il n'y a qu'à la tenir de maniere que l'angle d'un côté & le bout de l'autre soient posez sur les côtez oposez de la doële.

Par le moyen de la plumée qu'on fera avec ce biveau, & l'arc de tête du trompillon, on formera la doële conique à la regle, comme nous l'avons dit au commencement du quatriéme Livre, & cette sur-

face rencontrant celle de la Tour ronde qu'elle penétre, formera la courbe à double courbure de l'arête de face, sans qu'il soit néceſſaire d'en faire le dévelopement pour en former un panneau flexible, comme font les Auteurs des Livres de la coupe des pierres, ce qui n'eſt ni moins exact, ni moins expéditif & plus commode.

L'avantage que l'on a encore dans cette conſtruction eſt qu'elle peut toûjours avoir lieu de quelque courbure Elliptique, ſur-hauſſée ou ſur-baiſſée que puiſſe être le cintre primitif.

Explication Démonſtrative.

Pour réduire la Voute dont il s'agit à la régularité d'un cône Droit, proprement dit, lorſque le cintre primitif eſt circulaire ou droit, ſur une baſe Elliptique lorſqu'il eſt ſur-hauſſé ou ſur-baiſſé : nous avons décrit ce cintre ſur un plan ſupoſé perpendiculaire au triangle par l'axe du cône ASB, qui doit être ſupoſé en ſituation verticale, & nous avons ſupoſé d'autres plans verticaux paſſans par les diviſions des joins de lit, comme aux Voutes coniques ordinaires, auſquels nous avons ajoûté l'excès compris dans le ſegment AEB, qui repréſente une portion de cylindre, ſuivant les principes que nous avons donné au 3. Livre page 306. pour la formation des figures irrégulieres, par l'inſcription ou la circonſcription des régulieres.

Pour faire ſentir l'avantage de l'inſcription plûtôt que de la circonſcription, il n'y a qu'à faire remarquer que par ce moyen nous avons trouvé dans les lits un moyen de placer la branche du biveau mixte qui ſert à creuſer la doële, ce qu'on n'auroit pû faire après que la ſurface de la Tour ronde a été formée, parce qu'alors la place du cintre primitif auroit été enlevée.

On voit que dans ce Trait nous avons levé deux biveaux de plus qu'aux trompes coniques ordinaires, où l'on n'a beſoin que de biveaux de lit & de doële, & de tête & de doële.

Ici nous en avons formé un troiſiéme pour la poſition du biveau mixte, pour ſupléer à l'arc qu'on décrit ſur les têtes planes, parce que celles-ci ſont courbes.

Et enfin un quatriéme biveau pour tracer une ligne horiſontale ſur chaque pan de la Tour ronde inſcrite dans un priſme, afin de pouvoir nous ſervir de l'arc horiſontal de la projection ou baſe de la Tour.

SECOND CAS.

De la Trompe conique rampante, en Tour ronde ou creuſe.

La difference de ce Trait au précedent conſiſte 1°. en ce que les impoſtes de la trompe ne ſont pas dans un même plan horiſontal comme dans la précedente ; mais l'une eſt horiſontale & l'autre inclinée à l'horiſon. 2°. Que ſon axe eſt auſſi incliné à l'horiſon, d'où il ſuit que le diamettre de toutes les ſections verticales par des plans perpendiculaires à la direction horiſontale de cet axe, ſont auſſi inclinées à l'horiſon ; ainſi la courbe de l'arête de la doële, avec la face du Trait précedent eſt la rencontre d'un cône droit dont l'axe eſt horiſontale avec un cylindre vertical, & celle-ci eſt la rencontre d'un cône ſcalene de baſe Elliptique avec un cylindre vertical, ce qui fait ſi peu de changement à la conſtruction qu'on auroit pû en renvoyer le détail à la précedente, ſi l'une ne ſervoit d'éclairciſſement pour l'autre ; car il faut avoüer que ces ſortes de Traits ſont aſſez compoſez pour embarraſſer le Lecteur, & demander une grande contention d'eſprit à ceux qui ne ſont pas encore bien au fait.

Soit donc (fig. 71.) ASB l'angle rentrant, dans lequel on doit conſtruire une trompe rampante en Tour ronde, telle qu'elle eſt repréſentée en perſpective à la fig. 75. Pl. 83. *Fig.* 71.

Ayant diviſé l'angle ASB en deux également par la ligne SH, qui coupera la projection du diametre AB en deux également en M, on prendra ſur cette ligne SM, prolongée s'il le faut, le centre de la Tour vers S, ſi elle eſt convexe, ou tout au plus juſqu'en M, comme à la trompe de Montpellier rampante, & vers H ſi elle eſt concave, ſelon que l'arc ADB ſera grand ou petit, ou qu'il ſera donné par la fleche DM ; on a ſupoſé ici le centre de la Tour en S pour plus grande ſimplicité du Trait.

La ligne SD ſera la direction horiſontale de l'axe de la trompe & ſa projection, d'où il ſuit qu'elle ſera plus courte que cet axe qui eſt incliné à l'horiſon.

Sur AB comme baſe de l'élevation de la face qui ſera repréſentée renverſée pour la commodité de l'épure ; on élevera en B la perpendiculaire BR, égale à la hauteur du point B de l'impoſte rampante SB, au-deſſus du point A de l'autre impoſte de niveau, & l'on

tirera la ligne AR, qui sera la ligne de rampe de l'arc de face représentée au plan horisontal par la ligne AB.

On prendra ensuite sur fc prolongée la longueur c H égale à MA, ou plus ou moins grande pour demi diametre conjugué à AR, & par les points AHR on décrira la demie Ellipse AHR, qui sera le cintre primitif; on le divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, h 4, ensorte que la clef, c'est-à-dire sa corde H 4, soit de niveau autant qu'il est possible.

Cette préparation qui est particuliere à la trompe rampante étant faite, le reste se fera de la même maniere que nous l'avons dit du Trait précedent, avec cette seule difference qu'au lieu de prendre les hauteurs des divisions du cintre primitif sur son diametre rampant AR, on les prendra plus bas sur sa projection horisontale AB, aux perpendiculaires d 1, e 2, f3, g4, qui comprennent outre les ordonnées au diametre 4 r^4, 3 r^3, 2 r^2, les hauteurs des points r^1 r^2, &c. sur l'horisontale BA, de sorte que l'on doit considerer la figure mixte AHRB comme le cintre primitif composé d'une demie Ellipse AHR, & du triangle de rampe ARB.

Comme les lettres de la figure de la projection horisontale sont rélatives à celles des profils, il sera aisé d'y reconnoître la construction du Trait précedent, sans qu'il soit nécessaire de la répeter.

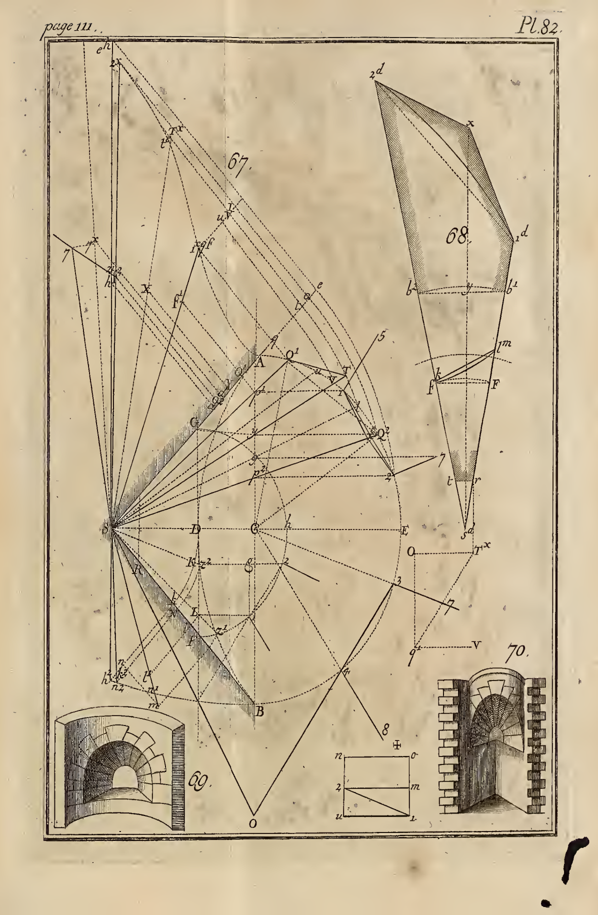
On a tracé à la fig. 72. un panneau de doële plate du 3e. Voussoir, dont la projection horisontale est le triangle mixte f Q² y Q³ inscrit dans le trapezoïde f Q² T Q³, où la ligne f T* est la valeur de la ligne ST de la fig. 71.

On a aussi tracé à la fig. 73. le triangle fN f^3, qui donne l'angle f f^3 N, pour placer le bras droit du biveau mixte du lit & de la doële formé au cintre primitif sur l'angle mixte n 3 l 2, comme on a fait à la fig. 67. en f f^2 7°.

Enfin on a exprimé à la fig. 74. la maniere de tracer des horisontales sur les pans 2 u & u n_3, comme on a fait au Trait précedent au dessus du chifre 70. & plus bas à la fig. † pour le même sujet. On remarquera seulement ici qu'à cause de l'inégalité de la rampe les pans à l'arête de la doële plate sont fort inégalement inclinez, ce qui n'arrive pas à celle de la trompe précedente.

Remarque sur cette Construction.

Suivant la méthode de la réduction des corps ronds en polyédres, on


67.
68.
69.
70.

on se passe des panneaux de dévelopement dont se servent le P. Deran & M. de la Ruë, lesquels panneaux ne peuvent presque servir qu'à vérifier en partie ce qui a déja été fait, car puisqu'ils sont faits sur des matières flexibles comme du carton, des lames de plomb, &c. pour pouvoir être apliquez sur des surfaces courbes, ils les supofent déja faites, ce qui est cependant une partie de la question, puisqu'on cherche premierement le moyen de les faire pour y tracer l'arête de rencontre de la Voute conique.

TROISIEME CAS.

De la Trompe Conique rampante par son axe & par ses impostes, dont la base est renversée en situation horisontale ou inclinée, rachetant une Tour creuse.

Premiere supofition, que la base du cône renversée est de niveau, représentée en perspective à la fig. 76. Pl. 84. Fig. 76, & 78.

Soit (fig. 78.) l'angle rentrant ASB, dans lequel on veut former une trompe renversée, qui serve de suport à une Tour creuse AMB, dont la base est de niveau, au lieu que dans les cas précedens elle étoit aplomb cintrée.

Ayant divisé l'angle ASB en deux également par la diagonale SC; on prendra sur cette ligne le point C, pour centre de la Tour creuse en tel endroit qui convient à sa grandeur ; & de ce point C, on menera des perpendiculaires CA, CB aux côtez de l'angle donné SA, SB, pour y inscrire l'arc de base de la Tour creuse AMB, lequel étant divisé en Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des lignes droites au sommet de l'angle S, lesquels 1 S, 2 S, &c. seront les projections des joins de lit à la doële de la trompe.

On décrira de même d'un point *c* pris à volonté sur la diagonale SC, un arc *fg*, terminé aussi par des perpendiculaires *fc*, *gc*, aux côtez des murs AS BS.

Presentement pour avoir les véritables longueurs des joins de lit à la doële, on fera, comme à l'ordinaire, un profil pour chacun, mais dont la hauteur doit être commune à tous les Voussoirs, au lieu que dans les autres elle étoit inégale à chaque Voussoir.

Cette hauteur SH est arbitraire, mais il est visible que plus elle sera grande à l'égard de l'horisontale du fond SM, plus la trompe aura de force pour soûtenir la Tour.

On élevera sur AS, si l'on veut prendre cette ligne pour base de profil, la perpendiculaire SH, de la hauteur dont on voudra que la base de la trompe soit élevée au dessus du point S de sa naissance, qui est le sommet du cône, & par le point H, on menera HÆ parallele & égale à AS, & l'on tirera la droite SÆ, qui sera la longueur d'un imposte, & son inclinaison le long du mur; ensuite on transportera la longueur S 1 en S d, & l'on menera D d parallele à SH. On portera de même la longueur S 2 en S e, & l'on tirera aussi e E parallele à SH, puis l'on menera par le sommet S les lignes SE, SD, qui seront les longueurs des joins de lit en doële.

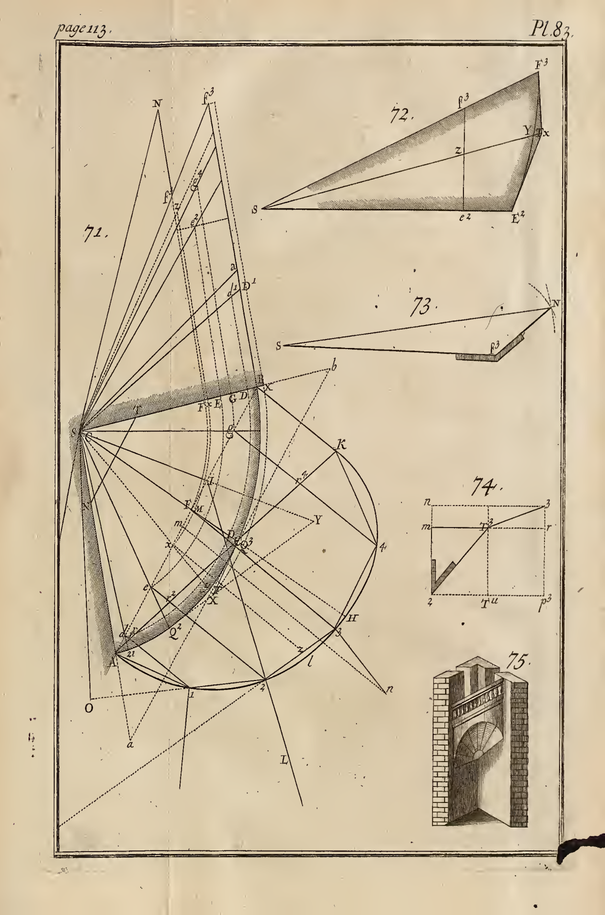
Pour le trompillon, du point f on menera fF parallele à AÆ, & par le point F où cette ligne coupe SÆ, on menera FK parallele à S e, qui donnera les points G & I pour les angles des têtes des Voussoirs apuyez sur le trompillon, & l'épure sera tracée.

Fig. 78. Les *panneaux de doële* se feront, à l'ordinaire, de deux joins de lit à la doële, & de la corde de l'arc de tête, dont on formera un trian-
Fig. 82. gle, par exemple, pour le premier Voussoir, on portera à part, fig. 82. la longueur du joint de l'imposte SÆ en f^{d}, puis du point f pour centre, & de l'intervale SD de la fig. 78. on fera un arc en 1^{d}, & de l'intervale de la corde A 1, pour rayon, & du point c^{d} pour centre, on fera un arc qui coupera le précedent au point 1^{d}, & l'on aura pour le premier panneau de doële le triangle $f\ æ^{d}\ 1^{d}$, dont on retranchera, pour l'espace qu'occupe le trompillon, le triangle $f\ f^{1}\ g^{1}$, en portant SF de la fig. 78. en S f' de la fig. 82. & SG de la fig. 78. en S g^{1} de la fig. 82. ainsi des autres Voussoirs dont on a mis ici en façon de dévelopement, les panneaux de doële de suite, par où l'on voit que celui du milieu de la trompe, qui est la clef, est isoscele f 2^{d} 3^{d}, ainsi que la projection S 2·3 de la fig. 78.

Les *panneaux de lit* sont donnez par le profil en y ajoûtant un angle droit pour le parement creux de la portion de Tour, qui s'apuye sur la trompe, tels sont les triangles SÆH, SDH, SE H, dont les angles en Æ, D, E, sont aigus, mais qui deviennent obtus, en y ajoûtant l'angle droit; de sorte que l'angle SÆH se change en SÆV, ainsi des autres qui deviennent de plus en plus obtus.

A l'égard des petites têtes inferieures, il faudra prendre garde qu'elles ne soient pas trop obtuses, parce que l'arête du trompillon deviendroit trop foible vers les impostes.

On formera les *Biveaux de tête & de doële*, & de lit & de doële, sui-


71.
72.
73.
74.
75.

vant la regle generale, en cherchant les fections de la doële avec l'horifon, de la tête avec l'horifon & du lit avec l'horifon.

PAR exemple, pour le biveau de doële & de lit du fecond Vouffoir S 1'2 ; il eft clair que la corde 1'2, que l'on fupofe dans un plan horifontal ASB, eft la fection de la doële avec l'horifon, mais non pas celle qui paffe par le fommet du cône S ; ainfi en menant par ce point S, une parallele S*o*, indéfinie à la corde 2' 1 ou 3' 4, cette ligne *fo* fera la fection de la doële avec l'horifon au plan horifontal de la projection. Il eft encore clair, par les exemples des Voutes coniques ordinaires, que l'interfection des lits doit fe faire fuivant la diagonale S *c*, qui eft la projection de l'axe du cône ; ainfi l'on a tout ce qui eft néceffaire pour trouver ce biveau.

POUR le 3e. lit, par exemple, on prolongera la projection S 3 vers X. On élevera au point 3, la perpendiculaire 3, 3*b* égale à *e*E ou SH ; on tirera S 3*b*, à laquelle on fera 3*b* L perpendiculaire, qui rencontrera SX au point L, par lequel on tirera la perpendiculaire *o*R°, jufqu'à l'interfection de la ligne S *o*, & de la diagonale SC ; on portera L 3*b* en LX, d'où on tirera les droites X*o*, XR°, prolongeant cette derniere vers *y* ; l'angle *o*X*y* fera celui fur lequel on doit former le biveau de lit & de doële du joint qui paffe par S 3.

Aplication du Trait fur la Pierre.

AYANT dreffé un parement, on y apliquera le panneau de doële ; & avec le biveau de lit & de doële on abattra la pierre en angle obtus ; fur ce fecond parement on apliquera le panneau de lit qui lui convient, lequel donnera la pofition des joins de tête, entre lefquels on abattra la pierre pour former la tête de face creufe, par le moyen d'une cerche tracée fur l'arc AMB, pofée d'équerre fur le parement creux & de niveau, ce qui fe fera en la pofant d'équerre aux arêtes des joins de tête.

A l'égard de la tête du côté du trompillon, on la fera ou parallele à la premiere, ou perpendiculaire au joint de lit, alors elle devient conique concave, & le lit de deffus du trompillon conique convexe.

SI au lieu des biveaux de lit & de doële, on vouloit fe fervir de ceux de tête & de doële, il n'y auroit qu'à élever fur un point 4, par exemple, de la corde 4' 3, pris à volonté, une perpendiculaire 4' T prolongée jufqu'à la rencontre du plan de la doële avec l'horifon à la ligne S*o*, & prendre fur cette corde 4' 3, prolongée en *z*, la ligne 4*z*, égale à la hauteur *d*D, & tirez *z* T, l'angle T *zu* fera celui du

biveau de tête & de doële, avec lequel on peut ſe paſſer de celui de lit & de doële pour tracer la pierre, comme dans le cas précedent de la trompe rampante.

Explication Démonſtrative.

Fig. 77. Pour ſe former une idée nette & Géometrique de cette eſpece de trompe, il faut jetter les yeux ſur la fig. 77. où eſt repréſenté un cône ſcalene renverſé *anbm*S, dont la moitié S*mab*S ſert de ſuport à une portion cylindrique *def*; mais comme ce demi cône & ce demi cylindre ſont dans le vuide, il n'en reſte que les ſurfaces adhérentes au maſſif de pierre compris & ſoûtenu par les murs qui forment l'angle rentrant *abb*, avec leſquels il commence à faire corps depuis les impoſtes S*a* & S*b*.

Le profil ou ſection de ce maſſif, paſſant par l'angle des murs, & le côté le plus court du cône *ſm*, eſt le triangle *bm*S.

Cela ſupoſé, il ſera facile d'expliquer la conſtruction de la trompe, car en ſupoſant les lignes des impoſtes ou naiſſances S*a*, S*b*, en ſituation horiſontale au lieu de l'inclinée, on reconnoîtra que cette trompe peut être conſiderée comme une trompe conique de direction Droite & de face inclinée en Talud beaucoup plus grand que celle dont il eſt parlé au ſecond Tome, page 230. laquelle face étant couchée de niveau, devient la baſe d'une portion de Tour creuſe de beaucoup ou de peu de hauteur, quand ce ne ſeroit que le ſocle d'un balcon. Il eſt même de néceſſité indiſpenſable que la naiſſance de cette Tour ſoit unie, & ne faſſe qu'un corps avec la doële conique, parce que l'arête de la doële de la trompe, avec cette face renverſée, deviendroit trop aiguë, pour avoir la force néceſſaire à l'uſage de ſervir de ſuport.

Il faut encore obſerver que la même jonction de la trompe, avec la baſe de la Tour creuſe, ſe doit auſſi faire dans les lits qu'il faut prolonger de la trompe à la Tour, ce que l'on peut faire de deux manieres, ou en continuant la même ſurface du lit, auquel cas elle occupe la baſe de la Tour obliquement par des joins inclinez, qui ſont des portions d'Ellipſes, ou en faiſant un angle dans le lit pour reprendre la direction verticale du joint montant de la Tour, ce que l'on peut faire facilement en ſe retournant d'équerre ſur les bouts des cordes de l'arc horiſontal *amb*; mais alors ſi l'on veut donner aux pierres de la Tour la coupe qui leur eſt naturelle, on ne le peut qu'en faiſant un reſſaut du lit au joint montant.

Il nous refte à rendre raifon de la pratique qu'on vient de donner, pour trouver le biveau de doële conique & de tête cylindrique. Il faut relever par la penfée, le trianple rectangle T 4 z, en fituation verticale fur le plan horifontal OSB, en le faifant mouvoir autour de fon côté T 4 immobile dans ce plan jufqu'à ce qu'il lui devienne perpendiculaire ; en cet état la ligne 4 *u* fera une verticale dans le plan 4 z T, lequel eft par conféquent auffi vertical ; or parce que la ligne T 4 eft, par la conftruction, perpendiculaire à la ligne 4ˑ3, qui eft l'interfection d'un plan horifontal, dans lequel eft la bafe du cône renverfé, avec le plan incliné de la doële plate, paffant par la corde 4ˑ3 ; il fuit que les lignes T z & z 4 font perpendiculaires à cette commune fection 4ˑ3, dont leur ouverture eft l'angle d'inclinaifon des plans de la doële plate conique, & d'une autre plane circonfcrite à la cylindrique verticale paffant par la même corde, parce qu'on a pris le fuplément à deux droits T z *u*, *ce qu'il falloit démontrer.* *Fig.* 78.

Seconde Efpece de Trompe renverfée, lorfque la Tête eft rampante.

Suposant la même projection horifontale que pour la trompe renverfée de niveau, & la même inclinaifon d'une impofte SÆ, nous nous fervirons de la fig. 78. à laquelle nous ajoûterons la partie 79. qui eft néceffaire pour trouver les ralongemens des joins de lit.

Ayant tiré la corde AB de l'arc donné AMB, on élevera au point A la perpendiculaire AR, égale à la hauteur où la trompe doit monter depuis le point B jufques fur A, & l'on tirera la ligne de rampe BR ensuite par les points 1, 2, 3, 4, des divifions des Vouffoirs fur l'arc horifontal AMB, on menera des perpendiculaires à la corde AB, prolongées jufqu'à la ligne de rampe BR, comme 4*n*, 3*p*, 2*q*, 1*r*, & par les points *n*, *p*, *q*, *r*, on menera des perpendiculaires à la ligne de rampe *n* 2^4, *p* 2^3, Q 2^2, *r* 2^1, fur lefquelles on portera les longueurs N 4, P 3, *q* 2, R 1, qui donneront les points 2^1, 2^2, 2^3, 2^4, par lefquels on tracera l'arc Elliptique B*m*R, qui fera la bafe inclinée de la trompe rampante, fur laquelle s'élevera fa tête ou face en Tour creufe, fi l'on veut, ou en Voute hélicoïde.

Mais dans cette derniere conftruction il faut y faire un changement dont nous parlerons à la fin de ce Livre. Nous confidererons feulement ici cette bafe comme plane ; je veux dire, dont le contour eft dans un plan incliné.

Ayant prolongé indéfiniment les lignes des hauteurs A Æ, dD, eE, qui étoient toutes égales dans la trompe précedente ; on portera sur chacune la hauteur que la rampe y ajoûte, sçavoir ; sur A Æ, la hauteur AR du point Æ en a^2, sur dD, la hauteur Rr du point D en d^2, la hauteur Qq de E en e^2, la hauteur Pp de E en 3e, & la hauteur Nn de D en 4e.

Les lignes Sa^2, Sd^2, Se^2 S3^e S4^e SÆ seront les vrayes longueurs des joins de lit, depuis le sommet S, dont on retranchera celles du trompillon EyF, qui est tout d'une piece, & dont la tête sera proportionelle & parallele à la base inclinée de la trompe.

Presentement si l'on veut faire les panneaux de doële plate & son dévelopement, on le peut commodément dans la même figure; sur SA prolongée, ayant pris Sb^d égal à SÆ, pour base du triangle de la doële du premier Voussoir, du point S pour centre, & de l'intervale S 4e, longueur du second joint pour rayon ; on décrira un arc de cercle 4e 4^d, & du point b^d pour centre, & de l'intervale B 24 ou æ 21, corde du premier arc, on décrira un arc 1^1 4^d, qui coupera le précedent au point 4^d ; de même faisant du point 3e D un arc avec le rayon f 3e, & du point 4^d pour centre, un autre avec la corde 2^1 2^2, ou ce qui est la même chose 24 2^3 pour rayon ; on fera un arc qui coupera le précedent au point D, le triangle SD 4^d sera le second panneau de doële plate, ainsi des autres de suite, comme la figure le montre depuis le point b^d jusqu'en A^d.

Les biveaux de lit & de doële, & ceux de doële & de tête se trouveront, comme aux trompes coniques, rampantes, dont la face est verticale en faisant un cintre de face supposé sur une section verticale qui sera Elliptique, dont les points principaux sont donnez sur la projection verticale, sçavoir m^e pour le sommet, Y pour l'imposte inferieure, x pour la superieure, de même que les points des interfections des joins de lit avec la courbe de ce cintre, ce que l'on n'a pas fait dans cette figure pour ne la pas embroüiller, d'autant plus que cette espece de trompe est très peu d'usage ; nous nous contentons d'indiquer le moyen de la réduire aux regles des trompes rampantes ordinaires, pour trouver la section des doëles plates avec l'horison, & par conséquent les biveaux des lits & de ces doëles.

Remarque sur l'Usage.

Fig. 80. & 81. La premiere espece de trompe, dont la tête de face est de niveau, peut servir à racheter une Voute sphérique *ab ab* fig. 80. & 81. sur un

quarré ſS ſS, parce que tous les arcs horiſontaux de cette ſurface ſont tangens aux murs ſS ſur leſquels elle eſt apuyée, ce qui rend cette jonction agréable à la vuë, ou pour porter une baluſtrade de dégagement au platfond d'un eſcalier ouvert en rond dans ſon milieu ſur une cage quarrée, comme on voit fig. 81. & 82. mais la même trompe ſimplement rampante ne peut ſervir à racheter un berceau rampant, & tournant, comme le prétend le P. Deran, ſans y faire de changement, comme nous le dirons en ſon lieu.

Troiſiéme ſituation des Voutes Coniques, à l'égard des Cylindriques, lorſque les axes des deux Voutes ſont horiſontaux.

EXEMPLE.

Lunette ébrasée, Trompe ou Abajour qui rachete un Berceau de niveau.

Soit, fig. 83, l'angle rentrant ASB, la baſe horiſontale d'une Voute conique qui pénetre un berceau de niveau, dont l'arc vertical CR eſt une partie de l'arc-Droit. Sur AB, comme diametre, on décrira, à l'ordinaire, un demi cercle pour ſervir de cintre primitif; nous n'en mettons ici que la moitié B*h* pour ne pas trop embroüiller ce Trait, parce que ſupoſant l'axe du cône SC Droit ſur ſa baſe AB, une moitié de ſa baſe circulaire ou Elliptique ſera égale à l'autre. Fig. 83.

Ayant diviſé le quart de cercle B*h* en ſes Vouſſoirs, comme ici en deux & demi pour cinq Vouſſoirs, aux points 3, 4, & ayant abaiſſé ſur ſa baſe AB des perpendiculaires qui la couperont aux points TV, on menera par ces points & par le ſommet S, des lignes ST 3', SV 4', prolongées au-delà de T & V indéfiniment; ces lignes feront la projection horiſontale des joins de lit, dont on déterminera la longueur par le moyen du profil qu'on fera comme il ſuit.

Ayant prolongé l'axe SC indéfiniment vers *e*, on prendra ſur cette ligne, à volonté, un point *c*, duquel comme centre, & pour rayon CA ou CB. On repetera une moitié du cintre primitif en *b* H, portant ſes diviſions B4, 4 3 en *b* 2⁴, & 2⁴ 2₃, par leſquelles on menera des paralleles à la baſe *e*C, juſqu'à la rencontre de la perpendiculaire CD, qui la couperont en F & en G; enſuite du ſommet S & par les points F & G, on menera des lignes SG, SF, prolongées juſqu'à la rencontre de l'arc du berceau CR, l'une en K, & l'autre en M. On pro-

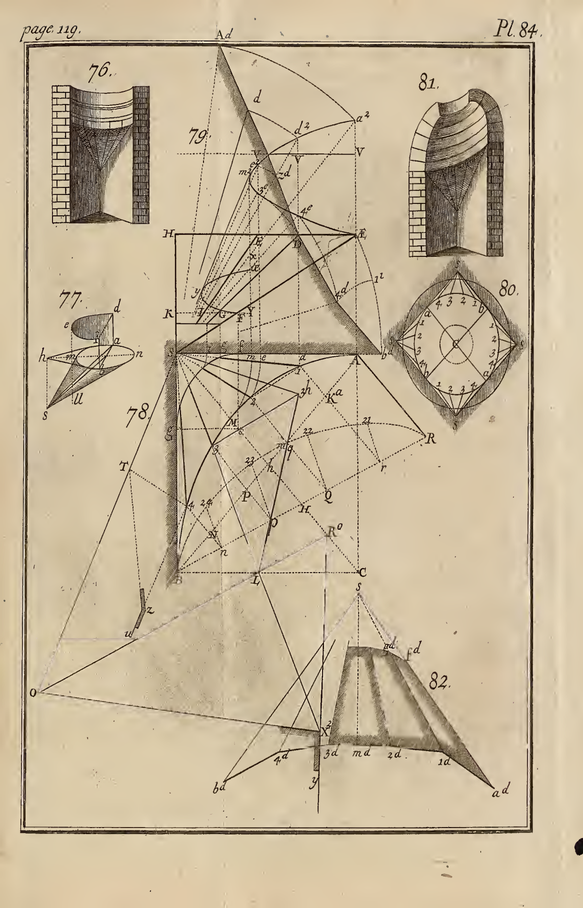
longera aussi SA en N ; les lignes SK, SM seront les projections verticales des joins de lit des divisions 3, 4, du cintre primitif, & de leurs deux correspondantes & égales, lesquelles serviront à determiner les longueurs des projections horisontales ; car si par les points K & M on mene des paralleles à AB, comme K 4^l, M 3^l, elles couperont les projections horisontales des mêmes joins aux points 4^l 3^l, ainsi S 3^l est la projection horisontale, dont SM est la verticale, & S 4^l est celle du même joint de lit dont SK est la verticale ; or ni l'une ni l'autre de ces projections est égale au véritable joint de lit, mais elles servent à les trouver dans un second profil, comme nous l'avons expliqué en parlant des trompes.

Soit une ligne droite placée à volonté S o_b prise pour base du second profil, on portera sur cette base la longueur ST en S*t*, & S 3_l en S 3^b, de même SV en S*u*, & S 4^l en S 4^b, & par les points *t*, *u*, 3^b, 4^b, on élevera des perpendiculaires, sur lesquelles on portera les hauteurs correspondantes à ces points, sçavoir T3 en *t* 3^f, V 4 en *u* 4^f, & par les points *f*, 3^f, on menera la ligne *f* 3^f 3^x, qui coupera la perpendiculaire 3^b 3^x au point 3^x ; la longueur S 3^x sera celle du vrai joint de lit, de même S 4^t prolongée donnera S 4^x pour le vrai joint de lit, dont la projection est S 4^l.

Tous les joins que nous avons cherché jusqu'à present ne sont qu'à la doële, & suffisent bien pour faire les panneaux de doële plate ; mais pour former les panneaux de lit qui donnent aussi les joins de tête, il faut faire un extrados E 8 7 1, & chercher les projections de ses joins qui doivent passer par les points 7 8, de la même maniere que nous l'avons fait pour l'intrados B*h*, ce que nous ne répetons pas, parce que la figure & la quantité de pareils exemples qu'on a donné paroissent suffire.

Ayant trouvé les projections X 7_l X 8^7, qui donnent pour projections des surfaces des lits les trapezes S 3^l 7^l X & S 4^l 8^l X, on ne cherchera pas les longueurs des côtez X 7^l, X 8_l, mais des diagonales S 7^l, S 8^l, pour cet effet on les portera sur la base du second profil S o^b en S 7^b, S 8^b, & ayant porté leur hauteur prise au premier profil en O*o*, L*l* sur les perpendiculaires 7^b 7^x & 8^b 8^x, on aura les points 7^x 8^x, les lignes *f* 7^x, *f* 8^x seront les diagonales cherchées.

Avec les trois lignes données pour les panneaux de doële, sçavoir les deux joins de lit & la corde d'une division du cintre primitif, on parviendra


76.
77.
78.
79.
80.
81.
82.

parviendra à former la doële plate, & avec les trois autres pour les panneaux de lit, ſçavoir un joint de lit, une diſtance du ſommet de la trompe à l'extremité de la tête à l'extrados, & l'intervale de la doële à l'extrados au cintre primitif, on parviendra à former les panneaux de lit.

Premierement, pour les *panneaux de doële plate*, par exemple, pour un ſecond Vouſſoir au-deſſus de l'impoſte marqué 4·3, on prendra au profil la longueur S f^3, ou ce qui eſt le même dans la trompe Droite S f^4, avec laquelle pour rayon, & d'un point f^d (fig. 84.) pour centre, on fera un arc $3^f\, 4^f$, dans lequel on inſcrira la corde 3·4 du cintre primitif, & l'on tirera les lignes S 3^f, S 4^f, ſur leſquelles étant prolongées, on portera les longueurs S 3^x, S 4^x du profil en $S^d\, 3^x$, $S^d\, 4^x$, la ligne $3^x\, 4^x$ ſera la tête biaiſe de la doële plate. *Fig.* 84.

Il ne reſte plus pour achever cette doële qu'à y placer la tête 3^n 4^n du trompillon, ou de la ſection d'un mur s'il s'agit d'une Lunette, comme à la fig. 86. priſe à la fig. 83. en $3^n\, 4^n$, pour en trancher le triangle iſoſcele $f^d\, 3^n\, 4^n$, en faiſant un arc avec le côté f A' pour rayon, qui coupera les côtez $f^d\, 3^x$ $f^d\, 4^x$ en $3^n\, 4^n$; le trapezoïde $3^n\, 3^x$ $4^x\, 4^n$ ſera le panneau que l'on cherche.

Presentement pour y ajoûter *les panneaux de lit* en dévelopement, on prendra la partie de la diſtance du ſommet S à l'extrados dans le cône Droit inſcrit, qui eſt $f\, f^7$ au profil, ou $f\, f^8$ avec laquelle pour rayon & du point f^d de la fig. 84. pour centre, on fera un arc en fg, & de l'intervale 3·7 du cintre primitif pour rayon, & du point 3^f pour centre, on décrira un arc qui coupera le précedent au point f, par lequel & par le point f^d, on menera la droite $f^d\, 7^x$, qu'on fera égale à $f\, 7^x$ du profil, & par les points 7^x & 3^x, on tirera une ligne qui ſera la corde de l'arc Elliptique, qui eſt la ſection du plan du lit de la trompe dans le berceau qu'elle rachete, & ſi l'on tire la ligne 7^x 7^n parallele à $3^x\, 3^n$, & $7^n\, 3^n$ parallele à $f\, 3^f$, on aura le trapeze $7^x\, 7^n\, 3^n\, 3^x$, qui ſera le panneau de lit que l'on cherche.

Par la même maniere on trouvera celui du lit de deſſous $4^n\, 8^n\, 8^x$ 4^x, comme il eſt aiſé de le concevoir par les ſignes rélatifs à ceux du profil.

Aplication du Trait ſur la pierre.

On pourroit exécuter ce Trait par des Vouſſoirs à branche d'enfourchement, comme nous avons fait ceux de la rencontre d'un berceau en

defcente avec un berceau de niveau ; il fera facile d'en apercevoir la poffibilité en comparant ce que nous avons dit page 63 avec l'épure de ce Trait.

Les reins de la Voute en berceau en feroient méme mieux apuyez & mieux liez à la trompe ; mais pour varier un peu les conftructions, nous en donnerons ici une, où il n'eft pas néceffaire de chercher le biveau d'inclinaifon des deux doëles plates à l'enfourchement comme au Trait cité.

On formera un panneau de lit de fauffe coupe incliné à l'horifon, mais perpendiculaire au plan vertical, paffant par l'axe de la trompe SC, qui aura fa tête de niveau, pour y pouvoir apliquer les biveaux mixtes des joins de lit en profil, avec l'arc-Droit du berceau de niveau.

Par exemple, pour former celui du fecond Vouffoir 3.4, qui eft defigné par une tête 4 R, parallele à AB, & comprife entre les aplombs de doële 4 V, & d'extrados 8 *u*.

Si le cône infcrit eft Droit, ce panneau fera un triangle qui pourra toûjours avoir pour un de fes côtez la longueur de l'impofte SA ou SB ; fi le cône n'eft pas droit circulaire, mais que le cintre primitif foit Elliptique, on cherchera la valeur des projections par des profils, ayant porté SV en S *o*, on lui fera la perpendiculaire *o* 4° égale à 4 V, la ligne S 4° fera la valeur cherchée.

De méme fur S *u* projection de l'extrados 8, on élevera une perpendiculaire *u* 8° égale à la précedente 4 V ou R *u* avec ces deux longueurs, & l'intervale horifontal 4 R ou V *u*, on fera un triangle *f*° 4° 8″ dont on fera ufage, comme nous allons le dire.

Ayant dreffé un parement pour y placer le panneau de doële plate 3″ 3ˣ 4ˣ 4″, on y en tracera le contour & les points de répaire de la tête du cône Droit infcrit 3*f* 4*f*.

On formera enfuite le lit de deffus avec le biveau de lit & de doële trouvé, comme il a été dit au Tome précedent, au Trait de la trompe droite page 209.

On apliquera fur ce fecond parement le panneau du lit de deffus 7″ 7ˣ 3ˣ 3″, avec les points de répaires du cône Droit infcrit *f* 3*f*, pour en tracer le contour & y marquer ces points.

Ensuite au lieu de former le vrai lit de deffous, on formera le faux lit, en abattant la pierre avec le biveau 3.4R, dont une des branches

ſera poſée ſur les répaires 3^f 4^f, & l'autre ſera d'alignement avec ces deux points & le répaire du lit de deſſus f ; ainſi on formera un troiſiéme parement, ſur lequel on apliquera le panneau 4^u u S° de la fig. 85. poſant le point 4^u ſur l'arête 4^f, & la ligne 4^u S_o au long de la même arête pour tracer la ligne u 4^u, à laquelle on menera, par le point 4^x du panneau de la doële plate, une parallele qui ſervira à la poſition du biveau mixte SkQ du premier profil, qui eſt l'angle du joint de lit fk, avec l'arc-Droit du berceau KQ.

Par le moyen de ce biveau qu'on poſera quarrément ſur cette ligne qui eſt en œuvre une horiſontale, on formera la doële concave du berceau, en creuſant, ſuivant la branche courbe convexe, une plumée au point 4^x qui eſt le plus bas, & ſi l'on veut une ſeconde à côté, tirant vers l'extrados, qui donnera un ſecond arc parallele au premier ; enſuite on abattra la pierre ſuivant ces plumées, avec la régle poſée d'équerre, qu'on fera couler ſur les points 8_x, 3_x 7^x, comme l'on a coûtume de faire les ſegmens cylindriques, & la tête ſera formée au lit de deſſus ſans en avoir connu la courbe.

On abattra enſuite le faux lit avec le biveau de lit inférieur & de doële, qui coupera cette ſurface cylindrique ſuivant un arc Elliptique qui ſe formera auſſi ſans l'avoir connu.

On auroit cependant pû les tracer, comme l'on a fait les joins de tête du berceau en deſcente, qui en rachete un de niveau page 64 mais on peut s'en paſſer comme l'on voit, & opérer avec exactitude.

Enfin avec le biveau mixte $3^x 4^x 8$ ou $4^x 3^x 7$ pris à la face du cintre primitif, & le biveau z^3 3^n 4^n, ou z^4 4^n 3^n pris ſur l'arc A^t $b$$B^t$ du trompillon ; on creuſera les deux têtes de la doële conique ſous la doële plate, obſervant exactement de poſer ces biveaux, l'un ſur les trois répaires f 3^f 4^f, l'autre ſur les lignes 7^n 3^n 4^n, pour y faire des plumées creuſes, ſur leſquelles on fera couler la régle pour former la ſurface conique, comme il a été dit au commencement du ſecond Tome, pour la formation de ces ſortes de ſurfaces.

Explication Démonſtrative.

La formation de la Voute conique eſt viſiblement la même que celle des ſimples, dont il a été parlé au Tome précedent, par le moyen d'une pyramide inſcrite dans le cône ; mais comme la tête ou arête de face de cette Voute eſt à double courbure, nous avons inſcrit au-dedans un cône Droit, au-delà duquel eſt une partie ſail-

lante qui eſt bien déterminée par la projection verticale faite ſur un plan parallele à l'axe du cône ; mais non pas les longueurs des joins de lit qui y ſont compriſes, parce que leur direction étant inclinée à l'axe d'où elles tirent leur origine au ſommet du cône, cette projection ne ſuffit pas pour en déterminer les longueurs, c'eſt pourquoi on eſt obligé de faire un ſecond profil, qui donne la valeur des joins de lit juſqu'à l'arête d'enfourchement, d'où rétranchant la partie du cône Droit inſcrit, le reſte eſt l'excès de la Voute ſur la trompe Droite ſimple.

USAGE.

Quoique ce Trait ne tombe pas ſouvent en pratique pour les trompes, il eſt très fréquent pour les Lunettes qu'on fait ſouvent ébraſées pour donner ou recevoir plus de jour, comme dans les nefs des Egliſes au-dedans des vitraux. On en voit de pareilles auſſi dans les fortifications comme dans les noyaux des Tours baſtionées du Neuf Briſack, où le magazin à poudre, qui eſt pratiqué, eſt éclairé par une lunette conique ſur-baiſſée, qui rachete le berceau du ſoûterrain qui tourne par pans autour du noyau.

Nous devons ajoûter ici une obſervation ſur le changement qui doit arriver lorſque la Voute conique eſt dans une ſituation contraire à celle du Trait précedent, c'eſt-à-dire lorſque le ſommet du cône, qui étoit au-dehors du berceau en S, eſt au-dedans, par exemple en S'; alors l'ébraſement qui ſe faiſoit du dehors au-dedans, ſe fait au contraire du dedans au dehors, comme ſont quelquefois les abajours.

Il réſulte de cette difference de poſition du cône, que ſupoſant toutes choſes égales, il faut que la projection de l'arête d'enfourchement, & par conſéquent l'arête même ſoit faite en ſens contraire, tournant en concave ce qui étoit convexe, parce qu'au lieu que la clef étoit alongée de la quantité AN, elle ſe trouve ici racourcie de la quantité A9, dont la projection *g*C eſt moindre que C*n*, quoique l'on ſupoſe le cône égal ; dans ce cas il ſemble qu'il convient d'opérer par circonſcription, en faiſant paſſer le cône Droit par les impoſtes AB, qui ſont plus longues que la clef.

Si l'on fait attention au Trait dont il s'agit, tant dans l'un que dans l'autre cas, on réconnoîtra qu'il a déja été donné ci-devant, & ſous un autre nom, lorſque nous avons parlé de la rencontre des cônes avec les cylindres verticaux ; car ſi au lieu de conſiderer le berceau comme horiſontal, on le ſupoſe dans une ſituation verticale,

on reconnoîtra que l'arc CQ*t*, qui étoit un profil, devient sans aucun changement intrinseque, le plan horisontal, & que le point N, qui est ici le profil du milieu de la clef, devient une des impostes, de sorte que le premier cas où la clef étoit convexe à son arête d'enfourchement, devient le second dont nous venons de parler, où la même arête est concave.

Quatriéme situation des Voutes Coniques à l'égard des Cylindriques, lorsque les axes sont inclinez à l'horison.

EXEMPLE.

Trompe Conique, biaise dans un angle obtus, rampante par une imposte, & de niveau à l'autre, rachetant un Berceau en descente.

Il semble par l'énoncé de ce Trait que j'imagine des difficultez bizarres qui ne peuvent être d'aucun usage dans la pratique ; cependant j'ai eu occasion de l'exécuter dans une petite lunette, où la descente soûterraine au fossé est extrémement oblique à la direction de l'entrée d'un petit magazin, pratiqué dans l'épaisseur du rampart, Pl. 86. comme il est exactement exprimé à la fig. 88. J'ai dit que j'avois eu Fig. 88. occasion de mettre ce Trait en œuvre, & non pas que je l'aye fait, parce que je n'ai fait les Voutes que de briques au lieu de pierre de taille, qui auroit causé une dépense inutile, dans un endroit si peu fréquenté ; mais comme la brique n'est pas commune par-tout, il peut arriver qu'on ait besoin d'en faire en pierre de taille, au moins l'arête d'enfourchement.

Soit (fig. 87.) l'angle obtus ASB, dont les côtés inégaux AS, BS Fig. 87. sont terminez en A & B par le piédroit GD, d'un berceau GFED, qui descend de D vers G.

Il s'agit de vouter le renfoncement triangulaire ASB, de maniere que sa Voute apuye & rachete celle du berceau, ce qu'on ne peut mieux faire que par une trompe conique biaise, dont l'imposte SA doit être rampante de S vers A de toute la quantité A*r* = AR, de la descente du berceau depuis B vers A, que nous avons exprimé par AR ; enforte que si l'on supose les triangles SA*r* & BAR qui sont ici dans le plan du papier, se mouvoir au-tour de leur côté SA & BA jusqu'à ce qu'ils lui soient perpendiculaires ; les points R & *r* se réüniront sous A, & les lignes A*r* & AR n'en feront plus qu'une aplomb.

J'ai dit qu'il falloit que la seule imposte SA fût rampante, parce

qu'il convient que l'impoſte SB, qui doit ſervir de linteau à une porte IK, ſoit de niveau.

Ayant donc fait au point A, qu'on ſupoſera de niveau avec B, une perpendiculaire AR égale à la difference de niveau que donne la deſcente depuis B vers A; on tirera RB qui repréſentera l'impoſte de la deſcente du berceau, laquelle RA doit être priſe pour le diametre du cintre primitif de la trompe, lequel doit ramper comme l'impoſte du berceau.

Il faut préſentement chercher le demi diametre vertical CH de ce cintre, pour lui donner la plus grande hauteur qu'il eſt poſſible, afin d'apuyer ſolidement les reins du berceau, échancrez par la rencontre de la trompe.

On diviſera AB en deux également en P, & l'on tirera PC perpendiculaire ſur AB, qui coupera RB auſſi en deux également en C.

Par les points S & P on tirera la droite S q, qui coupera les impoſtes du berceau en deſcente, l'une en P, l'autre en q; la partie Pq ſeroit le diametre d'une ſection Elliptique du berceau s'il étoit de niveau, mais comme il monte de A vers B, ſi l'on tire qg perpendiculaire ſur AB, on reconnoîtra que le point q doit être au-deſſus de P d'une quantité proportionnelle à la diſtance de P à g, en diſant BA. AR :: Pg. gx, ainſi ayant fait la ligne qQ égale à gx, & perpendiculaire ſur P q; on tirera PQ, qui ſera le diametre rampant de la ſection du berceau, coupé par un plan vertical paſſant par le ſommet S de la trompe, & le milieu de ſa clef.

Si l'on ſupoſe le berceau en plein cintre DVE à ſa ſection verticale, le demi diametre C^{u}V donnera celui de l'Ellipſe à faire ſur PQ, ainſi avec les deux diametres conjugez PQ & C^{u}V tranſporté en C^m L, & l'angle PC^{m}L que fait le diamettre rampant PQ avec la verticale ML; on décrira la demie Elliptiſe PLQ par le Probl. 8. du ſecond Livre.

Soit donc PTL le quart de cette Ellipſe, on élevera ſur SP, au point S, une perpendiculaire Sm égale à CP, & par le Probl. III. du même Livre, on tirera de ce point m une tangente au quart d'Ellipſe PTL qui le touchera au point T, par où on abaiſſera une perpendiculaire ſur S q qui la coupera au point Y, la longueur PY exprimera la plus grande profondeur de la lunette dans le berceau ſuivant la clef de la trompe.

83.

85.

84.

86.

Et si du point P on éleve une perpendiculaire sur P q, jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne m T en b, la ligne Pb sera le demi diametre vertical du cintre primitif de la Voute que l'on cherche.

Avec le grand diametre rampant RB, le demi diametre vertical CH, qui doit être égal à Pb, & l'angle de la descente R avec l'aplomb CH, on décrira, par le Probl. 8. du second Livre, la demie Ellipse RHB, dont on fera le cintre primitif de la trompe.

L'ayant divisé en ses Voussoirs, par exemple en sept, aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, on abaissera de ces points des perpendiculaires sur AB, lesquelles étant prolongées, couperont le diametre rampant aux points o^1, o^2, o^3, &c. & l'horisontale AB aux points p^1, p^2, p^3, &c. par lesquels & par le point S on tirera autant de lignes jusqu'à la rencontre de l'imposte oposée du berceau FE. Pour avoir autant de diametres des sections du berceau qu'il y a de joins de lit à la trompe, lesquels diametres doivent tous être rampans, les uns en montant, les autres en descendant, ce qu'il est facile de connoître en tirant du point S, sommet de la trompe, une ligne SN perpendiculaire aux côtez du berceau; les sections obliques faites par les joins de lit de la trompe prolongez, seront en descente depuis O vers X, & en montée depuis O vers C^{u}.

Pour trouver facilement la quantité, dont chacune de ces Ellipses rampent, on menera par le point O une ligne r O b parallele à RB, & par tous les points m^1 m^2 m^3, &c. où les projections des joins de lit prolongées coupent la ligne du milieu X C^{u}, on lui menera des perpendiculaires qui couperont la ligne de rampe r O b aux points z^1, z^2, z^3, z^4, &c.

Par tous les points m^1, m^2, m^3, &c. on tirera des perpendiculaires $m\,l$, aux projections des joins de lit prolongez S m^1, S m^2, &c. sur lesquelles on portera les longueurs $m^1\,z^1$, $m^2\,z^2$, &c. en dessus depuis O vers C^{u}, & en dessous depuis O vers X, lesquelles lignes donneront les points c^1, c^2, c^3, c^4, &c. qui seront les centres des differentes Ellipses qu'il faut tracer, dont le diametre vertical C^1 L^1, C^2 L^2 est toûjours égal à C^{u} V.

Les demi diametres rampans & verticaux de toutes ces demies Ellipses étant donnez & leurs angles de conjugaison, on les décrira par le Probl. 8. du second Livre, comme on les voit dans la figure; il ne reste plus qu'à trouver la rencontre des joins de lit de la trompe avec chacun de ces quarts d'Ellipses.

Sur chacun des joins de lit en projection, on élevera une petite perpendiculaire au point S, qu'on fera égale à la distance de la ligne AB de niveau avec le diametre RB rampant, & une seconde perpendiculaire sur AB, au point où cette projection de joint de lit coupe la ligne AB.

Ainsi, par exemple, pour le second joint S p^2, on élevera au point p^2 la perpendiculaire p^2 h^2, qu'on fera égale à la hauteur de retombée 2 o^2 du cintre primitif RHB; ensuite au point S on fera la petite perpendiculaire S 2^s égale à p^2 o^2, & par les points 2^s & h^2 on tirera la droite 2^s x^2, qui coupera le quart d'Ellipse p^2 x^2 l^2 au point x^2, d'où l'on abaissera sur l'horisontale S m^2 la perpendiculaire x^2 y^2, qui donnera le point y^2 de la projection de la rencontre du joint de lit avec l'arête de la lunette à son interfection avec la surface du berceau, que l'on cherche.

On cherchera de même tous les points x pour avoir les vrayes longueurs des joins de lit en S x, & dans les points y pour avoir la courbe RyYyB de la projection de l'arête de rencontre des deux doëles de la trompe & du berceau.

Cette projection & les longueurs des joins de lit étant donnez, il est visible par tous les exemples des enfourchemens des Traits précedens, que l'on a tout ce qui est nécessaire pour former les panneaux de doële plate, & chercher les biveaux; & enfin pour tracer les Voussoirs par équarrissement si l'on veut, en faisant un lit de suposition horisontale passant par AB, ou parallelement à AB au-dessus dans les Voussoirs qui aprochent de la clef, & au-dessous pour la naissance en R, & raportant à ce plan de suposition toutes les hauteurs des retombées du cintre primitif sur l'horisontale, passant par le point le plus bas du Voussoir, ce qui est facile à concevoir & à exécuter, si l'on a compris ce qui a été dit dans toute cette seconde partie des Voutes composées.

Explication Démonstrative.

Si l'on supose des plans verticaux passant par les joins de lit de la trompe prolongez, il est évident qu'ils feront deux sections, l'une triangulaire dans le cône, parce qu'ils passent par son sommet, l'autre Elliptique dans le cylindre, parce qu'ils le coupent tous (à la réserve d'un seul) obliquement à son axe, par conséquent l'interjection de tous les triangles avec toutes les Ellipses qui sont dans les mêmes plans verticaux, sera l'arête de rencontre des deux surfaces, d'où il suit que

quent si de tous ces points d'intersection on abaisse des verticales *x y*, on aura, sur le plan horisontal, la projection de cette arête qui est courbe à double courbure.

Mais à cause que le Berceau est suposé en descente, & le point S de niveau avec le point B, il arrive que le plan du triangle par l'axe, sera incliné à l'horison suivant la ligne RB, par conséquent que le sommet S sera d'autant plus haut que tous les points *p* de la ligne A B, qu'on supose de niveau avec B, que chacun de ces points *p* aprochera de B, où S & B; sont de niveau, c'est pourquoi nous avons porté sur le point S les hauteurs *op*, *op*, qui marquent de combien l'imposte est au dessous du niveau de S & de B.

Ou l'on peut remarquer que ces hauteurs ainsi rangées autour de S donnent des rayons d'une spirale S 1' 2' 3', &c.

CHAPITRE TROISIE'ME.

DES RENCONTRES DES BERCEAUX avec les Voutes sphériques.

L'UNIFORMITE' de la Sphère, n'offre pas beaucoup de combinaisons de rencontres avec les Berceaux. Quant à la Sphère considerée en elle-même, il n'y en a que deux; sçavoir, lorsque l'axe du Berceau passe par le centre de la Sphère, & lorsqu'il n'y passe pas; mais si l'on fait attention à l'arangement de ses lits, & à la situation du Berceau à l'égard de l'horison, on pourra multiplier les cas de ces rencontres, lorsque le Berceau est vertical, comme une Tour. 2°. Lorsqu'il est horisontal. 3°. Lorsqu'il est incliné en descente; nous allons traiter de chacun en particulier.

PROBLEME V.

Faire un Berceau en situation, quelconque qui rachete une Voute sphérique

PREMIER CAS.

Berceau Droit ou biais de niveau, qui rachete un Cu-de-Four.

Soit (fig. 89.) le trapeze ABDE, le plan horisontal d'un Berceau de niveau, dont le demi cercle BHD, est l'arc-droit, & la ligne *c x* Pl. 87. Fig. 89.

ſon axe prolongé, qui ne paſſe pas par le centre C de la Sphère FPAE, ce qui fait une rencontre biaiſe, que nous choiſiſſons pour exemple, parce qu'elle eſt un peu plus difficile que la Droite, qui eſt celle où l'axe du Berceau paſſe par le centre C de la Sphère ; dans le premier cas, les Vouſſoirs d'enfourchement ſont égaux de part & d'autre de la clef, au lieu qu'ici ils ſont tous differens.

Ayant diviſé le centre primitif du Berceau, (qui eſt ici l'arc-droit BHD) en ſes Vouſſoirs, aux points 1, 2, 3, 4, on menera par ces points des paralleles à la direction indéfinies 1 n^1, 2 n^2, &c.

On fera enſuite un profil de la Voute ſphérique ſur ſon diametre FG, qui eſt parallele à la direction du Berceau ; à ſon milieu, on élevera une perpendiculaire CP, ſur laquelle on portera les hauteurs des retombées du Berceau 1 p^1, 2 p^2, en C r^1, C r^2, par où on tirera des horiſontales qui couperont l'arc FP en t^1, t^2, d'où l'on abaiſſera des perpendiculaires ſur la baſe de profil FG, qui la couperont aux points Q^1, Q^2.

Du point C pour centre, on tracera par ces points des arcs de cercles concentriques, qui couperont chacun deux des projections de lit du Berceau correſpondantes ; ſçavoir, l'arc ſur Q^1, coupera la projection p^1, n^1, au point n^1, & ſa pareille provenant du point 4, qu'on ſupoſe de même hauteur que le point 1, au point n^4. L'arc paſſant par Q^2, coupera de même les deux projections des joins de lit, à côté de la clef en n^2, n^3.

Par les points trouvez A n^1, n^2, n^3, n^4 E, on tracera une courbe, qui ſera la projection de l'arête de l'enfourchement du Berceau & de la Voute ſphérique, laquelle courbe eſt un Ellipſimbre. Au lieu de cette courbe, il ſuffira de mener des lignes droites d'un point à l'autre, qui en ſeront les cordes.

Nous n'ajoûtons pas de profil de la courbe de l'arête d'enfourchement, parce qu'il eſt inutile pour trouver les longueurs des joints de lit, qui ſont déja données à la projection, dans la ſupoſition que le Berceau ſoit de niveau. Il n'en n'eſt pas de même lorſqu'il eſt en deſcente, comme on le verra au trait ſuivant.

Par le moyen des longueurs des joints de lit AB, n^1 p^1, n^2 p_2, &c. on fera les *Panneaux de doêle plate du Berceau*, ſuivant la maniere ordinaire ; par exemple pour le quatriéme Vouſſoir, ayant porté à part la corde 3 4, en 3^d 4^d, de la fig. 91. & ayant tiré deux perpendiculaires par ſes extrémitez 3^d, 4^d, on portera ſur l'une la lon-

Fig. 91.

87.

88.

gueur p^4, n^4, & ſur l'autre la longueur de laprojection p^3 n^3, le trapeze p^3, n^3, n^4, p^4, ſera le panneau que l'on cherche ; ainſi des autres qui ſont tous tracez de ſuite à la fig. 91.

Presentement, il faut faire le *panneau de doële plate de la* partie de la *Voute ſphérique*, que comprend le Vouſſoir d'enfourchement, dont la projection horiſontale eſt le triangle mixte n^3 q n^4, compris par l'arc n^3 q, la ligne droite q n^4, provenant du centre C, & la corde n^3, n^4, commune aux deux doëles du Berceau & de la Voute ſphérique.

On tirera du centre C par les deux extrêmitez de la ligne n^3, n^4, & par ſon milieu des lignes droites entre les deux projections des lits de deſſus & de deſſous comme n^3 t, q n^4, & M m, & les cordes n^3 q & t n^4, qui couperont la ligne du milieu M m, prolongée en y & z.

Cette préparation étant faite au plan horiſontal, on en fera encore une au profil, on portera la fléche M y, en t^2 V, & z m en t^1 u, ſur l'horiſontale t^1 r^1, & l'on tirera la ligne V u.

On déterminera enſuite la longueur du Vouſſoir de la Voute ſphérique, qui peut s'étendre au-delà de la partie de l'enfourchement, autant que la grandeur de la pierre qu'on veut employer le permettra comme q d ; mais pour la facilité de l'exemple, nous n'embraſſerons que la partie de l'enfourchement n^3 q.

On portera dans une place à part la corde t n^4 en NT, de la fig. 90. ſur le milieu de laquelle on fera une perpendiculaire M m, égale à la ligne V u, du profil par l'extrêmité M, de laquelle on tirera une parallele à TN, ſur laquelle on prendra la longueur MQ égale à M q, de la fig. 89. & M n égale à M n^3, le trapeze Q n NT, ſera celui de la doële plate d'un Vouſſoir de la Voute ſphérique, de laquelle il faut retrancher pour le Berceau de niveau, le triangle T n N, fait par la diagonale n N.

Si le Vouſſoir étoit plus long, on pourroit lui ajoûter la longueur q d, déterminée au plan horiſontal par q d en Q d, de la fig. 90. & n^4 i en N i ; mais alors il faut tirer les cordes d n^3 & i t, qui donneront de plus grandes fléches, par conſéquent la ligne V u du profil, ſera plus éloignée de t^2, t^1, & le panneau ſera fait.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement de ſupoſition horiſontale, on y tracera

les angles rectilignes $q\ n^3\ p^3$, & $n^3\ q$ S, dont l'un est celui de la corde $q\ n^3$, avec la projection n^3, p^3, de la projection du joint de lit du Berceau, l'autre celui de la même corde, avec le joint montant de la Voute sphérique, sur lequel on portera la retombée $b\ u$, pour mener une parallele à cette corde, suivant laquelle on abattra la pierre avec le biveau de doële plate & d'horison V u O^1, pour former la doële plate de la Voute sphérique, sur laquelle on apliquera le panneau qu'on vient de faire à la fig. 90. pour y en tracer le contour, & former le Voussoir en portion de Voute sphérique avec ses lits, comme il a été dit en parlant des Voutes simples, tom. 2. pag. 325. de la même maniere que si la Voute n'étoit point pénétrée par un Berceau, à la réserve du lit de dessous qu'il ne faut pas encore faire, parce que le plan de supposition horisontale, qui est le premier parement qu'on a fait, doit servir pour la formation des deux doëles.

Par le moyen de ce parement, on formera la partie du Berceau qui aboutit à la doële sphérique, par la même maniere qu'on vient d'employer, c'est-à-dire, avec le biveau de la doële & d'horison O 4 3, avec cette différence, qu'il ne sera pas nécessaire d'y faire une préparation de doële plate ; on formera ce biveau tout d'un coup mixte, ayant une branche droite O4, & une courbe 4 l 3.

Faisant couler la branche droite sur le parement de supposition horisontale, perpendiculairement à la ligne n^4 p^4 qu'on y supose tracée par le point n^4, parallelement à la premiere $n^3\ p^3$, & abattant la pierre suivant l'exigence de la branche courbe 4 l 3, qui doit être aussi toujours perpendiculaire à la même ligne.

Les deux doëles creuses étant finies, on prendra les biveaux mixtes de doële & de lit de dessous, suivant lesquels on abattra la pierre, pour former le lit plan du Berceau, & le lit conique convexe de la Voute sphérique, lesquels par leur intersection, donneront l'arête de rencontre des deux lits, & la pierre sera achevée.

REMARQUE.

On voit que par cette méthode, on n'a besoin ni de panneaux de doële de Berceau, ni de panneaux de lit de l'une & de l'autre Voûte, ce qui rend l'opération beaucoup plus simple & plus commode, que celle qu'on trouve dans les Livres de la coupe des pierres.

SECOND CAS.

Berceau en descente Droite ou biaize, qui rachete une Voute sphérique.

Soit (fig. 96.) ABDE, la projection horisontale du Berceau, & le cercle KPAE, la base horisontale de la Voute sphérique où il aboutit. *Fig. 96.*

Sur BD, diametre du cintre primitif, ayant décrit le demi cercle BHD, ou la demie Ellipse BSD, dont l'une est le cintre de face, l'autre l'arc droit, & l'ayant divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, on menera à l'ordinaire par ces points, ou par leurs projections p^1, p^2, &c. (si la face de descente BD, étoit oblique à sa direction) des paralleles à la direction de la descente, qui couperont le diametre PQ, de la Sphère (perpendiculaire à cette direction) aux points c^1, c^2, c^3, c^4, & le contour de la Sphère aux points b^1, b^2, b^3, b^4.

On fera ensuite le profil de la descente sur le côté BA, prolongé en M^c, jusqu'à la rencontre du diametre PQ. Puis par le point E, on menera une perpendiculaire à MB, qui coupera cette ligne en *e*, où l'on fera l'angle de rampe B*e*F, qu'on supose donné, dont le côté *e*F, coupera DB prolongé en F, suposant la face de descente perpendiculaire à sa direction horisontale; car si elle ne l'étoit pas, il faudroit toujours faire BF perpendiculaire sur *e*B.

Pour achever ce profil, on portera sur BF prolongée, les hauteurs des retombées 1 p^1, 2 p^2, en F f^1, F f^2, par où on menera des paralleles à la ligne de rampe F^1, N^4, F^2, N^3 prolongées indéfiniment.

Si l'on avoit pris pour cintre primitif l'arc-droit BSD, on auroit porté les hauteurs des retombées sur une perpendiculaire à la rampe en GR^1, GR^2, & l'on auroit continué de même.

Ensuite du point M^c, où la base B*e* coupe le diametre de la Sphère PQ, pour centre, & de toutes les distances *c b*, pour rayon, prises successivement, on fera des arcs de cercles qui couperont les profils des joins de la descente, en des points qui donneront les avances de l'arête de la lunette.

Ainsi du point M^c pour centre, c^1, b^1 pour rayon, on décrira

l'arc N^1 1, qui coupera le premier joint F^1 N^4, au point N^1. Du même centre M^1, & pour rayon la longueur c^2 b^2 ; on décrira un fecond arc qui coupera le fecond joint de lit f_2 N^3, au point N^2 ; du même centre & de l'intervale c^3 b^3, on tracera un arc qui coupera le fecond profil, qui fert auffi pour le troifiéme joint en N_3. Ainfi du quatriéme qu'on trouvera du même centre avec c_4, b^4 pour rayon.

Pour avoir les mêmes points du profil en projection horifontale ; il n'y a qu'à abaiffer des perpendiculaires fur les projections horifontales, correfpondantes des joins de lit p^1 n^1, p^2 n^2, qu'elles couperont aux points n^1, n^2, n^3, n^4, par lefquelles on menera des lignes droites, qui feront les projections des rencontres des doëles plates du Berceau avec celles de la Voute fphérique.

Si au lieu de ces lignes droites, on trace par les mêmes points une ligne courbe, elle fera la projection horifontale de l'Ellipfimbre, qui fe forme par l'interfection des furfaces de ces deux corps, laquelle courbe eft rampante de la hauteur A *a*, qui eft la différence du niveau des impoftes *e* & *a*.

Les projections verticale & horifontale étant faites, il faut former l'arc-droit BSD, comme à toutes les defcentes, par le moyen d'une perpendiculaire GR² à la rampe *e* F, portant les longueurs GR¹ & GR², en p^1 1^r, p^2 2^r, &c.

Presentement on a tout ce qui eft néceffaire pour former les panneaux des doëles plates des deux Voutes ; celui de la Voute fphérique fe fera comme au cas précédent, & celui de la defcente du même Vouffoir qui fait l'enfourchement, fe fera par le moyen des longueurs & des avances des joins de lit donnez au profil, & de leur intervale donné à l'arc-droit, comme nous l'avons tant de fois repeté.

Fig. 96. Il ne refte qu'à chercher le biveau néceffaire, pour donner à ces deux doëles l'inclinaifon qu'elles doivent avoir entre-elles, pour former la rencontre d'enfourchement des deux Voutes.

Suposons, par exemple, qu'on cherche le biveau de rencontre des deux doëles du fecond Vouffoir marqué au cintre primitif 1^r 2.

On portera la hauteur N^1 *u* du profil, en p^1 V, au-deffus de la projection p^1, du point 1, qui eft le plus bas du Vouffoir ; enfuite on prolongera la corde 2^r 1, jufqu'à la rencontre du diametre DB pro-

longé, qu'elle coupera en *q*. Par le point V, on menera VY parallele à 1 *q*, qui coupera la même ligne BF en Y, par où & par le point n^1, de la projection horisontale d'enfourchement du premier lit, on tirera la ligne Y *y*, qui sera l'intersection de la deuxiéme doële plate du Berceau avec l'horison.

L'intersection de la doële plate de la Voute sphérique, est donnée à la projection horisontal en n^1 *s*, par la corde menée d'un de ces points à l'autre, parce que si la Voute sphérique n'étoit pas percée par le Berceau, ses lits seroient continuez de niveau.

Les sections des doëles plates du Berceau en descente, & de la Voute sphérique avec le même plan horisontal, étant données avec la projection n^1 n^2, de leur arête de rencontre, il sera aisé de trouver l'angle de leur inclinaison mutuelle, par le Probleme 12. du 3e. Livre ; mais pour ne pas y renvoyer le lecteur, nous en ferons ici l'aplication dans une figure 92. à part, pour ne pas embroüiller la fig. 96. Fig. 92.

Ayant transporté en un endroit à part, les angles des lignes *y* n^1, n^2 & n^2 n^1 *s*, avec la longueur n^1 n^2, de la projection de la fig. 96. en Z 1 2, & 2 1 *f*, de la fig. 92. & fait 1·2, égal à n^1 n^2; on élevera sur cette ligne au point 2, une perpendiculaire 2 *h*, qu'on fera égale à la hauteur *t* 2, de la retombée du second Voussoir. Par le point *h*, ayant tiré la ligne *h* 1, on lui fera une perpendiculaire *h p*, qui coupera 1 2, prolongée au point *p*, par où on tirera à la même ligne 1· 2, une perpendiculaire ZS, qui coupera les lignes données d'intersection des deux doëles avec l'horison aux points Z & S· sur 1 *p* prolongée ; on portera la longueur *p h* en *p x*. Si de ce point *x*, on tire des lignes en Z, & en S, l'angle Z *x* S, sera celui que l'on cherche pour assembler les doëles plates qu'on supose faites, comme on l'a dit au trait précedent, & telles qu'on les représente aux fig. 93. & 94. avec les mêmes lettres du plan horisontal.

Aplication du Trait sur la pierre.

Si l'on ne cherchoit point à ménager la pierre, on pourroit faire l'aplication de ce trait, de la même maniere qu'au cas précedent, par la suposition d'un parement horisontal ; mais comme l'inclinaison de la descente, laisseroit un grand vuide au-dessus, elle occasionneroit trop de perte de pierre, c'est pourquoi nous revenons à la même pratique que nous avons donné pour les enfourchemens des Berceaux en descente, avec ceux qui sont de niveau.

Ayant dreſſé un parement deſtiné pour une des deux doëles plates, par exemple pour celle du 2e. Vouſſoir du Berceau en deſcente, on y apliquera le panneau de la fig. 91. qui convient à ce Vouſſoir qu'on ſe propoſe de faire, pour en tracer le contour, puis avec le biveau des deux doëles trouvé, comme il a été dit à la fig. 92. & poſé d'équerre ſur l'arête commune, on abattra la pierre ſuivant l'angle Z x S, pour former un ſecond parement, ſur lequel on apliquera le panneau de la fig. 93. de la doële plate de la Voute ſphérique, pour en tracer auſſi le contour.

Les deux têtes des doëles qui ſe rencontrent, & les arêtes des joins de lit qui les comprennent étant données, il eſt viſible qu'il n'y a plus qu'à abattre la pierre avec les biveaux de lit & doële plate, donnez aux arcs-droits des deux Voutes ; par exemple 2^r 1^r 5^r, pour le lit de deſſous de la branche de la deſcente, & 1^r 2^r 6^r, pour celui de deſſus.

Quant à la partie de la doële ſphérique, ſi le Vouſſoir ne fait pas une branche ; mais ſeulement une tête au bout du rang de la deſcente, on n'aura à faire que le lit de deſſus, ſuivant l'angle K t^2 T du profil, celui de deſſous étant retranché par la rencontre du Berceau ; mais ſi le Vouſſoir fait une branche, comme il convient à la bonne conſtruction, il aura deux lits inégalement longs, celui de deſſus comprendra la longueur de la branche ſphérique, outre la largeur de celle qui entre dans le Berceau, & celui de deſſous, ne s'étendra qu'au long de la branche.

On ſçait qu'outre les biveaux de lit & de doële, il faut encore ſe ſervir de ceux de doële & de tête ; mais comme ceux-ci n'ont rien de particulier dans les rencontres des Voutes, nous n'en faiſons pas mention ordinairement, parce qu'ils ſont toujours les mêmes qu'ils doivent être à chaque eſpece de Voute ſimple.

Celui de la partie ſphérique, ſera toujours l'angle de la corde avec le rayon de la Sphère, par exemple, l'angle n^3 d n^4, qui change d'ouverture, ſuivant le plus ou le moins de longueur de la corde du Vouſſoir.

A l'égard de celui de tête de la deſcente, ſi le Vouſſoir n'atteint pas à la face d'entrée, il ſera Droit en retour d'équerre, pour la continuation de la Voute, & s'il s'étend juſqu'à la face, il ſera d'une ouverture qu'il faut chercher, comme il a été dit au tome précedent, en parlant des Voutes ſimples, ſelon qu'elle ſera à plomb ou en talud, ce qu'il eſt inutile de repéter.

Nous n'ajoûtons rien ici touchant la différence du cas où la deſcente

eſt

est biaise, nous en avons assez parlé au tome précedent, en traitant des Voutes simples, & cette différence qui en cause peu dans l'enfourchement, n'influë en rien dans la maniere d'en faire la projection.

Explication Démonstrative des deux Traits précedens.

Si l'on supose, suivant la méthode générale que nous avons donné au premier Livre, pour trouver les intersections des surfaces de differens corps, que la Voute sphérique & le Berceau en descente, sont coupez par des plans verticaux, passans par les projections des joins de lit du Berceau, en telle situation qu'on voudra, ou de niveau comme au cas précedent, ou en descente comme dans celui-ci; ces plans verticaux, feront par leurs sections, des parallelogrames dans le Berceau, & des cercles dans la Voute sphérique. La seule différence qu'il y aura dans les différentes situations du Berceau, sera que ces parallelogrames qui étoient rectangles, lorsque le Berceau étoit de niveau & sa face à plomb, seront obliqu'angles, s'il est supposé en descente; mais leurs hauteurs verticales sur la rampe étant entre mêmes paralleles, seront toujours égales aux hauteurs des divisions du cintre de face, qu'on supose vertical, dans l'un & l'autre cas; on peut donc apliquer les hauteurs de ce cintre, dans le cercle majeur de la Sphère, qui sert de section de profil, comme si le Berceau en descente étoit de niveau.

Il est clair que tous les plans verticaux, qu'on supose passer par les joins de lit du Berceau, font par leur section, dans la Voute sphérique des cercles inégaux, selon qu'ils passent plus près ou plus loin du centre de la Sphère, & que les rayons de ces cercles, sont les longeurs $c^1 b^1$, $c^2 b^2$, $c^3 b^3$, &c. menées depuis le diametre PQ, à la circonférence de la base de la Voute sphérique, qui est retranchée par la pénétration du Berceau.

Or, comme dans la projection verticale, le diametre PQ, n'est représenté que par un seul point M; il est visible que tous les centres c^1, c^2, c^3, c^4, qui étoient sur ce diametre, sont réünis dans ce seul point M, qui à servi a faire tous les arcs de cercle, qui ont déterminé les points d'intersection des joins de lit du Berceau, à l'arête de l'enfourchement.

La construction des panneaux de doële plate, n'a pas besoin d'explication, il est visible que les inclinaisons des plans, étant différentes,

celui de la doële du Berceau, retranchera toujours une partie triangulaire de celui de la Voute ſphérique, & qu'il s'agit ſeulement de trouver l'angle que font entr'eux ces deux plans.

Pour trouver cet angle, nous avons cherché ſuivant notre méthode générale du Probleme XII. du 3e. Livre, la ſection de chacun de ces deux plans de doële plate avec l'horiſon ; celle de la ſphérique ſe trouve ſans difficulté, par la corde de la baſe du Vouſſoir, mais pour celle du Berceau, il y faut un peu plus d'attention.

Si on examine ce que nous avons fait, on reconnoîtra que nous avons imaginé une ligne horiſontale N^1, O^r paſſant par le point le plus bas du Vouſſoir 1^* 2, qui étoit propoſé à faire, laquelle peut être conſiderée comme un plan horiſontal, paſſant par ce point, & par le ſecond lit de la Voute ſphérique ; or, ce plan eſt plus bas que le point F, qui eſt la projection verticale du diametre BD, d'entrée de la deſcente, de la hauteur de la ligne $r\ u$, qui eſt une partie de l'aplomb $N^1\ u$, compoſé de la hauteur de la retombée $N^1 r$, laquelle eſt égale à $1\ p^1$, du cintre primitif, & f^1 F du profil, par conſéquent p^1 V, ſera égale à $f^1 F + F\ i = N^1\ r + r\ u = p^1\ 1 + 1\ V$.

Donc le plan de la corde 2^* 1 prolongé, & tranſporté en VY, rencontrera le plan horiſontal, dont nous parlons, à une diſtance BY, du point B, & par la conſtruction, il paſſera par le point n^1, qui eſt la projection du point N^1 du profil ; donc la ligne Y $n^1 y$, eſt la ſection de la doële de la deſcente avec l'horiſon, *qu'il falloit trouver.*

Cette ſection Y y, d'une doële avec l'horiſon, la ſection $n^1 f$, de l'autre doële, & la projection de leur interſection $n^1\ n^2$, étant connuës, le reſte de l'operation eſt démontré au Probleme XII. du 3e. Livre.

Corollaire.

De la rencontre des Berceaux avec les Cu-de-Fours, ſurhauſſez, ou ſurbaiſſez.

De la conſtruction des Traits des enfourchemens des Voutes ſphériques, avec les Cylindriques, on peut facilement tirer celles des rencontres, des Sphéroïdes avec les Cylindres ; car par la même méthode des ſections des plans verticaux, paſſans par les joins de lit des Berceaux, il en réſulte des demie-Ellipſes, dans le Sphéroïde,

au lieu des demi-cercles dans la Sphère, lesquelles auront toujours au profil, le même point M^c pour centre, pour moitié d'un de leurs axes, les ordonnées au diametre PQ, de l'Ellipse PAEQ, supofée telle, si le plan est Elliptique, consideré dans un plan horisontal, & pour moitié de l'autre, les ordonnées au même diametre, consideré dans un plan vertical, formant une autre Ellipse, ou un demi-cercle PKQ, suivant que le Sphéroïde sera alongé ou aplati.

Avec les deux axes donnez, on décrira des arcs Elliptiques, du centre M^c, au lieu des quarts de cercles qu'on a décrit, pour avoir la terminaison des joins de lit à leur profil, marquez N^1, N^2, &c. qui sont à l'arête d'enfourchement des deux Voutes.

Si la Voute en Cul-de-Four, étoit une de ces figures d'Ellipsoïde, dont nous avons parlé au 2e. tome, qu'on ne peut faire par le moyen des doëles plates, il faut faire cette partie par équarrissement, comme si la Voute n'étoit pas pénetrée par un Berceau, ensuite faire le Berceau, passant par les points de rencontre, qui auront été trouvez au profil, qui doit être fait de la même maniere que pour la rencontre de la Voute sphéroïde, par l'interfection des Ellipses différentes, suivant l'exigence de la figure de l'Ellipsïode, mais cependant ayant toutes le même centre en M^c.

Il est visible que par ces profils, on aura les deux points de jonction, de chaque doële plate & creuse, des Voussoirs du Berceau en descente; les deux autres se trouveront sur la pierre, par le moyen du parement de supofition horisontale, qui aura servi à faire la surface concave de l'Ellipsoïde, par équarrissement, c'est-à-dire, dans ce cas, par l'inscription des Cylindres; on abattra la pierre avec le biveau du niveau, & de la rampe M *e* F, pour tracer dans ce nouveau lit incliné l'arête du lit inférieur de la descente, laquelle étant donnée, il sera facile de trouver celle du lit de dessus, par plusieurs manieres, ou par le moyen de la retombée du Voussoir, ou par le moyen du biveau de lit, & de la doële plate ou creuse, ou du panneau de doële plate: Nous avons trop parlé de tous ces moyens, & nous en avons trop donné d'exemples, pour qu'il soit néceffaire d'en répeter ici l'aplication.

SECONDE ESPECE,

Des rencontres des Voutes Cylindriques avec les Sphériques, dont les Poles sont dans le plan de leur imposte.

Nous avons donné ci-devant, la construction des enfourchemens

des Berceaux, avec les Voutes ſphériques, dont les Poles ſont au ſommet de leur hauteur, c'eſt-à-dire, au milieu de la clef, & dont les joins de lit, ſont paralleles à l'horiſon ; ici, nous parlons des Voutes ſphériques, dont les joins de lit, ſont inclinez, & leur pole dans le plan de l'impoſte, ce qui peut encore faire deux combinaiſons, l'une de la Sphère, avec un Berceau horiſontal, l'autre avec un vertical, c'eſt-à-dire, une Tour ronde ou creuſe. Nous n'en comptons pas une troiſiéme, avec un berceau incliné, parce que ce cas ne tombe guere dans la pratique ; dans cette circonſtance, on doit donner à la Voute ſphérique, l'arangement des joins du cas précedent.

Premiere Combinaiſon.

Voute ſphérique, ou Niche en Tour ronde ou creuſe

Pl. 88. Fig. 97. Soit (fig. 97.) l'arc de cercle concave ACB, ou l'arc convexe ECD, une portion de la baſe d'une Tour creuſe ou d'une ronde, dans laquelle on veut faire une *Niche*, dont le plan horiſontal, paſſant par les impoſtes, eſt l'arc de cercle APB, égal, plus grand, ou plus petit que le demi-cercle, ce qui dépend de la poſition arbitraire du centre C de la Niche, ou ſur la corde AB, de l'arc de la Tour creuſe, ou au dedans, ou au déhors, ſuivant la profondeur que l'Architecte veut donner à la Niche.

Si l'on ſe propoſe de faire les têtes des Vouſſoirs parfaitement égales entr'elles, il faut prendre pour cintre primitif, celui qui ſeroit le dévelopement de la portion cylindrique, que retranche la Sphère à la ſurface de la Tour, par ſa pénétration dans cette Tour, lequel cintre eſt comme nous l'avons dit, de la porte en Tour ronde, une demi-ovale méchanique, qui a pour diametre, la rectification de l'arc AB, & pour ordonnées, les verticales élevées ſur cet arc, leſquelles ſont terminées à l'arête de rencontre de la doële de la Sphère & de la Tour. Cette arête, eſt une de ces courbes à double courbure, que nous avons appellé Ellipſimbre.

On peut revoir là-deſſus, ce qui a été dit de la porte en Tour ronde, par têtes égales.

La maniere de faire ce cintre de face dévelopé, eſt de diviſer l'arc AB de la Tour, en autant de parties égales, qu'on voudra avoir de points de la demi-ovale, & de mener par tous ces points *d*, *d*, des

89. 90. 91. 92. 93. 94. 96.

perpendiculaires à l'axe MP, qui le couperont aux points c, c, & la circonférence de la Niche APB, aux points x, x. Par tous les points d, d, on menera des paralleles indéfinies à l'axe MP de la Sphère, & des points c, c, pour centre, & avec les longueurs cx, cx, pour rayons, on décrira des arcs, qui donneront les hauteurs des ordonnées de l'ovale qu'on veut tracer, laquelle fera furbaiffée, parce que l'arc ACB, ou feulement fa moitié C d B, rectifiée, qui en eft un demi axe, fera plus grande que le demi diametre de la Sphére CI, qui eft l'axe vertical de cette ovale H 1 b.

Le contour de ce cintre étant tracé, on le divifera en tel nombre de Vouffoirs qu'on voudra aux points 1, 2, &c. d'où l'on abaiffera des perpendiculaires, qui couperont le diametre aux points p^1, p^2. On portera fes intervales de fuite repliez, fur l'arc ACB, pour y faire paffer les projections des joins de lit, qui font des portions d'Ellipfes, lefquelles doivent toutes paffer par ces points, & par le Pole P de la Sphère.

Si l'on ne veut pas affecter une divifion des têtes des Vouffoirs en parties exactement égales, on rendra l'opération plus courte & plus fimple, comme il fuit :

Ayant tiré par le point C, la ligne DI, parallele à la corde AB, & élevé fur cette corde la perpendiculaire MP, on divifera le demi-cercle DPI, en autant de parties égales qu'on voudra avoir de Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où l'on abaiffera des perpendiculaires, qui couperont DI, en des points q^1, q^2, lefquelles détermineront les demi-axes de plufieurs Ellipfes, qui doivent paffer par ces points, & par le Pole P, pour exprimer fur le plan horifontal, la projection des joins de lit de la Niche.

Ainsi ayant les demi-axes de ces Ellipfes, & la moitié du grand axe CP, commun à toutes, il fera facile de les tracer par le Probleme VII. du 2e. Livre ; ces arcs d'Ellipfes prolongez, rencontreront l'arc ACB de la Tour creufe, en des points e^1, e^2, qui donneront les projections des divifions des Vouffoirs à la face creufe.

Avec ces deux projections horifontales ACB, de l'arête de rencontre de la doële de la Niche, avec le parement de la Tour & des joins de lit, on pourroit former la Niche propofée par la voye de l'équarriffement ; mais comme la perte de la pierre feroit trop confidérable, nous allons donner le moyen de la ménager, par l'infcription d'une piramide dans la Sphère, dans laquelle elle donnera des doëles

plates, dont les angles toucheront trois points de la furface fphérique, & qui fourniront le moyen de trouver le quatriéme de la même maniere que nous l'avons dit au tome précedent, en parlant de la *Trompe fphérique fur le coin*, pag. 368.

On commencera par déterminer la pofition de la tête du Trompillion, en tirant une ligne TN, perpendiculaire à l'axe MP, qui coupera les projections Elliptiques des joins de lit, aux points n^1, n^2, &c. par lefquels & par les points trouvez e^1, e^2, on tirera des lignes droites, qui rencontreront l'axe MP, prolongé au point S, où fera le fommet de la piramide tronquée, que doivent former les doëles plates, depuis la face jufqu'au Trompillon.

Suposons par exemple, qu'on fe propofe de faire la doële plate du fecond Vouffoir de la Niche, dont la projection doit paffer par les quatre points e^2, 2^n, 1^n, e^1, on menera par le point le plus avancé e^1, une parallele e^1 r, à la corde AB, jufqu'à l'aplomb 2, e^2, prolongé en r, par où on tirera au fommet S, la ligne r S, qui coupera l'arc CB en Z, & la corde TN du Trompillon, tout près de n^2, que nous prendrons pour ce point d'interfection, parce qu'on ne peut mettre un caractére auprès, fans y jetter de la confufion.

On tirera enfuite par les projections de la face e^1, e^2, une ligne droite LB, qui coupera l'axe MP, au point L, & la circonférence de l'impofte APB, tout auprès de B, en un point que j'apelle auffi B, par la même raifon de l'article précedent.

Sur LB, comme rayon, on décrira le quart de cercle B x^2 l, auquel on menera par les points e^1, e^2, les ordonnées qui le couperont aux points x^1, x^2, & par le point z, une parallele aux ordonnées z Z, dont il faut trouver la longueur par le profil, comme on le dira ci-après, en cherchant les valeurs des lignes, qui doivent faire les côtez du panneau de doële plate, dont nous venons de faire la projection horifontale.

Suposant qu'on veüille faire fervir de bafe des profils, la ligne HS, pour la commodité de la place, on portera la longueur S e^1, fur cette ligne en SF, où l'on élevera une perpendiculaire F f^1, égale à la hauteur de la premiere retombée 1 p^1, puis on tirera f^1 S, qui coupera NT en T^1, la ligne f^1, T^1, fera la valeur de la projection e^1, n^1, qui eft un des côtez de la doële plate, & la même fera la valeur d'un autre côté de fupofition, dont la projection étoit r n^2.

POUR trouver la vraye longueur de ce second côté, on portera la longueur S e^2, en SG, sur la ligne de base du profil, & l'on élevera la perpendiculaire G g, qui coupera la ligne T^1, f^1 en g; la ligne g T^1, sera la valeur de ce second côté du panneau en joint de lit de dessus.

LES valeurs des côtez du même panneau qui marquent les têtes, sont les cordes 1' 2, des divisions du cintre formé sur le rayon u V, passant par le point e^1, parallelement à la corde AB de l'arc de la Tour, & la corde t^1, t^2, de l'arc de Trompillon T b N; ainsi on a les quatre côtez d'une doële plate, qu'on formera comme il suit:

AYANT tracé dans une place à part, fig. 98. deux lignes indéfinies $a\ b$, $c\ d$, perpendiculaires entr'elles, qui se croiseront au point m, on prendra la moitié de la corde 1' 2 de l'arc VE, & on la portera à la fig. 98. de m en e & en f, par où on tirera les lignes e 1, f 2, paralleles à $a\ b$. On prendra de même, la moitié de la corde t^1 t^2, de l'arc du Trompillon TbN, que l'on portera de m en n, & en o; puis des points n & o pour centres, & pour rayon la longueur T^1, f^1 du profil, on fera des arcs qui couperont les paralleles e 1, f 2, aux points 1 & 2, où l'on tirera les lignes n 1, o 2, qui seront les côtez d'une doële plate de piramide droite, inscrite à la Sphère. Fig. 98.

MAIS à cause que la partie de la Tour, comprise par la corde e1, e^2, est oblique à l'axe, il en faut retrancher la partie f1 g, donnée au profil; ainsi portant la longueur T^1 G, de o en g, on aura pour longueur du côté qui répond au lit de dessus du Voussoir, la ligne $o\ g$; enfin ayant tiré la ligne 1 g, le trapezoïde n 1 g o, sera le panneau de la doële plate, qui ne touche cependant la doële Sphérique, que par trois de ses angles n, o, 1; mais non pas en g, par la raison que nous avons donné au second tome pag. 370.

IL faut donc chercher la distance dont ce point g, est éloigné de la surface sphérique de la doële de la Niche; pour cet effet, on portera la longueur T^1 g, du profil, sur la ligne z Z de l'élevation de la fig. 97. où elle donnera le point z, d'où on tirera la ligne x^2 z, puis du point o, pour centre de la fig. 98. & avec la longueur $o\ g$, pour rayon, on fera un arc vers z, & du point g pour centre, & x^1 z pour rayon, on fera un autre arc, qui coupera le précedent au point z, le triangle o g z, étant ajoûté en retour de la doële plate, le point z touchera la doële sphérique qu'on cherche.

Les panneaux de doële plate étant formez, on tracera ceux de lit, dont les joins à la doële font tous égaux en contour, en ce qu'ils font tous des arcs d'un cercle majeur, paffant par l'axe MP, mais ils font un peu inégaux en longueur, parce qu'ils fe racourciffent peu à peu, depuis l'impofte APB, jufqu'à la clef.

Leurs têtes du côté du Trompillon, font auffi toutes égales, fuivant l'angle mixte AT n^x ; mais les têtes du côté de la Tour, font des arcs d'Ellipfes inégaux, en ce que, quoique leurs cordes foient égales à la diftance de l'arête de doële à celle d'extrados, elles font toujours moins creufes à mefure qu'elles s'éloignent de l'impofte BX, où la premiere tête de lit eft égale à la cavité de l'arc BX, de la bafe de la Tour qu'elle comprend, & fon inclinaifon à l'égard de la doële eft l'angle curviligne XBN, qui eft auffi le plus obtus de tous ceux des têtes fupérieures, qui fe referment à mefure qu'elles aprochent de la clef, au milieu de laquelle cet angle devient mixte, & égal à celui du Trompillon AT n^x.

Pour trouver la courbure des arcs de tête, il n'y a qu'à ralonger les arcs circulaires de la projection horifontale, comme nous l'avons dit, en parlant des têtes de la porte en Tour ronde ou creufe ; tels font les arcs circulaires X e^1, que donne la projection du premier lit 1^x 5, & l'arc $e^2 y$, que donne celle du fecond lit 2^x 6, ce que nous ne pouvons exprimer ici bien nettement, à caufe de la petiteffe de la figure.

On tirera la corde de chacun de ces arcs, & on la divifera en autant de parties égales, qu'on voudra avoir de points de la courbe; il fuffit ordinairement de la divifer en deux ou trois pour la pratique, & par ces divifions, on tirera des perpendiculaires à la corde, qui fe termineront à l'arc de cercle.

On prendra enfuite la corde du joint de la tête 5^x 1, ou 6^x 2, qu'on divifera en un même nombre de parties, qui feront égales entr'elles, mais plus grandes que celles de la corde de l'arc de cercle, & l'on portera fur ces divifions, les perpendiculaires de l'arc de cercle, lefquelles donneront les points de l'arc Elliptique, que l'on cherche.

Quant à l'ouverture de l'angle curviligne, que doit faire cet arc de tête avec le joint de doële, il eft aifé de le trouver ; on menera par les points e^1 & X, où la projection des points 1 & 5, coupe la bafe de la Tour, des verticales e^1 E^1, & X 5^x, fur lefquelles on pofera la corde 1^x 5, à l'extrémité de laquelle on fera une perpendiculaire,

culaire, qui coupera la ligne X 5^x au point 5^x; on en fera de même pour les points $e^2 y$ de la projection, qui donneront les points E^2 6^y du profil; les angles curvilignes 5^x ET, & 6^y E^2 T, seront ceux que l'on cherche.

Il ne reste plus à présent qu'à chercher les biveaux de lit & de doële, & de tête & de doële, suivant nos principes généraux.

Premierement, pour le biveau de doële & de lit, par exemple, pour le second Voussoir, on prolongera la corde 2 1 de l'arc EV, jusqu'à ce qu'elle rencontre la ligne *u r* V, prolongée en O^r, d'où l'on tirera au point S, la ligne O^r S, qui sera la section de la doële avec l'horison, & parce que tous les plans des lits se couperont à l'axe MP, cet axe sera la seconde section, laquelle avec la hauteur de la retombée, fournira le moyen de trouver l'angle des plans du lit & de la doële plate, comme il a été expliqué au Probleme XII. du 3e. Livre, & comme nous l'avons repeté dans les Traits des Voutes coniques.

Pareillement, & par le même Probleme, on trouvera le biveau de tête plate L e^1, e^2 B, qu'on prolongera jusqu'à la section de la doële avec l'horison en Y, ainsi on aura la section de la tête avec l'horison en LY, celle de l'horison YS, & la hauteur de la retombée x^2 e^2; ainsi l'on trouvera l'angle de tête & de doële, comme l'on a fait à la Trompe plate, pag. 80. du 2e, tome, & à la Trompe Droite, pag. 209. du même tome.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Ayant dressé un parement pour servir de *doële plate de supposition*, que j'apelle ainsi, parce que le panneau de cette doële, ne peut toucher la surface sphérique qu'on se propose de faire, que par trois de ses angles, on y apliquera ce panneau, pour en tracer le contour, puis avec le biveau de lit & de doële plate, on abattra la pierre pour former les deux lits.

Celui de dessus étant fait, on y apliquera le second petit panneau triangulaire *o g z*, de la fig. 98. pour avoir le point *z* de la surface sphérique, que l'angle *g* du panneau de doële plate ne pouvoit toucher.

On apliquera sur ces mêmes lits, un panneau ou une cerche formée sur l'arc AB, d'un cercle majeur de la Sphère, qu'on fera passer

au lit de deſſous, par les points 1 & *n* de la doële plate tracée, & au lit de deſſus par les points *o* & 2, puis avec le biveau mixte de coupe & de doële pris où l'on voudra, par exemple en TPS, on creuſera la doële ſphérique, comme il a été dit au Chap. VII. pag. 368. du tome précedent.

Il faut cependant avant que de la creuſer, abattre la pierre avec le biveau de tête plate & de doële, ſi l'on n'a pas deſſein de faire uſage des panneaux de lit.

En ce cas, on prendra avec la fauſſe équerre l'angle 6ᵗ 2ᵗ 9, que fait le joint de tête 6ᵗ 2, avec une horiſontale 2ᵗ 9, parallele à AB, ſuivant laquelle on fera une plumée creuſe, dans laquelle on apliquera une cerche convexe, formée ſur l'arc ACB; mais comme le point 9 n'eſt pas déterminé de poſition, il faut chercher un ſecond point d'apui à la cerche en 8, par le moyen d'un ſecond biveau, en prenant l'angle Vᵉ 1ᵗ 5, que fait une verticale Vᵉ 1, avec le joint de tête 1ᵗ 5; ſecondement, en faiſant une parallele 6 *i* à la ligne Vᵉ 1, puis poſant deux regles ſur les points *i* & 6, qu'on placera ſuivant ces directions verticales, & qu'on dégauchira en creuſant des plumées ſur la tête, l'une en haut, l'autre en bas, la plumée Vᵉ 1 donnera le point 8 d'interſection de l'horiſontale 2ᵗ 9, que l'on cherche pour déterminer la poſition de la cerche convexe, qui doit ſervir à former la tête en Tour creuſe, en faiſant couler cette cerche, parallelement à elle-même, ſur les plumées verticales 6 *i* & Vᵉ 1. Par ce moyen, on formera le creux des joins de tête en portion d'Ellipſe, (comme elles doivent l'être,) par une eſpece de hazard, que produit l'interſection de la ſurface plane de chaque lit, avec la creuſe cylindrique de la Tour.

Si l'on fait uſage des panneaux de lit, ils donneront les courbes des têtes de lits au parement creux de la Tour, mais ce ne ſera pas aſſez pour creuſer ce parement, il faudra encore uſer d'autres moyens.

On peut ſe ſervir de celui que donne le P. Deran, quoiqu'il ne ſoit pas parfaitement juſte, qui eſt de faire le dévelopement de l'arête de la Niche à la ſurface de la Tour, en rectifiant l'arc HB avec ſes diviſions, comme on a fait à la fig. 97. en *c b c t*, portant les avances B*a*, *e*¹*a*, *e*²*a* de la Tour creuſe, à l'égard d'une ligne CI, tangente à l'arc ACB, en *b i*, 1 *d*, 2 *d*, 2 *c* de la fig. 99. qui donneront les points *c*, 2, 1, 6, par où on tracera la courbe ondée, qui eſt le dévelopement de l'arête à double courbure de la rencontre de

la ſurface ſphérique de la Niche avec la cylindrique de la Tour. Nous ne parlons ici que du Trait du P. Deran, parce que M. de la Ruë n'en a rien dit.

On voit que (dans la rigueur) ce dévelopement ſupoſe un cylindre horiſontal, au lieu de la ſurface ſphérique de la Niche, parce qu'on y prend des diſtances horiſontales; mais la différence eſt ſi petite, qu'elle ne mérite pas qu'on y faſſe attention dans la pratique, parce que l'inclinaiſon des cordes de la portion de Sphère, compriſe entre le cercle majeur paſſant par DI, & l'arc ACB de la Tour, eſt ſi peu conſidérable, qu'elle ne peut alterer le contour du dévelopement d'une maniere ſenſible, dans l'opération la plus exacte.

Ce dévelopement étant tracé ſur un corps flexible, comme du carton, on l'apliquera dans la ſurface de la Sphère, entre les points donnez 1 & 2, en l'apuyant pour le faire plier, enſorte qu'il la touche par toute ſa longueur.

Dans cette ſituation, on tracera l'arête de la doële avec la Tour, & l'on aura trois lignes courbes, pour former la tête creuſe; mais ce n'eſt pas aſſez pour la former exactement, il faut encore en revenir au moyen que nous venons de donner, pour y apliquer une cerche formée ſur l'arc horiſontal ACB, & poſée horiſontalement ſur la tête, par le moyen d'un angle 6· 2· 9.

La différence qu'il y a, c'eſt que cette cerche trouvera deux apuis, donnez l'un ſur le joint de tête du lit de deſſous, l'autre ſur l'arête de doële de la Niche à la ſurface de la Tour, aux points 5· 7, & au deſſous, ce qui fournit le moyen de trouver la poſition de la verticale 1 V^{t}, qui ſervira d'apui à la cerche d'un côté, l'autre apui étant donné ſur le joint de tête du lit de deſſus 6. 2.

On pourroit auſſi, ſans faire de dévelopement, faire la cerche ralongée de l'arc e^1 e^2, de la Tour ſur la corde x^1 x^2 qui lui répond, comme nous avons ralongé les arcs des joins de tête, & faire couler cette cerche inclinée parallelement à la corde 1· 2, l'apuyant ſur les arcs des joins de tête donnez par les panneaux, qui en ont été faits; cette maniere eſt la plus ſimple, la plus commode, & la plus exacte dans ſon principe.

La tête du Vouſſoir étant faite à la ſurface de la Tour, il ne reſte plus qu'à faire l'autre du côté du Trompillon, de la même maniere que nous l'avons dit, en parlant des Voutes ſphériques ſimples en

Niche, au Chapitre VII. du tome précedent page 368.

Ce que nous venons de dire, concernant la Niche en Tour creuſe, ſervira pour la Niche en Tour ronde, en renverſant les panneaux de lit de la droite à la gauche. La différence qu'il y a pour le Trait, c'eſt. 1°. Que ſi l'on regle les profondeurs de la Niche à la clef, au lieu qu'elle augmente dans la Tour creuſe vers les impoſtes, elle diminüera dans la Tour ronde. 2°. C'eſt qu'au lieu de prendre la corde de l'arc de la Tour, que la projection des diviſions des têtes des Vouſſoirs comprend, il faut prendre la tangente de cet arc, pour réduire la Tour ronde en polyëdre, dont chaque pan ou face, forme une tête plane au Vouſſoir, laquelle ſert de préparation à la formation de la tête ronde, qui ſera de la même maniere que la creuſe, mais en ſens contraire, avec une cerche concave, au lieu d'une convexe, laquelle ſera cependant formée ſur le même arc ACB, conſideré en dehors dans ſa convexité.

Seconde Combinaiſon.

Des Voutes ſphériques avec les Cylindriques, lorſque le Berceau racheté par un Cu-de-Four eſt horiſontal.

EXEMPLE.

Niche ſphérique dans un Berceau de niveau.

A bien conſidérer le Trait dont il s'agit, ce n'eſt autre choſe qu'un changement de poſition du précedent de la Voute ſphérique en Tour creuſe; dans celui-là, l'avance de l'arête de rencontre des deux Voutes, diminuoit depuis les impoſtes juſqu'à la clef, ici au contraire, elle commence aux impoſtes, & finit à la clef.

Fig. 99. & 101 † Pour apercevoir cette différence d'un coup d'œil, il n'y a qu'à jetter les yeux ſur les developemens de cette arête de face, à la fig. 99. de la planche 88. à la fig. 101. † de la planche 89. & l'on verra que ſi l'on joint les deux moitiez de la premiere par leur extrêmité, qui eſt aux impoſtes, on aura une figure égale à celle du developement de la fig. 101. †

On peut auſſi concevoir que le developement de l'arête de face de la fig. 101. eſt préciſément le même que celui de la Niche en Tour ronde, c'eſt-à-dire, convexe, pour laquelle nous n'avons point don-

né d'exemple, comptant que celui-ci pouvoit servir pour l'un & pour l'autre.

Avant que d'entrer en matiere, il faut observer que l'on peut faire une Niche qui rachete un Berceau de deux manieres, ou médiatement, ou immédiatement. Pl. 89. Fig. 101. & 102.

Elle rachete la Voute du Berceau immédiatement, lorsque la doële sphérique rencontre la Cylindrique du Berceau à la clef, qui retombe au-dessous du niveau de A en *a*.

Elle la rachete médiatement, lorsque la doële sphérique PA, étant montée à sa plus grande hauteur, sous le milieu de la clef en A, cette clef est menée de niveau en *a*, au lieu de retomber au-dessous de E, par l'arc A *a*, comme le pratiquent ordinairement les Architectes; alors la Voute sphérique rachete un petit demi-Cylindre de même diametre, & qui a son axe *e* C dans l'axe de la Sphère PC, prolongé par conséquent, dont l'arête de l'interfection commune, est un demi-cercle par le Théor. VIII. du 1er. Livre, dont le rayon vertical est la ligne AC.

Ensuite, ce même demi-Cylindre, rachete le grand Berceau CED auquel la doële de la Sphère ne se joint que par cette médiation. Alors ce trait devient le même que celui d'une Lunette Droite dans un Berceau, dont il a été parlé à la pag. 6. de ce 3e. tome.

Nous considérons donc ici, la jonction immédiate des surfaces de la Sphère & du grand Berceau, pour ne pas tomber dans des redites.

Soit la ligne CP, donnée pour la profondeur d'une Niche circulaire à son imposte, le plan horisontal de cette Niche, ne sera qu'un demi-cercle APB, mais son profil sera plus grand que le quart de cercle PA, de l'intervale d'un arc A *a*, compris entre la plus grande hauteur A de la Voute de la Niche, & l'arc du Berceau de niveau, dont le profil est l'arc DE *a* C. Fig. 101.

Faisant servir de cintre primitif le quart de cercle AP, on le divisera en ses Voussoirs, comme une moitié de cintre de face, par exemple, ici, en deux & demi pour cinq Voussoirs, aux points 3 4, par lesquels on menera des paralleles à l'horisontale CP, qui couperont la verticale AC, aux points f^3 f^4, les lignes C f^3 & C f^4, seront les demi-axes verticaux de deux Ellipses, qui auront chacune la même ligne CP, pour demi-axe horisontal.

Par le moyen de ces axes donnez, on décrira par le Probleme VII, du 2e. Livre, des arcs d'Ellipſe P f^3 F, P f^4 G, qui couperont l'arc du profil du Berceau DEC, aux points F & C.

De la même maniere, préciſément, on fera la projection horiſontale, en repetant le quart de cercle PA en BH, ſur le diametre BA, lequel ſera diviſé en ſes Vouſſoirs exactement, de même aux points 1 2, deſquels abaiſſant des perpendiculaires ſur CB, on aura les points de leur projection, p^1 p^2, par leſquels & par le pole P, on décrira comme ci-deſſus, des arcs d'Ellipſe prolongez indéfiniment au dehors de la ligne CB.

Par les points F & G du profil, on abaiſſera des aplombs ſur HP, leſquels étant prolongez, rencontreront les Ellipſes des projections des joins de lit aux points f & g. Si l'on en abaiſſe auſſi un du point E, qui coupera HC en e, on tracera à la main une courbe $e\,f\,g$ B, qui ſera la projection horiſontale de l'arête de rencontre des ſurfaces de la Sphère & du Cylindre.

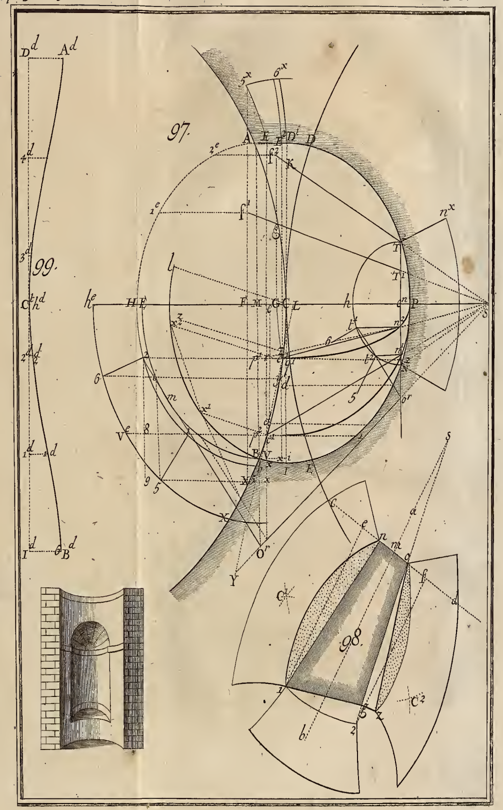
On pourra faire auſſi la projection de l'arête d'extrados de la même maniere, en menant par les points K 7 8 des horiſontales, mais on peut s'en paſſer par notre méthode.

Présentement il faut déterminer la grandeur du Trompillon, qui doit être un demi ſegment de Sphère, qui ait pour pole le point P. On tirera à volonté, & ſuivant la grandeur de la pierre qu'on y deſtine, une ligne TN, perpendiculaire à CP, qui coupera les arcs Elliptiques des projections des joins de lit, aux points q^1 q^2, deſquels on élevera des perpendiculaires ſur TN, qui couperont le demi-cercle fait ſur TN, pour diametre, aux points 1^n 2^n, qui feront les diviſions des Vouſſoirs à la tête inférieure, qui s'apuye ſur le Trompillon.

Si par une opération inverſe, on avoit fait le cintre du Trompillon avec ſes diviſions, immédiatement après avoir fait les projections du cintre primitif, on auroit eu ſur la ligne TN, des points des Ellipſes, des projections verticale & horiſontale des joins de lit, pour la premiere les points 3^t 4^t, & pour la ſeconde les points q^1 q^2.

Les projections des joins de lit étant faites, tant au profil qu'au plan horiſontal, on fera les panneaux de doële plate, de la même maniere qu'il a été dit au Trait précedent, avec cette différence, qu'au lieu d'une corde menée par les projections des diviſions de l'arête de face creuſe, & prolongée pour y décrire un cintre, comme l'on a




97.
98.
99.

fait à la fig. 97. ſur la ligne LB ; on menera ici une tangente V u, à la courbe convexe de projection $f\,l\,g$, en tirant la corde $f\,g$, à laquelle on tirera une parallele par le point l, le plus ſaillant de la courbe $f\,l\,g$.

Pour avoir le rayon du diametre, du cintre qu'il faut décrire ſur cette tangente, on lui menera par le centre C de la Sphère, une perpendiculaire C d, qui la coupera au point d, où ſera le centre de ce cintre, dont $d\,u$ ſera le rayon, qui donnera un cercle mineur de la Sphère, dont le quart eſt l'arc d L u ; ce rayon $d\,u$, coupera les Ellipſes des projections des joins de lit, aux points $z\,z$, qui ſeront tout près des points $f\,g$, deſquelles on élevera des perpendiculaires ſur $d\,u$, qui couperont l'arc $u\,l$, aux points $t_1\,t_2$.

Avec tous ces points donnez, on opérera pour faire les panneaux de doële plate, comme au trait précedent, ou pour remonter plus loin, comme au trait de la *Trompe en Niche ſur le coin*, qu'on a vû à la pag. 368. du tome précedent, auquel on peut renvoyer le lecteur pour ne pas faire de trop fréquente redites, la fig. 103. en montrera l'aplication.

Explication Démonſtrative.

On peut comparer la rencontre des Niches avec les Berceaux de niveau ou de bout, à celle d'une Niche ſur le coin, dont il a été parlé au tome précedent pag. 368. parce que les tangentes de la courbe convexe de la projection ſaillante, ou les cordes des diviſions des Vouſſoirs dans la projection rentrante, lorſque la courbe de l'arête de rencontre à double courbure eſt concave, priſe horiſontalement, peuvent être conſiderées comme des pans des murs verticaux, qui forment un coin ſaillant, ou un angle rentrant, leſquels retranchent quelques parties du quart de Sphère, ou comprennent plus que ſon quart, ſelon que les angles de ces plans verticaux ſont ſaillans ou rentrans, & que leur concours s'aproche ou s'éloigne du pole de la Sphère, qui eſt au milieu de l'impoſte de la Niche.

Cela ſupoſé, l'explication du Trait de la Trompe en Niche ſur le coin, convient en tout à ceux dont il s'agit ici, par exemple, que les projections des joins de lit, doivent être des arcs d'Ellipſes, parce que les ſections des plans des lits qui paſſent par l'axe de la Niche, & par les diviſions du cintre primitif, formans des cercles à la doële de la Sphère, leſquels ſont inclinez au plan horiſontal, leur projection doit être une Ellipſe par le 2e. Théorême du 2e. Livre pag. 209.

Quant au dispositif à l'excavation de la Sphère, il est clair que nous commençons par y inscrire des piramides tronquées, dont les surfaces de leurs côtez, ne peuvent pas toucher les quatre angles de la portion sphérique, que le Voussoir doit comprendre ; si les angles de la rencontre du Berceau avec la Sphère, à chaque division de l'arête à double courbure, ne sont pas situez les uns à l'égard des autres, suivant les conditions que nous avons expliqué au commencement du second tome page 4 ; c'est pourquoi lorsque la doële plate, qui est une des surfaces de piramides tronquées, inscrite dans la Sphère, ne touche la doële sphérique qu'en trois points, on est obligé de chercher la position du quatriéme angle du Voussoir qu'elle ne touche pas, en formant un second panneau en retour de la doële plate.

CHAPITRE QUATRIE'ME.

DE LA RENCONTRE DES VOUTES Coniques entr'elles.

Nous devons considerer les corps Coniques, comme les Berceaux, suivant leurs différentes situations à l'égard de l'horison, ce qui nous offre trois combinaisons des parties des Voutes composées de portions Coniques. La premiere, lorsque leurs axes sont horisontaux. 2°. Lorsque l'un est horisontal, & l'autre vertical. 3°. Lorsque l'un est vertical, & l'autre incliné. 4°. Lorsqu'ils sont inclinez tous les deux.

PROBLEME. VI.

Faire la jonction de deux Voutes, ou Corps Coniques en situation, quelconque.

Premiere situation, où les axes des portions Coniques sont communs, dans une même direction horisontale ou inclinée.

Dans la construction des Fortifications, on à souvent occasion de faire des ouvrages de cette espece, l'un est de ces ouvertures qu'on apelle aujourd'huy, *Embrasures*, & anciennement, *Canoniéres*, parce qu'elles servent à y placer du Canon.

La

101.

101.+

102.

103.

La seconde, est une façon de former certaines Portes extraordinairement biaises.

Dans l'une & l'autre ouverture, la jonction des deux portions de Voutes coniques qui la composent, ne doit pas faire une arête à double courbure; c'est pourquoi, il n'est pas indifférent qu'elles soient coniques arbitraires, par ce qu'on a vû au premier Livre, lorsque nous avons parlé de la pénétration des cones entr'eux, qu'il est plus de circonstances, où la rencontre de leurs surfaces, forme une courbe à double courbure, que de celles où elle forme une courbe plane.

PREMIER CAS.

Canoniere ou Embrasure à mettre du Canon, dans un Mur en talud ou à plomb.

En traitant des Voutes coniques simples, au tome précedent, nous avons donné la maniere de faire chacune des deux portions de cones tronquez, qui composent l'embrasure, l'une depuis le parement extérieur, qui est ordinairement en talud, jusqu'au *Collet*, l'autre depuis le parement intérieur, qui est ordinairement à plomb, jusqu'à la tête du même collet, ce qui fait pour l'une, une Trompe conique en talud, & pour l'autre, une Trompe conique sans talud.

Chacune de ces parties, peut aussi être Droite ou biaise, sur la direction qui doit être commune, quoique tournée en sens contraire de la base de l'une, au sommet de l'autre.

Pour en venir au Trait qui concerne la coupe des pierres, d'une Embrasure à vouter, je pourrois supposer celui de la disposition, & de la direction des parties de son plan horisontal; mais comme la maniere ordinaire de tracer une Embrasure, lorsqu'elle est biaise, y jette des difficultez, pour la construction de la Voute, qui ont souvent embarassé les Appareilleurs & les Ingenieurs, qui doivent les conduire; il est à propos de faire observer d'où elles viennent, pour fournir le moyen de les éviter.

Soit (fig. 105.) DEFG, une partie de mur dans lequel on veut établir une Embrasure voutée, dont la surface intérieure GF est à plomb, & l'extérieure DE en talud. Pl. 09. Fig. 105.

On commencera par donner à la ligne du milieu MN, la direc-

tion convenable au Canon qu'on y doit placer, pour qu'il batte à l'endroit le plus néceſſaire à défendre, que je ſupoſerai ici oblique au mur LGF.

On déterminera enſuite la profondeur NC, du *Collet* de l'Embraſure AB, au-dedans du parement interieur, laquelle eſt ordinairement de 15. à 18. pouces, lorſqu'il n'y a point de biais, mais lorſqu'il y a de l'obliquité dans la direction du milieu, il faut y avoir égard, en y ajoûtant la longueur QF, que donne un trait d'équerre NQ, ſur la direction NM, à une diſtance NQ, qui ſoit à peu près la moitié de la largeur interieure de l'Embraſure.

La profondeur NC, du Collet AB étan déterminée, on en déterminera auſſi la demi-largeur AC & CB, quarrément ſur la ligne du milieu MN, ſuivant la groſſeur de la piéce de Canon qu'on y doit poſer, qu'il faut conſiderer, non pas ſuivant ſon calibre, mais ſuivant le métal dont elle eſt.

Dans les Batteries des Ports de mer, où les Canons ſont de fer & de gros calibre, ſouvent de 48. on ne donne guére moins de trois pieds de Collet ; à celles de terre, où l'Artillerie eſt de fonte & de petit calibre, on n'y en donne quelques fois que la moitié

Les points A & B, étant determinez de poſition, il faut régler l'ouverture de l'ébraſement DE, ſuivant l'épaiſſeur du mur FM ; c'eſt-à-dire, que plus le mur ſera épais, plus auſſi l'ébraſement doit augmenter, parce que le ſouffle du Canon fait un tourbillon d'air, qui s'élargit au ſortir de la bouche, avec une ſi grande impétuoſité, qu'il ébranle les joüées des Embraſures, ſi elles ne s'écartent pas aſſez en s'éloignant du Collet.

La maniere ordinaire de tracer l'ébraſement, eſt d'en porter la moitié du milieu M ſur la face, de part & d'autre, en MD & ME; de tirer des points D & E, par les points A & B du Collet, les joüées exterieures DA, EB, auſquelles par les mêmes A & B, on mene des paralleles AG, BF, qui forment les joüées intérieures.

Cette maniere eſt bonne, lorſque l'Embraſure eſt Droite, & même ſuffiſante lorſqu'elle eſt biaiſe, & qu'elle doit reſter ouverte par le haut. Mais ſi elle eſt biaiſe, & qu'il faille la vouter, on ne doit pas la tracer de même, pour deux raiſons ; la premiere, eſt qu'en prolongeant les joüées, il ſe forme deux ſections de cones inégaux, DSE & GfF, dont les axes SM & f n, ne ſont plus dans la direc-

tion donnée NM; par conféquent n'ayant pas les axes communs, l'arête de rencontre des Voutes exterieure & interieure, ne pourroit être un cercle, ni une Ellipfe, mais une courbe à double courbure.

La feconde, c'eft qu'on ne peut faire les joüées interieures paralleles aux exterieures opofées, fans jetter de l'irrégularité dans les Voutes coniques, du dedans & du dehors, parce que la direction du milieu NM, leur doit être commune, & par conféquent l'axe des deux cones tournez en fens contraire, qui doivent avoir pour fection plane, (auffi commune) le cintre du Collet AHB. Or, cette fection AB, n'étant pas au milieu de MN, ni parallele aux bafes DE, FG, ni même fous-contraire, parce qu'elle eft perpendiculaire à l'axe; il fuit que les deux cones ne peuvent avoir leurs côtez paralleles aux opofez, parce qu'ils ne font pas femblables, & qu'au cas qu'on les voulût faire paralleles, la Voute deviendroit un compofé de quatre quarts de cones inégaux, qui feroient des angles rentrans à la clef de la face interieure & de l'exterieure, quand même la fection AB, leur feroit commune, par la fupofition, ce que l'on doit éviter.

Pour le démontrer, il n'y a qu'à prolonger toutes les joüées, jufqu'au milieu donné MN, & l'on verra qu'elles doivent toutes couper cette ligne en différens points; fçavoir, DA en N, & EB en R.

De même à l'ébrafement interieur, GA coupe NM, au point *f*, & *f* B en H, parce que les angles alternes DNH, *f* HN, doivent être égaux, ainfi que les angles G *f* R, MRE, & l'angle DNM, eft plus grand que MRE, par conféquent ces moitiez de triangles inégaux, apartiendront à des cones différens.

Il faut donc tracer l'Embrafure qu'on doit vouter différenment de celle qui ne doit pas l'être.

Ayant déterminé le Collet comme nous avons dit en AB, perpendiculairement à la direction donnée, qui coupe le parement extérieur du mur en M, on menera par ce point la ligne OP, parallele à AB. Puis ayant donné en MP, la moitié de l'ébrafement, d'une Embrafure Droite, on aura les points P & O, par lefquels on tracera les joüées AO, & BP, qui couperont, étant prolongées où il le faut, la face exterieure du mur en *x* & en E; enfuite par les points A & B, on tirera des paralleles AG, BF aux joüées exerieures, & l'Embrafure fera tracée.

Lorsque l'obliquité eft affez grande, pour alonger la joüée AG,

beaucoup plus que son opofée BF, on est obligé de faire un cran en enfoncement dans le mur, comme on voit en LKF, afin d'ôter la partie saillante en G, qui empêcheroit qu'on ne pût assez avancer le Canon en batterie, parce que la roüe de l'afût du côté de G, pourroit moins avancer que l'autre, qui doit être poussée jusqu'en F.

Fig. 106. Le plan horisontal de l'Embrasure étant tracé, il faut regler le profil. On fait ordinairement l'apui *m* C de niveau, & la plongée CM, plus ou moins inclinée, suivant la position de l'objet auquel on doit viser, observant que la Voute & la plongée, soient éloignées de la bouche du Canon, pour que l'impetuosité de son souffle n'y puisse pas ébranler les pierres ou les briques, comme je l'ai vû dans quelques Places maritimes; car il faut observer que ce souffle fait plus d'effet dans les Embrasures de maçonnerie, que dans celles de fascines & de saucissons, qui lui cedent un peu par leur ressort.

L'Embrasure étant tracée dans toutes ses parties, & les hauteurs des clefs des cintres, rélativement à celui du Collet que nous prenons pour le primitif, parce que c'est la partie la plus importante: on aura pour objet de construction, deux portions de cones tronquez comme celles de deux Trompes inégales, jusques à leurs Trompillons, lesquelles sont jointes par le cintre commun du Collet, lequel ayant été pris pour primitif, déterminera le contour des deux autres de face exterieure en talud, & interieure à plomb, comme il a été dit au second tome page 222. Il ne s'agit plus que de la jonction de ces deux Voutes par des Voussoirs, qui fassent partie de l'une & de l'autre doële, ce qui se fera par le moyen des biveaux de doële plate, de la même maniere que nous l'avons dit, pour les rencontres des Berceaux & des Voutes sphériques, suivant notre maniere générale, dont voici l'aplication au cas présent, de la fig. 105.

Fig. 105. Ayant fait la projection des joins de lit à l'ordinaire, & celle de la rencontre des deux doëles plates, du dehors & du derriere du Collet, par exemple, au second rang des Voussoirs, au-dessus de l'imposte en 3' 4, ou 1' 2, on prolongera la corde 1' 2 du Collet, jusqu'à la rencontre du diametre AB, qu'elle rencontrera en O, par lequel & par les sommets des cones *s*, R, on tirera des lignes *s*O^r K, RO^r V, qui feront les sections des deux doëles avec l'horison.

Par le moyen de ces deux sections de doëles plates avec l'horison, on trouvera facilement les biveaux de leur rencontre; ce que nous allons faire hors de la figure, pour ne pas l'embroüiller de trop de lignes & de chiffres.

Sur AB, prolongée au-delà du point O', on portera la retombée 1 q en O' Q, où on élevera une perpendiculaire Q 2, égale à la hauteur de la retombée q 2. Sur O' 2, on tirera par le point 2, une perpendiculaire 2 x, qui coupera O' Q prolongée en x, par où on tirera à la même O' x, une perpendiculaire, qui coupera les sections de l'horison SK en K, & RV en V. Sur O' x prolongée, on portera la longueur x 2, de x en X, d'où l'on tirera les droites XK, XV, l'angle KXV, sera celui que l'on cherche, pour assembler les deux doëles plates de l'ébrasement exterieur avec l'interieur, lesquelles donneront la position des quatre angles, de chacune des doëles coniques, que l'on doit ensuite creuser à l'ordinaire, comme il a été dit pour ces sortes de surfaces; par le moyen de ce biveau, & de ceux de lit & de doële de chacune des Voutes coniques en particulier, on taillera le Voussoir d'enfourchement de la même maniere que nous l'avons dit, pour tous les Traits précedens des Voutes composées.

Il y a une seconde maniere de faire les Voutes d'Embrasures, à peu près comme la *Corne de Vache* & *le biais passé*, qui est d'ébaucher les Voussoirs, comme si c'étoient des portions de Berceaux; ce que nous allons expliquer au Trait suivant.

SECOND CAS.

Porte biaise en Corne de Vache double adossée, dont la doële est coudée en angle saillante, qui s'ouvre de plus en plus depuis les impostes à la clef, dont le milieu est en ligne Droite.

Dans ce Trait précedent, tous les lits étoient brisez en angle saillant & rentrant, & la doële coudée au Collet, ou également ou avec peu de différence d'une imposte à l'autre; ici, nous voulons que les lits soient plâns, sans brisure, & que la doële soit inégalement coudée, depuis l'imposte à la clef, qu'on veut en ligne Droite à son milieu, pour ne rien diminuer de la hauteur du passage, & le reste par d'autres raisons de construction que je vais exposer.

Il se trouve quelquefois des passages si obliques, dans les Ouvrages de Fortification, qu'on ne peut en faire les Portes assez biaises, pour en suivre la direction, & cela par deux raisons.

La premiere, parce qu'une des arêtes d'un jambage devient si aigue,

qu'elle n'a aucune force ; de forte qu'elle peut être facilement écornée en la taillant ou en la posant, & ce qui est pire, par le moindre choc des choses qu'on fait entrer.

L'autre, parce que si l'on donnoit aux Voussoirs de la porte, la direction biaise sans correction, ils pousseroient au vuide d'un côté, comme on peut le voir par l'exemple de la fig. 110. où la perpendiculaire M 9, sur le milieu de la direction de la clef N *n*, pousse au vuide en 9 ; de sorte que l'arcade pourroit tomber, si la clef n'étoit apuyée par une longue queuë M *n*.

Fig. 110.

Pour remedier à cet inconvenient, il convient d'émousser les angles aigus, l'un en dedans, l'autre en dehors, & de changer la direction des joins de lit, pour la rendre moins oblique, & conserver le niveau des joins de tête au devant & au derriere.

Soit, le Rumboïde IBVT, (fig. 110.) le plan horisontal d'une baye de porte biaise, suivant la direction de son milieu N *n*, qui fait avec la face AB, d'un côté l'angle aigu AN *n*, & de l'autre l'angle obtus *n* NB.

Ayant déterminé l'épaisseur du jambage, & la place de la feüillure DFG, où se doit loger la fermeture de la porte à angle-droit, on divisera l'épaisseur D *t* ou ID, du tableau en deux, également en *m*, par où on menera la ligne *m m*, parallele à AB, qui coupera les tableaux en *x* X, d'où on tirera les lignes *x* A & XE, perpendiculaires sur les faces AB du devant, & F *f* du derriere, qui donneront les points A & E, & pour plan horisontal de chaque pié-droit, une surface coudée A *x* D, BXE, au lieu des tableaux droits ID & B *u*. Par les points A & D, on tirera la ligne AD, & par le point B, sa parallele BE, que l'on prendra pour les directions des pié-droits, sans égard à l'angle saillant de leur tableau.

Par les points *x* X, on tirera des paralleles à DA & BE, qui couperont la face AB, en *a* & *b*.

Sur *a b* comme diametre, on décrira le demi-cercle *a* H *b*, & sur AB pour grand axe, & CH pour moitié du petit axe, on décrira la demi-Ellipse AHB. Puis ayant divisé ce cintre en ses Voussoirs, par exemple, ici, en 3 aux points 1, 2, & tiré ses joins de tête 1' 3, 2' 4, qui couperont le demi-cercle *a* H *b*, aux points 5, 6, on abaissera des perpendiculaires de ces divisions sur AB, qu'elles couperont aux

points P & p, par où on tirera les directions des joins de lit PS, p $ſ$, paralleles, à AD & BE.

AYANT prolongé ces directions, on leur fera une perpendiculaire D^r R, qui les coupera aux points D^r 5^d, 6^d R, qui feront les projections du diametre de l'arc-droit D^r b R, formé comme aux Berceaux biais, pour avoir l'angle de lit & de doële R 6^r 4^r. ou D^r 5^r 3^r.

ON abaiſſera du point 5, une perpendiculaire 5 q, ſur AB, qui la coupera au point q, par où on menera q Q, parallele à AD, qui coupera la ligne m m, au point Q, l'angle PQ $ſ$, fera la projection du joint de lit, lequel angle eſt plus ouvert que celui de la doële briſée au lit inférieur A x D, & feroit plus fermé que celui du lit au-deſſus, s'il y en avoit un, parce qu'il s'ouvre de plus en plus, en aprochant de la clef, où il s'évanoüit au milieu C c, qui eſt une ligne droite.

IL nous reſte à tracer les panneaux de lit & ceux de doële.

LE panneau de doële plate, doit être fait comme pour un Vouſſoir de Berceau ſimplement biais, dont la projection eſt parallelograme a q r i. Ayant tiré la diagonale q i, on la portera en q k ſur AB, & l'on tirera k 5, qui fera la valeur de cette diagonale, par le moyen de laquelle on formera le panneau de doële, (fig. 111.) comme il a été dit au 2e. Livre, page 357. en faiſant deux triangles égaux, ſur cette baſe commune, avec la corde de la tête a 5, & la projection d'un joint de lit q r, ou a i, tels ſont les triangles k^1 a q^5, & q_5 r k^1, qui forment le parallelograme a r, que l'on cherche. *Fig.* 112.

ON formera de même le panneau de lit, en abaiſſant du point 3 de l'extrados, une perpendiculaire ſur AB, qui coupe ici cette ligne en y, ſi l'on tire y 3^n, parallele à q r, on aura le parallelograme y q r 3^n, qui fera la projection du lit, qu'on formera de même que celui de doële plate, par le moyen d'une diagonale q 3^n, qu'on portera ſur AB, de q en t, & la différence des hauteurs des points 5 & 3, qui eſt o 3, ſera portée en q d, la ligne d t, fera la valeur de la diagonale q 3^n, par le moyen de laquelle on formera comme ci-devant, le parallelograme 3 5, 5^n 3^n, de la fig. 112. dont les côtez 3 3^n, 5 5^n, ſont égaux à la projection q r, & les cotez 3$^•$ 5, & 3^n 5^n, ſont égaux au joint de tête 3$^•$ 5, de l'élevation de la face à la fig. 110. *Fig.* 112.

POUR achever de former ce panneau de lit, il faut porter la longueur

5' 1, de l'élevation en 5 1ᵉ, du panneau sur le devant, & 5'' 1. sur la feüillure; puis du milieu Q, de la ligne 5 5'', on tirera les lignes Q 1ᵉ, Q 1'', qui formeront l'angle 1ᵉ Q 1'', qui est le joint de lit que l'on cherche, pour déterminer l'inclinaison mutuelle des deux parties de la doële plate, qui s'ébrase en dehors & en dedans.

Aplication du Trait sur la pierre.

Ayant dressé un parement pour servir de doële plate, on y apliquera le panneau pour en tracer le contour. Puis avec le biveau de lit & de doële pris à l'arc-droit en R 6ʳ 4ʳ, on abattra la pierre pour former les lits, sur lesquels on apliquera les panneaux qui leur conviennent; sçavoir, *k a i* FGL, pour le lit de dessous, & 3 5 5'' *f g* T pour celui de dessus de la fig. 112., posant les points 5 5'', sur *q*ʳ *q* 5 de la doële, & les angles *a* & *i* du lit de dessous, en *k* & 1' de la doële.

Aprés avoir ainsi formé les têtes, on y apliquera le panneau de l'arc du cintre primitif *a* 5, suivant lequel on creusera la doële, comme s'il s'agissoit d'un simple Berceau biais.

Cette doële étant ainsi creusée, on y menera une courbe, parallele à l'arête exterieure, en y trainant la longueur *a x*, quarrément au milieu. Puis on prendra le panneau de tête 3' 1, A *k*, qu'on reculera au lit de dessus, de la longueur 1' 5, & à celui de dessous de la longueur A *a*, & dans cette situation, on tracera l'arc 1 A sur le devant, entre lequel & la ligne courbe tracée en travers dans la doële, comme nous venons de le dire, on abattra la pierre à regle apuyée, quarrément sur ces deux arcs; sçavoir, A 1 à l'arête exterieure, & *a* 5 au milieu de la doële, & l'ébrasement exterieur sera formé.

On en usera de même pour l'interieur, s'il n'y a point de feüillure à ménager, mais s'il y en a une comme dans cet exemple, il faudra la tracer parallelement à l'arc 1 A, & quarrément suivant la profondeur, après quoi on formera l'ébrasement interieur, comme nous venons de le dire.

USAGE.

J'ai fait exécuter deux de ces portes dans des réduits de Place d'Armes rentrantes, où le passage du soûterrain, est aussi oblique qu'on le voit

voit à la fig. 110. parce que l'angle flanqué & celui de la gorge. ſont extrêmement obtus.

Dans l'une, j'ai fait les joins de lit en angle ſaillant & rentrant, comme en PQS, pour plus de ſolidité, afin que la pouſſée du Vouſſoir, dans la moitié de ſon épaiſſeur, fût preſque directe.

Dans l'autre, j'ai mis en œuvre le Trait, tel que je l'ai dônné ici, pour rendre l'operation plus ſimple; mais n'ayant pû veiller continuellement à l'exécution, elle n'a pas été bien correcte, parce que, faute d'Apareilleur, j'étois obligé de m'en raporter à un mauvais Tailleur de pierres, qui tournoit indifférenment le panneau de cintre Elliptique, comme s'il avoit été circulaire; à quoi il faut prendre garde avec attention; parce que les Ouvriers n'entendent pas à fond ce qu'on leur fait faire, quoiqu'ils le diſent ſouvent de bonne foi, & ſouvent par vanité; ce qui m'a engagé de tracer moi-même la troiſiéme, que j'ai fait exécuter.

Pour donner une idée de l'aplication de ce Trait à la formation d'une Embraſure, j'ai deſſiné en perſpective à la fig. 114. un Vouſſoir ébauché en Berceau, & achevé en deux portions de cones inégaux. Fig. 114.

Idée d'une nouvelle Corne de Vache double.

On apelle aſſez mal à propos *Corne de Vache double*, une Voute cylindrique qu'on apelle auſſi *Biais paſſé*, au lieu que la Corne de Vache, eſt une Voute Conique; ainſi la *Double*, doit être un composé de deux Voutes Coniques, qui ayent des impoſtes paralleles entr'elles, comme le Biais paſſé, & qui ayent pour ſection par l'axe à l'impoſte des triangles rectangles ABS, & DE ſ comme la Corne de Vache; telle eſt la Voute deſſinée à la fig. 113. dans laquelle on voit que les deux ſurfaces de ces Voutes ſe rencontrent ſuivant une demi-Ellipſe, deſſinée en perſpective en DMB; on a dit au premier Livre, pag. 104. & fig. 79. pourquoi cette arête courbe étoit plane Elliptique, & non pas à double courbure. Fig. 113.

Le grand axe de cette Ellipſe, eſt donné à la diagonale DB du plan horiſontal, & l'on aura la moitié de ſon petit axe, en tirant par le milieu *m* de cette diagonale, une ligne FG, parallele à AB, qui coupera le côté D ſd'un des cones en I, & l'autre BS en L; la moyenne proportionelle entre I *m* & G *m*, ſera la moitié du petit axe que l'on cherche, que nous avons placé en M *m*.

Je ne crois pas néceſſaire d'entrer ici dans le détail de la conſ-

truction d'une telle Voute, dont je ne vois d'aplication à l'ufage, qu'au cas qu'on eût un paſſage biais à vouter entre deux cintres de face égaux, entre leſquels il ſe trouveroit quelque empêchement de continuer la clef de niveau d'une face à l'autre.

Corollaire.

Voute d'Arête Conique.

De cette compoſition de deux Voutes coniques, on en peut tirer une de quatre portions de cônes, qu'on pourroit apeller *Voute d'Arête Conique*, dont les Auteurs n'ont jamais parlé, quoiqu'elle ſoit poſſible & même convenable dans une circonſtance telle que celle dont je viens de parler, ſupoſant que la fig. ADEB du plan horiſontal ſoit un Rhumbe parfait, & non pas un Rhumboïde ; car s'il ſe trouvoit de l'inégalité dans les côtez, elle ne ſeroit pas praticable, parce que les cônes deviendroient inégaux entre eux, par conſéquent leurs arêtes ſeroient des courbes à double courbure, ce qui eſt une difformité dans les Voutes d'arêtes, où elles doivent ſe bornoyer en ligne droite d'une impoſte à l'autre.

Je ne m'arrêterai pas non plus à la conſtruction de cette Voute, dont l'uſage ne peut guere tomber en pratique que par un cas bien extraordinaire, & qui eſt d'ailleurs plus foible qu'une Voute d'arête cylindrique, en ce que la clef de la croiſée eſt plus baſe que celle des formerets ; d'où il ſuit qu'elle reçoit une partie de leur charge.

Explication Démonſtrative

Pour bien entendre les deux Traits de l'Embraſure & de la Corne de Vache double, qui ſont des pénétrations de portions de demi-cônes ſcalenes, il faut ſe repréſenter des cônes entiers, emboitez les uns dans les autres, comme nous les avons repréſentez aux fig. 104. 106. 107. 108. & 109. & parce qu'il s'agit de cônes ſcalenes, une ſeule repréſentation ne peut ſuffire pour montrer les differentes poſitions de leurs parties ; c'eſt pourquoi pour exprimer l'origine de l'Embraſure, conſiderée dans ſon plan horiſontal, on a deſſiné en perſpective la projection horiſontale à la fig. 104. où l'on voit un petit cône *isf*, qui en *Fig.* 104.
pénétre un plus grand *de* S*e*, tourné en ſens contraire ; Or comme ces cônes ſont de differentes eſpeces, le petit étant Droit & le grand ſcalene, la courbe d'interſection *a h b* ſeroit à double courbure, ſi cette courbe n'étoit déterminée en arc de cercle, ce qui rend le grand cône intrinſéquement de même nature que le petit ; car quoiqu'il pa-

roiſſe ſcalene par l'obliquité de la baſe *d t e* ſur l'axe *x* S^e, la ſection *a b b* perpendiculaire à ſon axe, eſt par la conſtruction un cercle, par conſéquent ſa baſe *d t e* ne peut être qu'une Ellipſe.

Les deux repréſentations des ſections verticales miſes en perſpective, font voir que la projection horiſontale de la fig. 104. reſtant la même, les cônes qui ſe pénétrent peuvent encore être en differentes ſituations.

Premierement l'axe commun *f* C peut être horiſontal, comme lorſque l'on prend la naiſſance de la Voute de l'ébraſement extérieur ſur une ligne de niveau avec la Genoüillere, & celle de l'ébraſement intérieur; alors les deux cônes ſont intrinſéquement Droits, & l'extérieur eſt coupé obliquement par le Talud du mur en TL.

Dans cette conſtruction, les piédroits ou joüées de l'Embraſure au-deſſous de ce niveau, ſont des ſurfaces planes, triangulaires, verticales & tangentes au cône P *q r*, parce que le plan rampant de la plongée coupe le cône au-deſſous de ſon axe de niveau; par conſéquent l'arête de la face extérieure de l'embraſure rentreroit en elle-même, parce qu'elle ſeroit plus grande qu'une demi-Ellipſe, ce qui ne convient pas à la commodité du pointage, parce que le canon ne doit pas toûjours être directement au milieu de l'embraſure, on doit avoir la liberté de le tourner un peu à droite ou à gauche quand on le juge à propos; on ne voit d'embraſures rondes que dans les vieilles fortifications: on peut voir à la fig. 116. de la planche ſuivante les deux differentes eſpeces de bayes d'embraſures, la ronde en haut & la mixte en deſſous. *Fig.* 106.

Secondement l'axe commun peut être incliné à l'horiſon, comme à la fig. 107. & alors ſupoſant encore la courbe d'interſection *a b b* plane & circulaire, les deux cônes ſont encore rendus par la conſtruction intrinſéquement de même eſpece, en ce qu'ils ſont tous deux également ſcalenes, leurs axes étant également inclinez en ce ſens à la ſection commune circulaire. *Fig.* 107.

Dans cette conſtruction, la Voute de l'ébraſement prend directement ſa naiſſance ſur le plan incliné de la plongée, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'y ajoûter deux parties planes tangentes au cône.

Presentement pour en venir à l'explication de notre corne de vache double, il faut remarquer qu'elle differe de la figure des Embraſures, en ce que les cônes, dont ſa doële comprend deux parties, n'ont pas comme aux Embraſures leurs axes communs, c'eſt-à-dire ſur une même ligne droite, quoiqu'ils paroiſſent les avoir ainſi dans la projection

Fig. 109. horisontale, mise en perspective à la fig. 109. où les axes S^s C, & S^s *c* ont une partie commune C*c*; mais ces axes sont inclinez entre eux
Fig. 108. comme l'on voit au profil mis en perspective à la fig. 108. où ils sont représentez par les lignes *f*^{s} G & *f*^{s} *g*, qui se croisent en K.

Au lieu d'avoir leurs axes sur la même ligne, ils ont un côté commun en C*c* sous le milieu de la clef, dans la ligne *f*^{s} *f*, qu'on supose une ligne droite, ce qui fait voir la néceſſité de deux représentations de plan & de profil, pour donner une juste idée de la position des cônes scalenes.

Quant à notre invention d'une nouvelle *Corne de Vache double*, ex-
Fig. 113. primée à la fig. 113. on peut voir la figure de la position respective des cônes au premier Tome à la page 104. & à la fig. 79. de la planche 7. ce qui suffit pour en donner une juste idée.

Deuxiéme situation, où les Axes des cônes ont des directions differentes, par exemple, l'une verticale, l'autre horisontale.

Porte ébrasée,

TROMPE,

Ou Canoniere en Tour ronde, ou creuse en Talud.

Dans le Trait précedent, nous avons consideré la jonction des doëles coniques au *Collet* de l'embrasure, ou à celui de la porte en Corne de Vache double : Ici nous cherchons la courbe de l'arête de
Pl. 91. rencontre d'une seule doële, avec le parement conique d'une Tour
Fig. 116. ronde ou creuse, laquelle est une portion de cône tronqué vertical.

Fig. 115. Soit, fig. 115. la demie couronne de cercle DTE KLI, la face d'une Tour en Talud par dehors, laquelle est percée d'une ouverture ébrasée ABGF, qu'il faut vouter.

Ayant tiré la corde AB, on lui menera une parallele *ab*, tangente au cercle DTE, qui le touchera en T, puis on prolongera de part & d'autre les directions des piédroits AF & BG, jusqu'à ce qu'elles concourent en S, où sera le sommet du cône horisontal de l'embrasure, & en dehors en *a* & *b* pour avoir le diametre de sa base *ab*, sur lequel on décrira le demi cercle *atb* pour cintre primitif, qu'on di-

visera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, desquels on tirera les perpendiculaires 1 p^1, 2 p^2, &c. à l'ordinaire.

PAR les projections des divisions p_1, p_2, &c. on tirera des lignes droites au sommet S, p^1 S, p^2 S, p^3 S, &c. qu'on prolongera indéfiniment au-delà de S, lesquelles couperont l'arc FG en *q*, *r*, *u*, *v*.

DU point C, qui est le centre de la base de la Tour, on tirera des perpendiculaires sur chacune des projections de lit p^1 S, p^2 S, &c. qui les rencontreront aux points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r.

ON portera toutes les longueurs C 1^r, C 2^r, C 3^r, C 4^r en $R^1 R^2$ $R^3 R^4$, sur la base DE, par lesquels on tirera les verticales R^1 V, R^2 V, &c.

ON fera ensuite le profil de la Tour suivant l'inclinaison de son Talud CDO, & ayant porté la hauteur MH du cintre primitif en C c^8, on divisera cette hauteur en autant de points qu'on voudra avoir, aux arcs des hyperboles qu'on doit tracer pour chercher les projections de l'arête extérieure de la Tour & de l'embrasure; supposons seulement en quatre, aux points C^5, C^6, C^7, C_8.

ON menera par ces points des paralleles à la base DE, qui rencontreront le côté de la Tour DO aux points d^5, d^6, d^7, d^8, & les verticales R^1 V, R^2 V, &c. aux points 5, 6, 7, 8.

DES points c^5, c^6, &c. comme centres, & de la longueur de chaque horisontale $c^5 d^5$, $c^6 d^6$, &c. pour rayons, on décrira des arcs de cercles en dessus ou en dessous, qui couperont les verticales R^1 V, R^2 V, aux points 1, 2, 3, 4, & chacune en des points x^6, x^7, x^8.

PRESENTEMENT il faut tracer les arcs des quatre hyperboles que formeront à la surface de la Tour, des plans verticaux, passant par les projections des joins de lit de la Voute S p^1, S p^2, &c. lesquelles rencontrant ces joins de lit dans la Voute, y déterminent autant de points de l'arête de rencontre de la doële de la Voute avec le parement de la Tour.

IL nous suffira de chercher un de ces points, par exemple, celui qui répond au point 4. du cintre primitif.

ON prendra la longueur 5.4, qu'on portera sur l'horisontale en 5 Y^5, ensuite 6 x^6 en 6 Y^6, 7 x^7 en 7 Y^7, &c. & par les points Y^5, *Fig.* 115.

Y^6, Y^7, on tirera à la main une courbe qui fera un arc de l'hyperbole qu'on cherche.

Il faut préfentement faire le profil du joint de lit qui doit la couper.

On prendra la longueur $4^r\ p^4$, qu'on portera de R_4 en P^4, fur l'horifontale DE. On élevera au point P^4 une verticale $P^4\ V^4$, qu'on fera égale à la hauteur de la retombée $p^4\ 4$ du cintre primitif.

On portera enfuite la longueur 4^r S de R en N, & l'on tirera l'inclinée N V^4, qui fera le profil du joint de lit, lequel coupera l'arc d'hyperbole qu'on vient de faire au point y, qui eft celui que l'on cherche; duquel fi l'on abaiffe une perpendiculaire fur DE qui la coupera en t, on aura par ce moyen la projection de ce point, qu'on portera à la projection de la Voute de p^4 en t^4 fur la ligne S p^4.

Par la même méthode, on cherchera les autres points t^3, t^2, t_1, pour tirer par ces points la projection de la courbe de l'arête de la Tour en AmB, par le moyen de laquelle on pourra tailler chaque Vouffoir par équarriffement, ou fi l'on veut par panneau, comme toutes les Voutes coniques dont on a la projection de l'arc de face à double courbure; en cherchant les diagonales des panneaux, comme il a été dit au 3e. liv. & en plufieurs traits ci-devant, particulierement dans celui de la Trompe, ou Canoniere en Tour ronde ou creufe à plomb.

On peut en effet ébaucher la tête du Vouffoir comme s'il étoit à plomb fur une partie du contour de la courbe de projection trouvée AmB, puis fe reculer de la quantité que le Talud donne par une feconde courbe qu'il faut chercher par le moyen d'un extrados, ou bien pour plus grande facilité, faire au lieu d'extrados une portion de lit horifontal, fur lequel on tracera l'arc de cercle du réculement que donne le Talud fur la hauteur qu'il y a depuis le plus haut de la doële à l'extrados.

Ce moyen a cette commodité qu'il difpenfe du foin de faire les panneaux de lit, parce qu'après avoir formé la tête & la doële plate, ou le lit horifontal des rétombées, dont on fait ufage pour opérer par équarriffement, il ne s'agit plus que de former les lits, ou avec les biveaux d'aplomb & de lit, ou avec les biveaux de lit & de doële, & en abattant la pierre pour former le lit, fa tête au parement de la Tour fe forme, comme par hazard, en une portion d'arc Elliptique qui eft la fection du lit dans la Tour conique.

On peut auſſi opérer au contraire en faiſant la doële & un parement à plomb avec le biveau d'aplomb & de doële au lit de deſſus, ſur lequel on apliquera un panneau coupé ſur l'arc hyperbolique, qui a ſervi à tracer l'épure, pour trouver le point de l'arête du lit de deſſus ; cet arc donnera le reculement de la tête à l'extrados, & par conſéquent le moyen de poſer ſur le lit ſupérieur horiſontal, l'arc de cercle qui en donne le reculement de niveau ; tout cela ſupoſe un peu d'intelligence dans le fond du Trait, pour mettre un trait aplomb à ce panneau, où il doit ſervir à le poſer par le moyen d'un biveau de joint de lit & d'aplomb.

Le reculement de l'extrados ſur l'arête du joint de lit de deſſous ne peut ſe trouver par le moyen d'un panneau coupé ſur l'arc hyperbolique, mais par une cerche où l'on mettra auſſi un aplomb pour le poſer par dehors, ayant ſoin de la dégauchir ſuivant l'arête de lit & de doële.

Remarque ſur l'erreur de l'ancien Trait.

Quoique ce Trait ſoit fort uſuel dans les Bâtimens militaires, Mr. de la Ruë n'en dit rien, & le P. Deran en donne un qui ne vaut rien, ſous le nom de Trompe en Tour ronde & en Talud ; il convient lui-même qu'il n'y obſerve pas la juſteſſe des opérations Géometriques, pour ne pas le rendre trop difficile, *parce*, dit-il, *qu'il y auroit un grand embarras de diſcours & de lignes, pour arriver à celle qui pourroit être tenuë en ces rigueurs pour la vraye* ; il ſe contente, ajoûte-t'il, du néceſſaire pour la pratique, laiſſant *le curieux à ceux qui auront un deſſein plus ample, que celui qu'il s'eſt propoſé*, c'eſt-à-dire, à moi, qui ne ſuis pas d'avis qu'on doive donner une opération fauſſe pour la rendre facile.

Si l'on veut ſçavoir en quoi conſiſte la fauſſeté de ſon opération, il faut rémarquer qu'il ne prend pas les reculemens du Talud ſur des plans paſſans par l'axe de la Tour, ce qui les augmente évidemment, parce qu'alors la ſection de la Tour n'eſt plus une ligne droite, mais une courbe hyperbolique, car on ſçait qu'il n'y a de ſection droite dans le cône, que celle qui paſſe par le ſommet ; or les lignes de reculement n'y paſſent point, donc elles ne ſont pas des lignes droites.

Au reſte il me ſemble que le Trait que je viens de donner pour opérer juſte, n'eſt pas plus compoſé & embarraſſé de diſcours & de lignes, que celui du P. Deran pour le faire faux ; je ne ſçai même

s'il n'eſt pas plus ſimple, puiſqu'il ne conſiſte que dans l'interſection d'un triangle qu'il faut néceſſairement faire, pour trouver la valeur du joint de lit, quelque maniere qu'on opére, & d'un arc hyperbolique, dont la conſtruction eſt des plus faciles.

Quant à la voye que le P. Deran prend pour faire des têtes égales en rectifiant le contour de la baſe de la Tour pour faire ſon cintre primitif du cintre dévelopé; elle n'eſt d'aucune conſéquence pour la perfection de l'ouvrage, car la régularité de la figure de la doële qui réſulte du cintre primitif de ſurface plane pris à la baſe du cône, eſt préferable à la petite inégalité qu'il produit ſur les têtes, au lieu que le cintre primitif ſupoſé en dévelopement du cône, produit une irrégularité dans le contour de la doële.

Que ſi l'on vouloit abſolument des têtes égales, il faudroit toûjours opérer, comme nous avons fait, par le même cintre primitif de la baſe, & après avoir fait le dévelopement du cône, on y traceroit celui de l'arête par le moyen de la projection, trouvé comme il a été dit au Probl. 14. du 3e. liv. & ſur ce dévelopement, on referoit de nouvelles diviſions des têtes des Vouſſoirs autant égales qu'on le ſouhaiteroit.

Explication Démonſtrative.

Si l'on ſupoſe des plans verticaux paſſans par les projections des joins de lit de la Voute, il eſt clair que tous ceux qui ne paſſeront pas par l'axe de la Tour, étant prolongez s'il le faut, ne feront pas à ſa ſurface des ſections rectilignes, mais des hyperboles, par conſéquent l'arête de rencontre de la ſurface de la doële & de celle de la Tour, ſera toûjours à l'interſection d'un triangle, qui eſt la ſection du plan vertical, paſſant par le ſommet S de la Voute conique, & d'une hyperbole qu'il forme à la ſurface de la Tour; or il eſt viſible que pour avoir l'éloignement du plan de cette hyperbole de l'axe du cône vertical, il faut mener une perpendiculaire de cet axe ſur le plan coupant, comme l'on a fait en $C\,1^r$, $C\,2^r$, &c. que portant cette diſtance ſur la baſe horiſontale DE, à diſtance égale du centre C, & tirant une parallele à l'axe comme R^1V R^2V, &c. chacune de ces paralleles repréſentera l'axe de l'hyperbole dans le cône, dont les ordonnées ſeront égales à des moyennes proportionelles entre les ſegmens DR^1, & R^1E à la baſe, ainſi qu'aux ſections paralléles à cette baſe, entre les ſegmens $d5$, & $5e$, ainſi des autres, ce qui a été fait par le moyen des arcs, & qui eſt exact, comme il a été démontré au Probl. 37. du 2e. liv.

Chapitre V.

CHAPITRE CINQUIE'ME.

DE LA RENCONTRE DES VOUTES *Coniques avec les Sphériques.*

LE nombre des combinaiſons de rencontres de la Sphère avec le cône ſe réduit à deux cas. 1°. Lorſque l'axe du cône paſſe par le centre de la Sphère. 2°. Lorſqu'il n'y paſſe pas.

PROBLEME. VII.

Faire une Voute Conique quelconque, qui rachete une Voute Sphérique.

PREMIER EXEMPLE.

Lunette ébraſée ou reſſerrée Droite, Biaiſe ou Rampante, dans une Voute en Cû-de-Four ſphérique ou ſphéroïde.

SOIT (fig. 117.) l'arc $S a b D$, l'impoſte d'une Voute ſphérique, laquelle eſt percée d'une Voute conique, dont la projection horiſontale feroit le triangle ACB, ſi elle étoit complete & Droite, mais dont il n'y a que la partie $A\, a\, X\, b\, B$ voutée ; le reſte $a\, C\, b\, X$ étant dans le vuide de la Sphère. Sur AB, comme diametre donné, on décrira le cintre primitif AHB circulaire ou Elliptique, qu'on diviſera en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on abaiſſera des perpendiculaires ſur AB, pour en avoir la projection en $p^3\, p^4$: nous ne diviſerons que la moitié BH, pour faire ſervir l'autre AH de profil, ce qui ſuffit lorſque la projection de la doële conique eſt Droite, c'eſt-à-dire que ſon axe c C paſſe par le centre C de la Sphère, ou nous le ſupoſons ici terminé, parce que les deux côtez de la clef ſont égaux entre eux. Pl. 92. Fig. 117.

ON tirera par le point C ſommet du cône, qui ſe trouve auſſi par ſupoſition arbitraire, au centre C de la Sphère, les projections des joins de lit $C\, p^3$, $C\, p^4$, dont on portera les longueurs ſur la ligne CH, qu'on prendra pour baſe des profils qui doivent donner la valeur de ces projections, leſquelles ſont plus courtes que les véritables joins de lit. On portera donc $C\, p^4$ en $C\, d$, & $C\, p^3$ en $C\, e$.

PAR le point d, on élevera une perpendiculaire $d\, f^4$, qu'on fera

égale à la hauteur 4 p^4, & par le point e une autre $e f^3$ égale à 3 p_3, puis on tirera la droite f^4 S, suposant que la Lunette soit rampante, & que le sommet du cône qui étoit dans la projection en C, soit au profil en S, au milieu de la clef de la Voute sphérique, ce qui est cependant arbitraire, & au gré de l'Architecte, qui peut le mettre où bon lui semblera, en de-çà ou en de-là, plus haut ou plus bas.

Suposant donc le sommet du cône en S, on tirera les lignes AS, f^3 S, f^4 S, qui couperont le profil de la Voute sphérique c x S en x, y, z, d'où on abaissera des perpendiculaires sur CH, qui donneront leurs projections de profil X, Y, Z.

On portera la longueur CY sur la projection horisontale C p^3, où elle donnera le point y_3 & C z sur C p^4 en z^4, puis par les points X, y^3, z^4, & b, on tracera à la main une ligne courbe X y^3 z^4 b, qui sera la projection de l'arête de rencontre de la Lunette conique avec la doële sphérique.

Il est visible que nous suposons ici une Voute parfaitement sphérique, parce que nous prenons pour son profil un quart de cercle c x S, mais si elle étoit en cû-de-four surbaissée ou surhaussée, au lieu de ce quart de cercle il faudroit faire le quart d'Ellipse qui conviendroit à sa section verticale ; l'intersection de cette Ellipse avec les profils des joins de lit donneroit de même les points x, y, z, pour l'arête d'enfourchement des deux Voutes conique & sphéroïde, suposant la Voute sphéroïde réguliere, oblongue ou aplatie, & formée par la révolution d'une demie Ellipse autour de son axe vertical.

Mais si elle étoit formée par la révolution d'une demie Ellipse autour de son axe horisontal, alors il faudroit un quart d'Ellipse différent à chaque projection de joint de lit pour en faire le profil, & trouver les points x, y, z, par leur intersection avec les vrayes joins de lit, qui sont des côtez droits de la Voute conique; alors l'arc c b D ne sera plus un arc de cercle, mais d'Ellipse, ce qui est clair.

Quoique nous ayons suposé la direction de la lunette Droite par sa projection, en sorte que son axe passe par le centre C, il pourroit arriver par quelque situation bizarre qu'elle fût biaise, comme en c G, alors on ne peut plus faire les profils, comme nous venons de les faire avec des arcs de cercles majeurs, ni faire servir une moitié pour l'autre.

Suposons la ligne du milieu donnée, c'est-à-dire la projection de

115.

116.

l'axe du cône en c G, & la hauteur de ſon ſommet, dont le point G eſt la projection en g. On tirera par les points donnez p^1, p^2, p^3, p^4, des lignes droites au point G, au-delà duquel on les prolongera juſqu'à la rencontre de l'impoſte de la Voute ſphérique en i I K k, puis on tirera ſur chacune de ces lignes des perpendiculaires du centre G, qui les couperont aux points m^1, m^2, m^3, m^4.

On fera enſuite les profils des ſections, qui ſeroient faites par des plans verticaux, paſſans par les projections des joins de lit, prenant pour baſe RQ; ces profils auront tous pour hauteur commune g R.

On portera la longueur G $p4$ en R q^4, où l'on élevera une perpendiculaire q^4 4°, égale à la hauteur 4 p^4, & l'on tirera la droite 4° g, qui ſera la valeur du quatriéme joint de lit, dans lequel il faut trouver un point x^4, qui ſoit l'interſection de la Sphère.

On prendra la longueur G m^4, qu'on portera de R en n^4, d'où, comme centre, & de l'intervale $m4$ K pour rayon, on décrira un arc de cercle, qui coupera la ligne 4° g au point x_4 que l'on cherche.

On trouvera de même les autres points de la projection de l'arête d'enfourchement des deux doëles de la Lunette & du Cû-de-Four.

Il eſt encore viſible qu'on ſupoſe le Cû-de-Four ſphérique & non en ſphéroïde, car s'il étoit alongé ou aplati, il faudroit chercher les Ellipſes de chacune des ſections qui ſeroient faites par les plans verticaux, paſſans par la projection des joins de lit, pour laquelle opération il faut avoir recours à ce que nous avons dit au Probl. III. du 2e. Tome page 30.

La courbe a X b de projection horiſontale de l'arête d'enfourchement, & les longueurs des joins de lit dans la Lunette, A x, f_3 y, f^4 z étant données, on aura tout ce qui eſt néceſſaire pour former les panneaux de doële plate conique, & pour tailler la pierre; ſupoſant qu'on veüille faire le dévelopement de ces panneaux, on aura tous les côtez des triangles que formeroient les doëles, ſi elles étoient prolongées juſqu'au ſommet.

Ayant tiré une ligne du milieu de la clef où l'on voudra, par exemple en C c^d, fig. 118. on la fera égale à AS de la fig. 117. ſur laquelle on prendra CX^d égale à S x de la fig. 117. enſuite du point C pour centre, & de la longueur S y pour rayon, on décrira un arc y Y, ſur lequel on portera de part & d'autre la demie-corde Y y_3 de la fig. 117. pour avoir les points y Y du dévelopement. *Fig.* 118. & 117.

Sur les côtez Cy CY prolongez, on portera la longueur $f^3 y$ en y 2 & Y 3 ; le Pentagone irrégulier y X^d Y 3 2 y, sera le panneau de doële plate de la clef. On continuera de même pour avoir les autres panneaux des Vouſſoirs ſuivans 1 z y 2, a^d z 1 A^d, qui ſeront plus ſimples, n'étant que des quadrilateres, ſupoſant que la Lunette a ſa baſe ſur un mur droit AB ; car ſi elle eſt établie en Tour creuſe, les panneaux des impoſtes ſeront des triangles mixtes a^d z u, b^d Z V, & le dévelopement de toute la Lunette ſera un triangle curviligne a^d X^d b^d, au lieu que dans le premier cas ſa figure eſt un Pentagone irrégulier curviligne A^d a^d X^d b^d B^d c^d A^d.

Les panneaux de doële plate de la Lunette étant donnez par ce trait, & ceux de la Voute ſphérique par le trait qui lui eſt propre, on pourra former les Vouſſoirs d'enfourchement de la même maniere que ceux de la Lunette cylindrique dans un Cû-de-Four, comme il a été dit page 129. de ce 3e. tome.

On peut de plus ſe ſervir ici des biveaux mixtes, donnez aux profils par les angles f^4 z x, f^3 y x S & A x S, poſez à la branche droite ſuivant la direction des arêtes des joins de lit de la Lunette, & la branche courbe dans un plan vertical dirigé au pole S.

L'aplication du Trait ſur la pierre peut ſe faire par la voye des panneaux, comme dans tous les enfourchemens des rencontres des Voutes, dont on a les doëles plates & les biveaux de rencontre ; ce que nous avons repeté pluſieurs fois, dès le commencement de cette ſeconde partie.

Et l'aplication du Trait par équarriſſement ſe fera auſſi par le moyen de la courbe de projection horiſontale, ſur laquelle on élevera une ſurface concave quarrément, dans laquelle on placera les hauteurs des retombées, comme il a été dit au 3e. Livre, page 311. pour toutes les arêtes qui ſont courbes à double courbure ; enfin les biveaux de lit & de doële de la Lunette ſe feront comme à toutes les Voutes coniques.

On a deſſiné au bas de la planche à la fig. 119. la vûë en perſpective des Lunettes coniques rampantes, dans une Voute ſphérique à peu près comme elles ſont à la fameuſe Chapelle du Pantheon de l'Escurial, où ſont les tombeaux des Rois d'Eſpagne.

Je les ai auſſi diſpoſé de même dans la Voute de celle du nouvel Hôpital, que Mrs. de Haguenau vont faire bâtir ſur les deſſeins

que je leur ai donné, charmé d'aider de mes conſeils, un illuſtre Magiſtrat zelé pour l'utilité publique.

Quoique ces ſortes de Lunettes ſoient fort uſuelles, le P. Deran & Mr. de la Ruë n'en ont rien dit.

Explication Démonſtrative.

La conſtruction de ce Trait eſt ſi ſemblable dans ſon principe à la précedente, qu'on pourra l'y reconnoître facilement. On ſupoſe des plans verticaux, paſſans par les joins de lit de la Lunette, qui ſont une ſection triangulaire dans le cône, & une circulaire dans la Sphère; comme cette derniere eſt ordinairement d'un cercle mineur, parce qu'elle paſſe rarement par ſon axe, on a tiré des perpendiculaires ſur toutes ces ſections en C m^1 C m^2, &c. pour avoir les centres de ces cercles en m^1 m^2, &c. la raiſon en eſt claire par les Elemens de Géometrie, où il eſt dit que la perpendiculaire tirée ſur une corde, l'a coupe en deux également, & donne la poſition du centre à l'égard du ſommet du cône, par l'intervale S m^1 ou S m_2 &c.

Si la Lunette au lieu d'être circulaire à ſa baſe, c'eſt-à-dire à ſon cintre primitif AHB, étoit ſur hauſſée ou ſur baiſſée, il ne ſe feroit d'autre changement au Trait, que celui du plus ou du moins de hauteur de retombées.

SECOND EXEMPLE.

Abajour en O biais ébaſé & rampant, tombant dans une Voute ſphérique.

Ce Trait n'eſt proprement qu'un inverſe du précedent, tournant le cône différemment, en ſorte que ſon ébraſement vienne du dehors au dedans de la Voute ſphérique, au lieu qu'au Trait précedent, il étoit dirigé du dedans au dehors. Pl. 93. *Fig.* 121.

La ſeconde différence eſt qu'ici le contour du cône eſt entier autour de ſon axe, & qu'au Trait précedent ce n'étoit qu'une moitié; mais comme ces différences ne ſont d'aucune conſéquence, & qu'il eſt cependant à propos de parler de ce Trait, dont le P. Deran n'a rien dit, non plus que du précedent: je vais le traiter d'une nouvelle maniere, que l'on pourra, ſi l'on veut, apliquer auſſi au précedent; elle paroîtra même plus facile.

Soit (fig. 120.) le cercle ou portion de cercle PBO, le plan ho- *Fig.* 120.

rifontal d'une Voute fphérique dont le centre eft C ; pour ne pas trop étendre la figure, nous ferons fervir l'arc *eo* pour la projection horifontale, & l'arc P*e* pour la verticale, & parce qu'il s'agit principalement de l'inclinaifon du cône de l'abajour, nous commencerons à régler le profil.

Ayant tracé à volonté les deux lignes AD, BE, l'une pour la clef fupérieure, l'autre pour l'inférieure, partant des deux points D, E, donnez pour l'intervale du diametre de l'ouverture extérieure de l'abajour ; on prolongera ces lignes jufqu'à ce qu'elles fe rencontrent en S, où fera le fommet du cône.

Sur DE comme diametre, on décrira le cintre primitif, ou feulement une moitié D3E, ce qui fuffit, parce que l'autre lui eft égale, & l'ayant divifé en fes Vouffoirs, enforte qu'il y en ait une moitié en D 1, & une autre en E ς, pour moitié des clefs; on menera des perpendiculaires au diametre DE, qui le couperont aux points f^1 f^2 f^3 f_4, & par tous ces points & le fommet S, on menera des lignes indéfinies S*q*, S*r*, S*s*, S*t*, S*u*, qui feront les projections verticales des joins de lit d'une moitié de l'abajour, dont il faut trouver les vrayes longueurs, celles de ce profil n'étant pas encore les réelles, mais elles font néceffaires pour les trouver, comme l'on verra ci-après.

Par les points *h*, *i*, *k*, *l*, *m*, *n* pris à volonté fur la ligne AD, on menera autant de paralleles à DE prolongées indéfiniment, comme *hz*, *iz*, *kz*, *lz*, *mz*, *nz*, qui couperont le rayon C *e* de la Sphère perpendiculaire à DF, aux points Y, Y, Y, l'arc vertical P *e* de fon cercle majeur aux points H, I, K, L, M, N, & l'axe du cône SX, aux points *c*, *c*, *c*, *c*, *c*, *c*.

De tous les points *c*, *c* pour centres, & pour rayons les parties de ces paralleles qui font dans le cône *cn*, *cm*, &c. on décrira des arcs de cercles, & de tous les points Y, Y, pour centres, & pour rayons les parties de ces paralleles qui font dans la Sphère ; on décrira d'autres arcs de cercles, qui couperont les précedens aux points *x*, *x*, defquels on menera des perpendiculaires à chaque parallele, où l'on a pris les centres qui ont donné les points *x*, *x*, lefquelles les couperont aux points *y*, *y* ; par exemple, fur la ligne YK, du point *c* pour centre, & *ck* pour rayon, on décrira un arc de cercle 7*x*, & fur la même ligne Y*k*, du point Y pour centre, & pour rayon la longueur YK, qui eft dans la Sphère, on décrira un autre arc de cercle *x* 8, qui coupera le précedent au point *x*, par où on menera

117.

118.

ſur YK, une perpendiculaire xy, qui coupera YK au point y, qui eſt un de ceux de la projection verticale.

On trouvera de même tous les autres points y, y, par leſquels on tracera à la main une courbe A yyy, &c. B, qui coupera les projections verticales des joins de lit Sq, Sr, Ss, St, Su, aux points q, r, s, t, u.

Les longueurs des perpendiculaires xy, xy, ſerviront enſuite à trouver la projection horiſontale de la même arête de rencontre des Voutes coniques & ſphériques, dont la courbe AyyB eſt la projection verticale ; il n'y a qu'à porter toutes ces perpendiculaires xy, xy, ſur les lignes yz qui leur apartiennent, auſquelles elles ſe terminent, à commencer au rayon Ce; par exemple, ſur la ligne qY, prolongée au-delà de Ce, on portera la longueur y 1^x de la perpendiculaire, ſur Y 1^z, qui donnera le point 1^z; de même la perpendiculaire $2^x y$ en Y 2^z, qui donnera ce point 2^z, ainſi des autres de ſuite ; & par tous les points a, projection du point A ſur Ce, & les ſuivans 1^z, 2^z, z, z, z, &c. on tracera à-la main une ligne courbe, qui ſera la projection horiſontale de l'arête d'enfourchement des deux Voutes, laquelle ſervira à déterminer les longueurs des projections horiſontales des joins de lit, dont on a beſoin pour en faire les baſes des ſeconds profils, qui en donnent les veritables longueurs.

Du point S, ayant abaiſſé une perpendiculaire ſur ED prolongée en p', on portera la longueur Sp' en c^p S^p, ſur le rayon Ce, prolongé au-delà de DF, qu'il coupe perpendiculairement en c^p, où ſera le centre d'un quart de cintre primitif Fd, qu'on y répetera avec ſes diviſions Fe 2, 2'1, & la moitié 1 d, qui repréſentera celle du profil ſupérieur D 1' par. les points 1 & 2, ayant abaiſſé des perpendiculaires ſur c^p F, qui couperont ce rayon aux points p^1 p^2 ; on menera par ces points p^1 p^2, & par le ſommet S^p, les lignes S^{p}Q, S R, S W, qui couperont la courbe de projection horiſontale de l'arête d'enfourchement aux points Q, R t^3 T, V, les longueurs S Q, S^p R, S^p t^3, S^p 1 & S V, feront les projections horiſontales de la moitié des joins de lit de l'Abajour, qui ſerviront à en trouver les véritables longueurs, comme il ſuit.

Par les points q, r, s, t, u de la projection verticale, on menera des paralleles indéfinies à Ce comme $r\,o^r$, $ſ\,o^s$, $t\,o^t$, $u\,o^u$; enſuite ayant pris la ligne S^p C pour baſe de tous les profils, on portera la longueur S Q en S^p a^p, & par le point a^p, on élevera une perpendiculaire à cette baſe, qui coupera la parallele, paſſant par le point q en un point

qu'on n'a pas marqué, parce qu'il tombe si près de q, qu'on ne peut le distinguer.

On portera de même la longueur S^p R en a^p, c'est-à-dire tout près, car on fait servir ce signe a^p pour trois points différens, qui tombent si prés, qu'on n'a pas de place pour les désigner par différens caracteres, & ayant élevé une perpendiculaire à la base qui coupera la parallele, passant par le point r, au point o^r; la longueur o^r S sera la vraye longueur d'un joint de lit qui se feroit dans un cône entier, mais parce qu'il est coupé par le plan DE, on tirera la ligne o S, qui coupera DE au point n; la vraye longueur de ce joint de lit à la surface de la doële de l'Abajour, sera $o^r n$; on trouvera de même la vraye longueur des joins, dont p V & p T sont les projections horisontales; mais comme le point t^3 de l'atouchement du joint du côté représenté au premier profil par la ligne S c, n'est pas bien déterminé; il faudra mener par le point f, où ce joint coupe la courbe AyyB, la ligne $f\,t^3$, qui coupera S^p F prolongé en t^3 où est le point d'atouchement; ainsi portant la longueur $S^p t^3$ en $S^p\,o$, comme le marque l'arc de cercle $t^3\,o$; on élevera à ce point o la perpendiculaire $o\,o^s$, qui coupera la parallele $f^y\,o^s$ au point o^s, d'où tirant une ligne au sommet S, la longueur $o_s n$ sera celle du joint de lit fc, qui étoit racourcie par la projection verticale, ainsi des autres.

Ayant trouvé les véritables longueurs des joins de lit de l'Abajour, il ne sera pas difficile de faire les panneaux de doële plate, soit en particulier, soit tout de suite, en forme de dévelopement, comme on a fait ici pour une moitié de droite ou de gauche de l'Abajour.

Premierement, par le Probl. 14. du 3e. liv. on fera le dévelopement des cordes de la base du cône scalene D3E, qui donnera la courbe D $3^d\,e^d$, par le moyen des points trouvez $1^d\,2^d\,3^d$, &c. comme il suit.

Fig. 120 Suposant que l'on commence le dévelopement au point D, quoiqu'il ne doive pas être pris au milieu d'une doële, parce que la corde D 1 n'est pas dans la doële plate de la clef F 1, mais il n'importe, il ne s'agit que de montrer une pratique qu'on aplique où l'on veut, pour la fin qu'on se propose.

Ayant porté la longueur P^s 1 sur P^s E en $P^s\,1^1$, comme le marque l'arc de cercle 1 1^1. On prendra la distance 1^1 S, de laquelle, pour rayon & du point S pour centre, on décrira un arc vers 1^d, & prenant la longueur de la corde D 1 pour rayon; du point D pour centre

centre, on décrira un arc qui coupera le précedent au point 1^d; ensuite portant l'intervale P' 2 en P' 1^2, comme le marque l'arc de cercle 2 1^2, on prendra la distance du point 1^2 au sommet S du cône, avec laquelle comme rayon, & du point S pour centre, on décrira un arc vers 2^d, ensuite prenant la corde 1·2 pour rayon, du point 1^d pour centre, on décrira un arc vers 2^d, qui coupera le précedent au point 2^d, ainsi des autres; & par les points 1^d 2^d 3^d, on menera des lignes du points qu'on prolongera indéfiniment, sur lesquelles on portera les longueurs des joins de lit de l'Abajour, comme $n\ o^r$ en $2^d\ r^d$, $n\ o^s$ en $3^d\ s^d$, $n\ o^t$ en $4^d\ t^d$, ainsi des autres; ce qui donnera les points q^d, r^d, s^d, t^d, u^d, b^d, par lesquels on menera des lignes droites, qui acheveront les trapezes des panneaux de doële plate.

Si l'on veut se servir de panneaux de lit, il faudra faire un extrados, & trouver ses courbes de projection verticale & horisontale, de la même maniere qu'on a fait celles de l'arête de la doële à la face & à l'enfourchement, & trouver encore des points entre la doële & l'extrados aux joins de tête, par une suposition d'un cintre moyen entre la doële & l'extrados, ce qui est long & embarrassant.

Mais on peut se passer de panneaux, en trouvant, suivant la maniere générale du Probl. 14. du 3e. liv. le biveau de doële plate & de lit, & celui de doële & de tête plane DE, & enfin pour l'enfourchement dans la Voute sphérique, en suivant la méthode de ceux des descentes qui rachetent une Voute sphérique, Probleme de ce Livre, où l'on a donné la maniere de trouver le biveau de doële plate de l'une & de l'autre Voute à leur rencontre.

Corollaire I.

De-là on tire la maniere de faire, 1°. l'*Abajour en Talud*; car si l'on supose une ligne ET, qui soit le profil d'un mur en Talud, au lieu de l'aplomb DE, cette ligne étant prise pour diametre du cintre primitif, ne fera aucun changement dans la construction que de rendre le cône scalene SDE moins oblique sur sa base, & arondir davantage l'intérieur de l'Abajour; mais alors il faut que les lignes de section soient paralleles au Talud de la face, pour qu'elles donnent des cercles; ainsi les lignes *h*Y, *i*Y, *k*Y, &c. ne seront plus alors des verticales, mais des inclinées à l'horison parallelement au Talud TE.

Corollaire. II.

Il suit aussi de la même construction qu'on peut faire un *Abajour*

en O surmonté ou surbaissé, soit que sa face soit à plomb comme DE, ou en Talud comme TE, mais alors les lignes *hc*, *ic*, *kc*, &c ne seront plus des rayons de cercles, mais des demi-axes d'Ellipses semblables à celle du cintre primitif, dont l'autre demi-axe horisontal sera trouvé en cherchant une quatriéme proportionnelle à D*c*, *nc*, ou *mc*, ou 1*c*, &c. & *c*3, ce qui est clair & facile à apercevoir; alors la construction déviendra un peu plus composée, mais ne changera en rien dans son principe.

Corollaire III.

Enfin par le moyen de la même construction, on pourra faire l'*Abajour en O biais*, *sans Talud* ou *avec Talud*; mais alors la moitié de la projection horisontale ne suffira pas, parce que l'autre ne lui est pas égale, & la projection verticale de la courbe de l'arête d'enfourchement A*qrstu*B, ne représentera pas non plus les deux côtez de la clef à droite & à gauche, ce qui sera indiqué par une perpendiculaire à la projection de l'axe *sp*, *av*, & dans ce cas il faut commencer par chercher la courbe de la projection horisontale de l'arête d'enfourchement, en coupant le plan horisontal de l'Abajour & de la Voute sphérique par des paralleles, à la projection de la face d'entrée de l'Abajour, & après avoir trouvé cette courbe, on se servira des lignes *xy*, comme des ordonnées à l'axe du cône, c'est-à-dire de l'Abajour qu'on rangera sur les paralleles prolongées, depuis le plan horisontal au profil de la projection verticale; ensuite par des profils particuliers, on cherchera les longueurs des joins de lit, les biveaux &c. comme il a été pratiqué pour les Voutes coniques, ce qui n'a pas besoin d'une plus ample explication.

Cependant comme ce Trait paroît fort composé par la multiplicité des lignes & des opérations pour trouver les valeurs des profils, il est bon d'aider un peu le Lecteur à trouver les raisons de la construction, afin qu'il l'entende & l'exécute plus facilement.

Explication Démonstrative

Nous avons donné au 2e. Livre, pour principe général de la maniere de trouver les intersections des corps qui se pénétrent, qu'il faut les supposer coupez par plusieurs plans paralleles entre eux, dont la position, à l'égard des corps coupez soit telle, que les sections dans chacun d'eux deviene une de ces courbes qui sont les plus faciles à connoître & à décrire, comme le cercle par préférence, ensuite l'Ellipse, ensuite la parabole, & enfin l'hyperbole dans le cône, afin

que l'interſection des deux courbes qui ſe croiſent, donne facilement les points de l'interſection des ſurfaces de la Sphère & du cône dans le cas préſent.

Sur ce principe de commodité, nous avons coupé le cône de l'Abajour par des plans paralleles à ſa face verticale, exprimée par le profil DE, parce que cette ligne DE étant le diametre du cintre primitif, donné en cercle ou en Ellipſe, toutes les ſections des plans verticaux ſeront des cercles, ou ſi elle eſt Elliptique, elles donneront des Ellipſes ſemblables à celle de ce cintre primitif donné ou pris à volonté, par conſéquent toutes ſes paralleles, dont le profil donne un axe qui eſt le vertical, ſeront faciles à décrire.

Secondement, puiſque toutes les ſections de la Sphère ſont des cercles dont les rayons ſont donnez par les profils des plans verticaux, qui la coupent KY, LY, MY, &c. il eſt viſible qu'il ne s'agit que de trouver l'interſection du cercle du cône ſcalene avec le cercle de la Sphère, ou de l'Ellipſe du même cône ſcalene & d'un cercle de la Sphère; mais comme ces joins ſont en l'air ſituez perpendiculairement au plan vertical du profil, on les a tranſporté au point x, en changeant la ſituation du plan vertical ſur celle du papier, ce qui ne change en rien la poſition de l'interſection des lignes courbes trouvées, qui reſtent dans le même raport de diſtance & de grandeur.

Enfin, parce que nous avons ſupoſé le cône de l'Abajour coupé par ſon ſommet S, & par des points de diviſion 1, 2, 3, 4, du cintre primitif, qui ſont inégalement loin du premier plan vertical, paſſant par l'axe du cône; ces plans feront pour ſections des lignes droites, dont la repréſentation ſur le premier vertical eſt racourcie, parce que ces plans ſont inclinez entre eux; c'eſt pourquoi nous avons été obligé de chercher la valeur de ces ſections droites, qui ſont les longueurs des joins de lit en œuvre.



CHAPITRE SIXIE'ME.

DES RENCONTRES DES VOUTES Cylindriques, Coniques & Sphériques.

Avec les Annulaires.

Premiere Combinaison des Berceaux avec les Voutes sur le Noyau.

PROBLEME VIII.

Faire l'enfourchement d'un Berceau en situation quelconque, à l'égard d'une Voute sur le Noyau.

UN Berceau peut être consideré en différentes situations, à l'égard de la Voute sur le Noyau. 1°. Il peut être de bout, c'est-à-dire en situation verticale comme une Tour, & alors il ne peut pas se faire d'enfourchement à la jonction de la Voute sur le noyau avec la Tour qui la pénétreroit du côté concave de la clef, parce que les Voussoirs pousseroient au vuide ; cependant il s'y formera un angle rentrant, dont le sommet des surfaces formera une courbe à double courbure qu'il sera facile de tracer, parce que la base de la Tour en est la projection toute trouvée, & les hauteurs de ses points seront donnez sur la surface cylindrique, par les retombées des arcs du cintre de la Voute sur le noyau ; comme ce cas est rare dans la pratique, & qu'il est d'une facile exécution, nous ne croyons pas nécessaire d'en donner un exemple.

SECOND CAS.

Berceau de niveau qui fait Lunette Droite ou biaise, dans une Voute sur le Noyau.

Pl. 93. Fig. 122. Soit (fig. 122. Pl. 93.) les deux arcs concentriques, DNO convexe, & EABI concave, les projections des piédroits ou impostes d'une Voute sur le noyau, & les droites Aa, Bb, celles d'un Berceau horisontal qui la pénétre.

121.

120.

Ayant tiré du centre C'' du noyau DNO, la ligne DE, pour diametre de l'arc-droit de la Voute Annulaire, on décrira ſur cette ligne le cintre de cette Voute circulaire ou Elliptique, ſurhauſſé ou ſurbaiſſé comme DHE.

On tracera de même l'arc-droit *abb* pour le Berceau de niveau, qu'on diviſera en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on abaiſſera des perpendiculaires ſus *ab*, qu'on prolongera indéfiniment.

On élevera enſuite au point E, une perpendiculaire à DE comme E 2^3, qui ſera tangente de l'arc-droit, ſur laquelle on portera les hauteurs p^1, p^2, des diviſions du berceau en E 1^4 & E 2^3, par où on menera des paralleles à ED, 2^3 *g*, 1^4 *f*, qui couperont l'arc HE aux points *g* & *f*, d'où on abaiſſera des perpendiculaires ſur DE, qui la couperont aux points P & *p*.

Du centre C'' par les points P & *p* de la ligne DE, on tracera des arcs de cercles concentriques PL, *pl*, qui couperont les projections des joins de lit du Berceau aux points FG g^3 f^4, par leſquels on menera des lignes droites, qui donneront pour projection des doëles plates de l'arête d'enfourchement, le contour AFG g^3 f^4 B, dont on ſe ſervira pour former la lunette, de la même maniere que nous l'avons dit au Probl. V. pag. 129. de la rencontre des berceaux avec les Voutes ſphériques ſans aucune différence ; ainſi nous croyons devoir y renvoyer le Lecteur, pour éviter les repétitions.

Explication Démonſtrative.

Si l'on ſupoſe des plans verticaux paſſans par les projections *p*K *p*N, des joins de lit du berceau prolongez, il eſt clair qu'ils feront pour ſection dans le Berceau des parallelogrames, dont la hauteur ſera égale à p^1, p^2, égale par la conſtruction à E 1^4 E 2^3 ou *gp*, *fp*, & dans la Voute ſur le noyau, ils feront pour ſection des Ovales du quatriéme ordre, dont nous avons parlé au Livre premier, comme KQM, N*qn*, &c. qui couperont les parallelogrames du Berceau, aux points *x* & *y*, leſquels ſeront communs aux deux Voutes : Or ces points ſeront évidemment, & par la conſtruction, à même hauteur que les points 3 & 4 ou *g* & *f*, & leur projection ſera dans l'interſection des arcs de cercles PL, *pl*; donc la projection des diviſions de l'arête d'enfourchement des deux Voutes eſt bien trouvée, ce qui eſt la partie eſſentielle du Trait.

Second Cas. Pour *faire l'enfourchement de rencontre d'une Tour, dans une Voute ſur le Noyau* ; il eſt clair que la projection de cet enfourchement

fera donnée dans l'arc de cercle, qui fera la baſe de la Tour compris dans l'intervale de la rencontre des deux Voutes, ainſi il n'y a pas de difficulté ; c'eſt pourquoi nous n'en avons pas fait de figure.

Il ne fera pas difficile d'en faire la projection verticale, car ſe ſera la même que la précedente en differente poſition ; il ne s'agit que de ſupoſer en plan vertical, ce qui étoit en plan horiſontal ; car il eſt clair que les plans verticaux feront toûjours pour ſection dans la Voute ſur le noyau des Ovales du 4e. ordre, & des parallelogrames de bout dans la Tour, au lieu qu'au cas précedent ils étoient couchez horiſontalement.

TROISIE'ME CAS.

De l'Enfourchement du Berceau en deſcente, qui rachete une Voute ſur le Noyau.

Fig. 123. Soit (fig. 123.) le Trapeze mixte NEBD, le plan horiſontal d'une portion de Voute ſur le noyau, dont le centre du noyau eſt en C$''$, auquel ſont dirigez les diametres EN, BD, ſoit auſſi A*a* B*b*, la projection horiſontale d'un Berceau en deſcente qui pénétre la Voute ſur le noyau, ſuivant l'inclinaiſon de l'angle de la rampe donné en RML.

Sur *ab* diametre du Berceau, on décrira le cintre primitif *a hb*, qu'on diviſera en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, par leſquels on menera des perpendiculaires à *ab*, qu'on prolongera indéfiniment, leſquelles couperont le piédroit concave de la Voute ſur le noyau aux points F, G, I, K, par leſquels on élevera des perpendiculaires aux projections des joins de lit juſqu'à la rencontre du diametre NE, qu'on prendra pour baſe du profil ; ces perpendiculaires couperont cette baſe aux points M *k*, *i*, *g*, *f*, E.

On prolongera enſuite la ligne de face *b a*, qui coupera la rampe MR au point R, au deſſus duquel on portera les hauteurs *p* 1, *p* 2, du cintre primitif en R 1^{4}, R 2^{3}, par ces points 1^{4} & 2^{3}, on menera des paralleles à la ligne de rampe MR prolongées indéfiniment.

On tracera enſuite par le Probl. XVI. du 2e. liv. page 162. les courbes ovales du quatriéme ordre ſur les diametres QF, DG, SI, TK, qu'on tranſportera par des perpendiculaires *q* Q *d* D, &c. ſur la baſe du profil C$''$ L^{e}, par le moyen des hauteurs de l'arc-droit DHB de la Voute ſur le Noyau ; il ne fera pas même néceſſaire de tracer ces ovales entieres, mais ſeulement la partie qui eſt du côté concave AB, où

ſe fait la rencontre des deux Voutes : ces courbes couperont les projections verticales des joins de lit du Berceau en des points qui ſeront à l'arête d'enfourchement des deux Voutes, d'où on abaiſſera des perpendiculaires ſur les projections correſpondantes des joins de lit du Berceau, pour y avoir la projection horiſontale de ces mêmes points; ainſi l'ovale $q z 1^x f$ coupera la projection verticale du premier & quatriéme joint $1^4 4^x$, au point 1^x; l'ovale $d z 2^x g$ coupera la projection verticales $2^3 3^x$, du 2e. & 3e. joint au point 2^x, l'ovale $S z 3^x i$ coupera la même projection au point 3^x, & enfin la portion d'ovale $t z 4^x k$ coupera la projection du joint $1^4 4^x$ au point 4^x.

A l'égard du premier point de l'impoſte x, il ſera donné par l'interſection de l'arc-droit circulaire formé ſur le diametre NE ou DB, & de la ligne de rampe MR, qui montre que dans la deſcente qui rachete de biais un Berceau, la naiſſance de l'arête d'enfourchement eſt plus haute d'un côté en x que de l'autre en M, comme nous l'avons dit ailleurs, en parlant de la rencontre des Berceaux entre eux.

Si par les points x 1^x, 2^x, 3^x, 4^x, on abaiſſe des perpendiculaires ſur les projections des joints de lit du Berceau Qp, Dp, Sp, Tp, les points de leur interſection y^1, y^2, y^3, y^4, donneront la projection de ceux de l'arête d'enfourchement, qui proviennent des diviſions 1, 2, 3, 4, du cintre primitif abb; & ſi l'on mene des lignes droites ou cordes de l'un à l'autre, on aura pour projection de la rencontre des doëles plates des deux Voutes le contour $A y^1 y^2 y^3 y^4 B$, dont on fera le même uſage pour former les Vouſſoirs qu'on l'a dit des enfourchemens des Berceaux en deſcentes avec les Voutes ſphériques; il n'y a aucun changement de conſtruction, c'eſt pourquoi on renvoye le Lecteur au Prob. V. de ce 3e. Tome page 133.

Par exemple, pour le Vouſſoir 3·4. on fera la projection $y^3 u y^4 V$, dont les côtez $V y^3$ & $y^4 u$ ſeront dirigez au centre du noyau C^n, paſſant par les points y^3 y^4, & les côtez $y^3 u$ & $y^4 V$, feront les cordes des arcs concentriques à AB paſſant par les mêmes points y^3 & y^4, & terminées aux lignes tendant au centre C^n, qui ſont des joins de tête de la Voute ſphérique & ſur le noyau; les mêmes arcs terminez en P & p au diametre DB de l'arc-droit DHB de la Voute ſur le noyau, donneront la poſition des aplombs $3^n P$, $4^n p$ de la hauteur des joins de lit circulaires, à la doële de ladite Voute, dont on fera uſage, comme il a été dit au Probleme cité.

USAGE.

L'exécution de ce Trait ſe voit aſſez fréquemment dans les Egliſes;

dont le Chevet eſt à bas côtez tournans, ſous leſquels on fait ſouvent des Chapelles ſouterraines, qui tirent le jour par des Abajours de Berceaux en deſcente.

Seconde Combinaiſon.

De la Rencontre des Voutes Coniques avec les Annulaires.

Nous avons dit au Tome précedent, en parlant des Voutes Annulaires, qu'on peut conſiderer leur moitié ſimplement concave comme une partie de Voute en cu-de-four ſurbaiſſé, & que leur partie du côté du noyau qui eſt *concavo-convexe*, c'eſt-à-dire concave dans ſa direction verticale, & convexe dans ſa direction horiſontale, pouvoit être conſiderée comme une ſuite de cônes tronquez renverſez, dont la pointe eſt en bas dans l'axe du noyau, au contraire des Voutes ſphériques conſiderées ſuivant ce ſiſtême, où les cônes ont leur ſommet en deſſus du plan horiſontal dans l'axe de la Sphère ou du ſphéroïde; ſuivant ce principe il ne ſera pas plus difficile de trouver les interſections des ſurfaces Coniques avec les Annulaires, que des Coniques entre elles.

On peut auſſi les trouver par des ſections de plans paralleles, comme dans les exemples précedens; mais il en réſulte des courbes un peu longues à décrire, telles ſont les ovales du quatriéme ordre dans l'anneau, & les hyperboles dans le triangle; il faut tacher pour la facilité de l'opération de n'en avoir qu'une des deux à décrire, & un cercle ou un triangle pour l'autre.

PROBLEME IX.

Faire une Voute Conique qui rachete une Annulaire.

En termes de l'Art.

Lunette Droite ou biaiſé, ébraſée en dehors ou en dedans d'une Voute ſur le Noyau.

Pl. 94. Fig. 124. Les Lunettes les plus convenables aux Voutes ſur le noyau ſont les Coniques ébraſées en dehors, qui ont leur ſommet de direction prolongée au centre Cⁿ du noyau de la Voute Annulaire. 1°. Parce que

que dans cette poſition la Lunette eſt Droite, c'eſt-à-dire, que ſon axe eſt perpendiculaire à la tangente de l'Anneau, tirée par le point où cet axe en coupe la circonférence, d'où il réſulte de la régularité dans la Lunette. 2°. Parce que la rencontre de l'impoſte de la Lunette avec celle de la Voute ſur le noyau, ou du cercle qui lui eſt parallele, ſi les impoſtes ſont de hauteurs inégales, fait l'angle le plus droit qu'il eſt poſſible, & que ces angles ſont égaux entr'eux, de ſorte qu'il n'y a point d'obliquité.

IL pourroit cependant arriver par quelque raiſon de ſimétrie extérieure, comme celle d'une égalité de fenêtres ou vitraux, qu'on ſeroit obligé d'élever la Lunette en ſens contraire du dehors au dedans, comme en XH *b*, pour augmenter le jour intérieurement.

PREMIER CAS.

SOIT (fig. 124.) l'arc AMB, une portion concave de Voute ſur le noyau, dont le pié-droit convexe eſt QG, & le quadrilatére mixte ADEB, le plan horiſontal d'une Lunette, dont les pié-droits DA & EB prolongez, concourent au centre C^n du Noyau QKG. PL. 94. *Fig.* 124.

SUR la corde AB, ou ſur une de ſes paralleles DE, comme diametre, on décrira le cintre primitif de la Lunette DHB, qu'on diviſera en ſes Vouſſoirs, aux points 1, 2, 3, 4, d'où l'on abaiſſera des perpendiculaires, qui donneront les points de projections p^1, p^2, &c. par leſquels on tirera des lignes au centre C^n, qui feront les projections des joints de lit, dont il faut trouver les longueurs du côté de la Voute ſur le noyau, par la projection de l'arête de rencontre des deux Voutes.

SI l'on ſupoſe des plans verticaux, élevez ſur les projections des joints de lit $p^1 C^n$, $p^2 C^n$, &c. il eſt clair qu'ils feront dans la Voute conique, dont la Lunette n'eſt qu'une partie, des ſections triangulaires variables, & les mêmes plans feront dans la Voute ſur le noyau, une ſection circulaire toujours égale à l'arc-droit K *b* M.

IL faut donc faire les profils des triangles, en élevant, par exemple ſur la projection $C^n p^4$, une perpendiculaire $p^4 f^4$, égale à la hauteur de retombée 4 p^4, puis on tirera au centre C^n du noyau, la ligne $f^4 C^n$. Si du point C^4, milieu de la partie $i\ q^4$, & la longueur C^m M, pour rayon, on fait un arc vers Z, qui coupe la Droite $f^4 C^n$ en Z; ce point Z, ſera la rencontre des deux ſurfaces, duquel on abaiſſera une perpendiculaire ſur la projection $p^4 C^n$, qu'elle coupera au point

l^4, qui eſt un de ceux de la projection d'arête d'enfourchement que l'on cherche.

Par la même conſtruction, on élevera $p^3 f^3$, perpendiculaire ſur $p^3 C^n$, & égale à la hauteur de la retombée p^3, pour tirer f^3, dont l'interſection avec un arc de cercle de même rayon que le précedent, & décrit du centre C^3, donnera le point Y, & ſa projection l^3 que l'on cherche, ainſi du reſte ; & par les points trouvez L l^3 l^4 d'un côté, & de même de l'autre vers A, on tracera la courbe de projection ALB de l'arête de rencontre, laquelle fournira les moyens de tailler la pierre par équarriſſement, ou de former les biveaux de doëles plates, comme l'on a fait aux rencontres des Voutes ſphériques avec les Cylindriques, par le moyen des ſections de doële & d'horiſon, dont les parties de cette ligne ſont les diagonales des plans des doëles plates inclinées entr'elles.

SECOND CAS.

Où la Lunette eſt ébraſée du déhors au dedans.

Fig. 124. Soit *a d e b*, le plan horiſontal de la Lunette, dont les impoſtes concourent en un point H, & la ligne du milieu HM, laquelle étant prolongée, concoure au centre du noyau C^n. Ayant tiré à cette ligne, qui eſt l'axe du cône, une perpendiculaire *a b* où l'on voudra, on la prendra pour diamettre du cintre de baſe *a h b*, qu'on diviſera en ſes Vouſſoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on abaiſſera des perpendiculaires ſur *a b*, qui en donneront les projections aux points q^1, q^2, q^3, q^4, par leſquels on tirera des lignes au ſommet H, & qu'on prolongera auſſi en-delà de la baſe du côté du noyau, deſquelles les unes pourront le rencontrer comme H q^2, qui le rencontre en Q, & les autres comme H q^1 Y, qui ne le rencontreront pas, mais qui ſe termineront en l'arc du pié-droit concave, opoſé de la Voute ſur le noyau, qui eſt hors de la planche faute de place.

Sur ces projections de joint de lit prolongées, on fera comme au cas précedent, le profil de ſection triangulaire de la Lunette, & ſur la partie du même lit prolongée, compriſe entre le pié-droit concave & le convexe, comme Q q^2, & ſur l'autre qui eſt terminée par les deux pié-droits concaves, que la planche ne peut repréſenter en entier, parce qu'il n'y a pas aſſez de place ; on décrira des ovales du 4e. ordre, comme il a été enſeigné au Livre 2. page 126.

L'intersection de chacune de ces ovales, avec le triangle du profil de joint lit, qui eſt ſur même baſe, donnera un point de la courbe

122.

123.

de l'arête d'enfourchement des deux Voutes, & la perpendiculaire abaiffée de ce point fur la bafe commune aux deux fections, donnera la projection de la courbe que l'on cherche, ainfi qu'il a été dit au Trait précedent.

Nous avons fupofé dans les deux cas de rencontre des Voutes coniques avec les Annulaires, que les Lunettes étoient Droites, c'eft-à-dire, que les axes des cônes paffoient par le centre du noyau ; mais s'ils n'y paffoient pas comme lorfque les Lunettes font, biaifes, la conftruction demanderoit quelques petits changemens pour le premier cas, en ce qu'il faudroit néceffairement décrire fur les joins de lit, prolongez où il feroit néceffaire, des ovales du quatriéme ordre, comme au fecond cas, au lieu des fections circulaires, qui fuffifoient à la Lunette Droite, concentrique au noyau ; au fecond cas, il n'y auroit aucun changement à faire, à la maniere de tracer l'épure.

Il réfulteroit feulement du biais dans l'un & l'autre cas, que les parties de la courbe d'arête de rencontre, depuis une impofte à la clef, ne feroient pas égales entr'elles, ainfi la clef ne feroit pas au milieu.

Il eft vifible que dans la conftruction des deux cas précedens, on trouve tout ce qui eft néceffaire pour tracer la pierre, par la voye de l'équarriffement, en formant fur la courbe de projection de l'arête d'enfourchement des morceaux de furfaces Cylindriques, ou plûtôt Cylindroïdes, parce qu'elles n'ont pour bafe, ni un arc de cercle, ni un arc d'Ellipfe, mais une autre courbe. Sur lefquelles furfaces, on peut porter les hauteurs des retombées, qui donneront des points de l'arête à double courbure que l'on doit former, le long de laquelle on fera couler les biveaux mixtes d'aplomb & de doële creufe.

2°. Si l'on veut tailler la pierre par la voye des panneaux ; il eft auffi vifible que l'on a tous les côtez de ceux de doële plate.

Premierement, les profils des joins de lit coupez, par la courbe de la Voute fur noyau, donnent la véritable longueur de ces joins qui font les deux côtez convergens du panneau, & les deux cordes de la bafe, c'eft-à-dire, du cintre primitif de la Lunette, & celle de l'arête d'enfourchement, font les deux autres côtez du panneau quadrilatére de la doële plate.

La corde du cintre primitif de chaque divifion de Vouffoir, eft

ſans doute connuë, mais celle de l'arête d'enfourchement ne l'eſt pas; cependant il y a deux manieres de la trouver.

Premierement, on peut la chercher par ſa projection qui eſt donnée. Par exemple, ſi l'on cherche la valeur de la projection $l^3\,l_4$, on élevera ſur le point l^3, une perpendiculaire à la projection p^3 C^n, qui coupera le profil en un joint de lit f^3 C^n.

De même ſur le point l^4, on élevera une perpendiculaire à la projection p^4 C^n, qui coupera le profil du joint de lit f^4 C^n, au point z; la différence des longueurs des lignes $l^4\,z$ & $l^3\,y$, ſera la hauteur du point l^3, au-deſſus de l^4, laquelle étant portée ſur $l^3\,v$, perpendiculairement à la baſe $l^3\,l^4$ en $l^3\,v$, on tirera la ligne $v\,l^4$, qui ſera la valeur de la projection, & la corde de l'arête d'enfourchement que l'on cherche, pour former les panneaux de doële plate des deux Voutes, & trouver le biveau de leur inclinaiſon, comme il a été dit à la plûpart des Traits de ce troiſiéme Tome.

La ſeconde maniere de trouver cette valeur, eſt de former le triangle iſoſcele de la doële plate conique entiere entre deux lits, dont la longueur eſt donnée en $C^n\,f^3$ & $C^n\,f^4$, & la baſe à la corde 3 4, deſquels longs côtez de joint de lit, donnez au profil $f^3\,y$, $f^4\,z$, on aura la diſtance des points y & z, qui ſera la ligne cherchée pour la valeur de $l^3\,l^4$: ce qui eſt clair, ſans qu'il ſoit néceſſaire d'y ajoûter une explication.

Troiſiéme Combinaiſon.

De la rencontre des Voutes ſphériques avec les Annulaires.

La jonction de ces deux eſpeces de Voutes, tombe quelquefois en pratique dans deux circonſtances; l'une, lorſqu'on fait une Voute ſphérique, ajoûtée à une Voute ſur le noyau, comme ſi l'on faiſoit une Chapelle ronde, derriere un Chevet tournant; telles ſont ſouvent celles où l'on reſerre le St. Sacrement. L'autre, lorſque l'on fait de grandes Niches dans un Berceau tournant, comme ſont pluſieurs Orangeries, qui ſervent de Sales pendant l'Eté; telles ſont celles de Schwetzingen dans le Palatinat, auprès de Manheim.

S'il ne s'agit que d'une Niche, & qu'on en faſſe l'épure, ſuivant le Trait que nous avons donné au Tome précedent (en parlant des

Voutes ſphériques incompletes) par le moyen des piramides inſcriptes dans la Sphère ; la conſtruction du Trait dont il s'agit, retombe parfaitement dans le ſecond cas du précedent ; car prenant la partie OPT, de l'impoſte APB, (fig. 125.) pour le Trompillon, & X x pour la face de la Niche ; ſi l'on tire les lignes X o S, x TS, on aura une Voute conique XS x inſcrite dans la ſphérique, qui rencontre la Voute ſur le noyau DEFG, laquelle eſt réduite par les doëles plates en portion de piramide tronquée X o T x. Fig. 125.

Cependant comme cette conſtruction meneroit à la même fin, par un trop long circuit, il convient mieux de ſuivre la méthode du premier cas du Trait précedent.

Avant que de penſer au Trait, il eſt bon de faire ici la même attention que nous avons fait, à la rencontre des Voutes ſphériques entr'elles, touchant la poſition du centre de la Niche ; ſi l'on met ce centre en M, ſur le pié-droit concave de la Voute ſur le noyau, il arrive que la circonférence de la Niche, étant plus grande que le demi-cercle, la clef retombe à la jonction de la Lunette qu'elle fait dans la Voute annulaire, d'une certaine quantité AX, qui eſt plus ou moins grande, ſuivant la hauteur de la Niche ; à l'égard de la Voute ſur le noyau, ce qui eſt contre la bonne conſtruction, & que les Architectes réforment, en faiſant cette portion de clef AN de niveau, & alors l'enfourchement change de nature ; ce qui n'eſt plus une Voute ſphérique, mais une portion de Berceau, qui rachete une Voute ſur le noyau.

Suposant cependant que cette chute en *Contrebas*, eſt de peu de conſéquence, comme elle l'eſt en effet, lorſque la Niche eſt d'un petit diametre, en comparaiſon de celui de la Voute ſur le noyau ; on peut faire le Trait comme au premier cas du précedent, avec cette différence, qu'au lieu de triangles, la Lunette nous donnera des arcs de cercles.

Soit l'arc DME, (fig. 125.) l'impoſte concave d'une Voute ſur le noyau, FKG la convexe, & APB, celle de la Niche. Sur AB comme diametre, on décrira le demi-cercle AHB, qu'on diviſera en ſes Vouſſoirs, pour regler les têtes de ceux de la Niche ; ſi la clef ne retombe pas à l'enfourchement en *Contrebas* en X, où eſt l'interſection du cintre de la Voute annulaire K h M ; mais ſi on veut qu'elle y retombe, on tirera par le point X, la ligne X x, parallele à AB, ſur laquelle on décrira le cintre primitif, ou ſeulement ſa moitié X h, qu'on diviſera en ſes Vouſſoirs, aux points 1, 2, &c. par leſquels on Fig. 125.

abaiſſera des perpendiculaires 1 p^1, 2 p^2, qui couperont ce diametre aux points p^1, p^2, par leſquels, & par le centre C'' du noyau, on tirera les lignes C'' *o*, C'' O, qui couperont le demi-cercle *p* AP, aux points *q o*, QO, l'impoſte concave DME, aux points d^1, d^2, & l'impoſte convexe FKG, aux points *i k* K.

On diviſera enſuite en deux également les lignes *q o*, QO qui ſont dans la Niche, & de leurs milieux m^1, m^2, pour centres, & pour rayons leurs moitiez $m^1 q$, m^2 Q, on décrira des arcs de cercles vers Y, Z.

Ensuite des points c^1 c^2, milieux des lignes KM *i* d^1, *k* d^2, & d'une de leur moitié c^1 d^1 pour rayon, on tracera des arcs de cercles vers les mêmes points Y, Z, qui couperont les arcs de cercles de la Niche qu'on vient de tracer aux points X, Y, Z, qui feront ceux de rencontre des ſections des deux Voutes, dont il faut avoir les projections.

De chacun de ces points X, Y, Z, on abaiſſera des perpendiculaires ſur les baſes des ſections ; ſçavoir, XL ſur KP, qui donnera le point L, pour projection du milieu de la clef. Enſuite Y *y*, perpendiculaire ſur C'' O, qui donnera le point *y*, & enfin Z *x* ſur C'' *o*, qui donnera le point *z*.

Par les points L, *y*, *z*, A, on tracera à la main une courbe, qui ſera la moitié de la projection de l'arête d'enfourchement de la Niche, avec la Voute ſur le noyau, à laquelle moitié on fera l'autre LB égale en tout, parce qu'il ne peut pas y avoir d'obliquité dans la rencontre de la Niche, qu'on ſupoſe une hemiſphère avec la Voute annulaire, à cauſe de l'uniformité de la Sphère.

Il ne pourroit pas non plus y en avoir, ſi la Niche étoit ſurhauſſée ou ſurbaiſſée ſur une impoſte circulaire, mais ſeulement ſi le cintre horiſontal de l'impoſte APB étoit Elliptique, & qu'un de ſes axes comme PM étant prolongé, ne paſſe pas par le centre C'' du noyau, ce qui ne peut guére arriver par aucune ſujection, & même qui ſeroit difforme & intolérable.

La projection de l'arête de Lunette étant donnée, le reſte du Trait ſe fera comme on le jugera à propos, tant à la Voute ſphérique qu'à la Voute ſur le noyau, chacune en particulier, juſqu'à cette ligne de leur rencontre ; & comme au Trait précedent, on fera les Vouſſoirs d'enfourchement, ou par équarriſſement ou par panneaux de doële plate.

Pour opérer par panneaux, on a la diagonale de rencontre des doëles plates, & l'on cherchera la section de chaque doële avec l'horison, passant par le point le plus bas du Voussoir d'enfourchement, & la différence de hauteur de l'arête, au point le plus élevé d'avec le plus bas, par où l'on supose que passe un plan horisontal, comme on vient de l'enseigner au Trait précedent, avec lequel celui-ci aura une grande conformité, si l'on forme la Niche par le moyen d'une Piramide inscrite, comme nous l'avons fait au Tome précedent, en parlant du Trait des Voutes sphériques incompletes.

Explication Démonstrative.

Il est visible que ce Trait est fondé comme le précedent, sur l'intersection mutuelle des sections planes, faites par des plans verticaux, dans l'une & l'autre Voute, sur mêmes bases horisontales Cⁿ *o*, Cⁿ O, Cⁿ P. Que celle qui est faite sur cette derniere Cⁿ P, est le profil par la clef de la Lunette, composé de deux arcs de cercles K *h* X, partie du cintre de la Voute sur le noyau, & XAP, cintre de la Niche qui se rencontre en X qui est par conséquent un point commun aux deux surfaces, & un de ceux de l'arête de rencontre, qui forme la Lunette dans la Voute sur le noyau, que la surface sphérique penétre plus avant à la clef, qu'aux impostes A & B.

CHAPITRE SEPTIE'ME.

DES VOUTES COMPOSE'ES DE surfaces régulieres & irrégulieres.

JUSQU'ICI nous n'avons parlé que des surfaces Cylindriques, Coniques & Sphériques, que nous mettons au rang des *Régulieres*, pour la construction des Voutes; il nous reste à parler de celles qui sont composées de Cylindroïdes, Conoïdes & Sphéroïdes, que nous apellons *Irrégulieres* ou *régulierement Irrégulieres*.

Apre's avoir parcouru les principaux cas des rencontres des Voutes régulieres, pour en construire les enfourchemens : nous allons examiner ceux des Irrégulieres, pour en construire non-seulement ces enfourchemens, mais encore les doëles & les joins.

Premier cas, de la rencontre des Voutes Cylindroïdes, Sphéroïdes & Conoïdes, avec des Tours Cylindriques verticales.

PROBLEME X.

Faire une Trompe en Tour ronde, érigée ſur une ligne Droite.

On ſçait que les Trompes coniques, ſont ordinairement *Erigées*, c'eſt-à-dire, élevées ſur une baſe compoſée de deux lignes Droites, qui font un angle renſtrant & les ſphériques, ſur une baſe en ligne courbe.

On propoſe ici, d'en faire une ſur une *Ligne Droite*, de ſorte qu'elle ne peut être ni conique ni ſphérique, mais elle doit être Cylindrique, comme un Bec de Flute renverſée, ou Sphéroïde d'une ſurface convexe, ſemblable à peu près à ces *Coquilles* de Mer, qu'on apelle *de St. Jacques*, dont le côté de leur charniere eſt droit, d'où elle ſe plie en concavité ſphéroïdale canelée ; mais il n'eſt pas queſtion ici de canelure. M. de la Ruë donne la conſtruction de la 1e. figure, en Cylindroïde, & le P. Deran, celle de la ſeconde en Sphéroïde : nous donnerons l'une & l'autre, avec des changemens & des ſuplémens conſidérables ; premierement, parce que ſuivant celle de M. de la Ruë, la doële devient plane, lorſque ſa hauteur eſt égale à la ſaillie de la Tour qu'elle porte, ce qui fait une difformité à la jonction de la doële & du mur, qui ſe fait dans un angle très-ſenſible. 2^nt, parce qu'il ne dit rien de l'arête du Trompillon.

Premiere eſpece de cette Trompe, où ſa doële eſt Cylindrique ou Cylindroïde.

Pl. 95. Fig. 126. Soit (fig. 126.) un ſegment de cercle ABD, moindre que le demi-cercle, lequel eſt la projection horiſontale de la ſaillie de la Tour, que la Trompe doit ſoûtenir en l'air. Nous ſupoſons ici un ſegment moindre que le demi-cercle, quoiqu'on puiſſe la ſupoſer de moitié du cercle, mais rien de plus, parce que les Vouſſoirs pouſſeroient trop au vuide par les côtez.

Pour rendre cette Trompe parfaite, il y a deux choſes à concilier; premierement la ſolidité, qui exige que la hauteur de la doële ſçait plus grande que la ſaillie de la Tour ; l'autre eſt la décoration qui exige. 1°. Que la tranſition de la ſurface plane du mur, & de celle de la doële courbe ſoit inſenſible. 2°. Que la courbe du contour de cette doële, aproche le plus qu'il eſt poſſible de la circulaire ou Elliptique.

Premierement,

124.

125.

Premierement, si l'on fait la saillie du milieu de la Tour, égale à la hauteur de la clef de la doële, il est visible que sa masse portant à faux sur un angle de 45. degrez, il sera difficile d'en assurer la liaison, pour peu que la Trompe soit grande, parce qu'il faut l'équilibrer par un poids équivalent ; alors, il faut surhausser le cintre de face, qui sera Elliptique en élevation verticale, & si l'on fait la doële plane, l'arête de la Tour avec la doële sera aussi évidemment une Ellipse, parce que c'est la section plane d'un Cylindre coupé obliquement à son axe.

Secondement, si la saillie devoit être absolument égale à la hauteur de la Trompe, & qu'on voulût en faire la doële Cylindrique ou Cylindroïde, quelque courbe concave sans inflexion, que l'on choisisse pour base verticale de ce Cylindre horisontal, ou plûtôt (en termes de l'Art) pour son arc-droit ; elle ne peut donner un cintre de face, dont l'élevation ou projection verticale soit en cercle ; mais une courbe qui s'élargira plus ou moins vers les côtez, suivant que cet arc-droit rendra la doële plus ou moins concave ; ainsi le quart de cercle la rendroit plus différente du cercle, & plus aprochant du quarré que la parabole ou de l'hyperbole, qui sont les deux courbes qui y conviennent le mieux ; & parce que l'hyperbole peut donner pour projection verticale de l'arête de rencontre de la doële de la Trompe avec la Tour, un cercle ou une courbe aprochant du cercle, lorsque la saillie horisontale de la Tour, est moindre que la hauteur de la Trompe : nous allons donner une construction générale, qui servira pour toutes sortes d'arcs-droits qu'on peut choisir, pour la doële Cylindrique de la Trompe, & les courbes de projection verticale d'élevation des arêtes de rencontre qui en résultent avec la Tour ronde.

Soit (fig. 126.) le segment de cercle ABD, moindre que le demi-cercle, la projection horisontale de la Tour, dont le milieu de la corde est le point C, sur lequel ayant élevé la perpendiculaire CB, on menera par le point B, où elle coupe l'arc de cercle, la ligne BF parallele à AD, sur laquelle ayant pris BE égale à CD, on menera la ligne ED, laquelle sera l'axe d'une hyperbole ; ensuite, portant CD en EF, pour l'amplitude ou la plus grande ordonnée de l'hyperbole, on portera la même CD en EO sur ED prolongée pour avoir un point O, duquel on menera la Droite OF, & point D pris pour sommet, une autre Droite DF ; on menera ensuite autant de perpendiculaires à l'axe DE, qu'on voudra avoir de points des courbes de l'arc-droit, & de l'arête de rencontre ; ces perpendiculaires couperont la ligne DF, aux points *a*, *a*, *a*, & la ligne OF, aux points QRS. Et l'on cherchera des moyennes proportionelles entre *g a* & *g* Q, *i a* & *i* R, *k a* & *k* S, en portant *g a* en Q *e*, *i a* en R *e*, & *k a*

Pl. 95. Fig. 126. & 127.

en S e; puis on élevera des perpendiculaires à ces lignes, aux points a, & du milieu des lignes $g\ e$, $i\ e$, $k\ e$ pour centres, on décrira des arcs qui couperont ces perpendiculaires aux points x, y, z; on portera les longueurs $a\ x$, $a\ y$, $a\ z$, en $g\ h$, $i\ h$, $k\ h$, pour avoir les points h, h, h, qui feront à la circonférence de l'hyperbole D h, h, h F que l'on cherche, laquelle fera l'arc-droit de la doële de la Trompe.

Presentement, pour trouver la projection verticale de rencontre de cette doële avec la furface de la Tour ronde, on menera des paralleles àDE ou CB, par les points G, I, 24. L Æ, où les per-perpendres à l'axe ED, coupent l'arc DB, fur lefquelles on portera $g\ h$, $i\ h$, $k\ h$, $l\ h$, $a\ u$, EF, au-deffus de la corde AD; ainfi on portera $g\ h$ en $p\ q$, où elle donnera fur G q le point q; $i\ h$ fur $p\ r$, où elle donnera le point r; $k\ h$ fur $p\ s$, $l\ h$ fur $p\ v$, $a\ h$ fur $p\ v$, & EF fur CH; & par les points H v, V f, $r\ q$ D, on menera une courbe qui fera la projection verticale de celle à double courbure, qui fe forme à la rencontre de la doële de la Tour ronde, dont la projection verticale eft le rectangle ADT t, qui eft une fection de Cylindre, par un plan parallele à fon axe.

Cette courbe AHD, qui eft ici un demi-cercle, pourra être prife, fi l'on veut, pour le cintre primitif, fur lequel on fera la divifion des Vouffoirs en parties égales, comme aux points 1, 2, 3, 4; mais parce qu'elles deviennent fenfiblement inégales dans l'exécution, à caufe que la projection verticale AHD, racourcit la courbe à double courbure inégalement; fi l'on veut que les têtes des Vouffoirs foient égales, il faut chercher une autre courbe, qui foit le dévelopement de celle de l'arête étenduë fur une furface plane.

Pour cet effet, il faut rectifier l'arc de cercle BD, fur la Droite C d, en portant de fuite toutes ces parties; par exemple BÆ fur C 1^r, ÆL fur $1^r\ 2^r$, L 24 fur $2^r\ 3^r$, 24 I fur $3^r\ 4^r$, IG fur $4^r\ 5^r$, & GD fur $5^r\ d$, & par les points 1^r, 2^r, 3^r, 4^r, 5^r, on élevera des perpendiculaires égales à leurs correfpondantes paralleles, qui donneront les points de cette courbe; ainfi faifant $5^r\ q^d$, égale à $p\ q$, on aura le point q^d; $4^r\ z^d$, égale à $p\ r$, donnera le point z^d; $3^r\ y^d$ égale à $p\ f$, donnera le point y^d; $2^r\ x^d$ égale à $p\ v$, donnera le point x^d, &c. ces égalitez fe trouvent facilement par des paralleles à CD, comme $q\ q^d$, $r\ z^d$, &c. & par les points $t\ t$, x^d, y^d, z^d, q^d, d, on menera une courbe, qui fera le dévelopement de celle de l'arête étenduë fur une furface plane.

Cette courbe aura, fi l'on veut, deux ufages, l'un pour faire la divifion des deux Vouffoirs; fi l'on veut que leurs têtes foient toutes

égales en œuvres, il faut la faire servir de cintre primitif, & renvoyer par une ligne parallele à CD, la division de cette courbe sur celle de la projection verticale AHD ; par exemple, si la division du premier au second Voussoir tombe au point z^d, on la transportera sur l'arc H r d, par la parallele z^d r, qui donne une division r, beaucoup plus bas que celle du point 4, qui avoit été trouvée en divisant le cintre AHD, en même nombre de parties égales, qui sont ici en cinq Voussoirs.

SECONDEMENT, elle servira pour en former des panneaux flexibles, dont on se servira pour tracer l'arête d'enfourchement sur les têtes Cylindriques des Voussoirs, considerez dans la surface de la Tour.

Nous avons déja trouvé pour ce Trait, trois courbes différentes ; sçavoir, 1°. D hh F, qui est celle de l'arc-droit de la doële. 2°. HVD, celle de la projection verticale de l'arête de rencontre de la doële & de la Tour. 3°. H x^d d, celle du dévelopement de la même courbe. Il nous reste encore à trouver les courbes des sections planes des lits avec la doële, qui sont encore des hyperboles, & celles des mêmes surfaces planes de lit avec la Tour qui sont des Ellipses.

POUR trouver les sections des plans des lits, exprimez dans la projection verticale par les Droites C 1, C 2, C 3, C 4; on menera par les points V, f, r, q, des paralleles à CD, qui couperont C 3, aux points x, y, z, 13, & C 4 aux points X, Y.

ON transportera ensuite à part, comme à la fig. 128. la longueur C 3 en C 23, avec toutes ses divisions x, y, z, 13, par lesquelles on menera autant de perpendiculaires à C 23, sur lesquelles on portera les abscisses de l'axe DE, dans l'ordre auquel ces divisions répondent ; ainsi on portera l'abscisse g D de la fig. 126. (en 13 g, de la fig. 128.) i D en z i, k D en y k, l D en x l; (on a passé $æ$ D, parce qu'on n'a pas mené de parallele en v, auprès du point 3) & enfin ED en 23 22. *Fig.* 128.

DE la même maniere, ayant transporté C 4 de la fig. 126. en C 14 de la fig. 128. avec ses divisions X & Y, & élever sur ses divisions des perpendiculaires ; on portera les abscisses correspondantes g D en Y g, i D en XI, & k D en 14 21, suposant que le point 4, tombe au point f, de la ligne f p 24, qui répond au point k de l'axe DE, & par les mêmes points trouvez 22, l, k, i, g C, & 21 i g C, on menera des courbes qui seront celles des arêtes des joins de lit,

des fecond & premier Vouffoirs de la droite, qui feroient auffi pour ceux de la gauche qui leur feront égales, lefquelles ferviront à former les panneaux de lit ; mais pour les achever, il faut y joindre les fections de ces plans avec la Tour, pour y avoir les joins de tête.

On prolongera la ligne C 23, de la fig. 128. (de la quantité 2' 6, du joint de tête de la fig. 126.) avec fa divifion au point *m'*, & l'on menera par ces points des paralleles à 23, 22, fur lefquelles on portera les longueurs *p* 6, *p m*, comprifes dans le fegment de projection horifontale de la Tour ABD, & menées des points 6 & *m'*, perpendiculairement à AD. De même ayant abaiffé fur AD, des perpendiculaires 5 A, *n* N, 1 21, on portera fur C 5 de la fig. 128. la longueur *p* N, & par les points 5, N, 21, on menera un arc Elliptique, qui fera le joint de tête du lit de deffus du premier Vouffoir, & de celui de deffous du fecond, comme 16, *m*, 22, le fera du fecond & troifiéme, & le Trait fera achevé.

Il refte une feptiéme courbe à trouver, qui eft le dévelopement de l'arête du Trompillon fur une furface plane, pour en former un panneau flexible, propre à être apliqué fur la furface Cylindrique de fon lit, pour l'y tracer & regler le contour de fa doële.

On pourroit auffi faire le dévelopement de la même courbe, confiderée dans la doële, qui eft de nature à pouvoir être dévelopée, parce qu'elle n'eft courbe qu'en un fens comme les Cylindres ; mais à caufe de la régularité de la figure, ronde du lit du Trompillon, qui eft un Cylindre circulaire : nous croyons qu'il convient mieux d'en faire le panneau de dévelopement.

Ayant rectifié le demi-cercle *a h b* de la projection verticale, ou délevation du Trompillon, par le Probl. V. du 3e. Livre, on portera la longueur en *a' b*, fig. † au-deffus du chiffre 126. avec fes divifions en cinq parties égales aux points 1, 2, 3, 4, & l'on portera les hauteurs *p* 11, *p* 12, C *h* de ces divifions, fur la ligne DM, en des points qu'on n'a défigné par aucune lettre, à caufe de la petiteffe de la figure, à commencer au point D ; & par ces points, on menera des perpendiculaires à cette même ligne DM, qui couperont l'hyperbole en fes points, dont la diftance à la ligne DM, feront les faillies de l'arête du Trompillon, au-delà de la Droite *a' b*, bafe de fon dévelopement à la fig. † on portera ces faillies fur chaque divifion de la ligne *a' b* dévelopée, & par les points de leurs extrêmitez, on menera la courbe *a* 1', 2', *h'*, 3', 4' *b*, qui fera le dévelopement demandé, pour en faire un panneau flexible, propre à être

Fig. †

apliqué autour du lit Cylindrique du Trompillon, & y donner le contour de son arête de rencontre de la doële.

On tracera de même les courbes des joins de doële des lits supérieurs & inférieurs, des pierres qui auront trop peu de hauteur ou de longueur, pour atteindre du dessus du Trompillon, jusqu'à la surface de la Tour, comme sont les boutisses, qu'il convient de mêler dans les Voussoirs de ces sortes d'ouvrages qui portent à faux.

Aplication du Trait sur la pierre.

Ayant déterminé à volonté, & suivant le besoin, l'épaisseur de la pierre qui doit entrer dans le mur, pour porter & contrebalancer la charge de la saillie de la Trompe à chaque Voussoir; par exemple, pour le premier, fig. 129. on ajoûtera cette épaisseur 5 *d*, au-delà de la ligne 5, 11, qui est celle de l'alignement du mur Droit, sur laquelle on se réglera pour leur épaisseur, & pour poser le côté droit des panneaux de lit de dessus & de dessous, afin que la saillie du porte à faux des Voussoirs *p* 2[1], *a* 2[2], reste toute hors de cette épaisseur. *Fig.* 124.

On fera ensuite, un parement de supposition verticale, sur lequel on apliquera le panneau, de l'espace qu'occupe chaque Voussoir dans son élevation; par exemple pour le premier, la figure quadrilatére A 5, 11 *a*, & pour le second, la figure à cinq côtez 5 *t*, 6, 12, 11, & pour la clef, le quadrilatére 6, 12, 13, 7, & ayant tracé sur ce parement le contour du panneau, on abattra la pierre à l'équerre de tous côtez, pour en former un solide, semblable à un coin dont la pointe est émoussée.

Sur le lit de dessous à l'imposte marqué A *a*, on apliquera la panneau du plan horisontal A *a*, 1[t], 21, avec lequel on tracera l'arc AN, 21, & la Droite A *a*, sans s'embarasser du contour des côtez *a* 1[t], 1[t] 21. Observant seulement de placer la Droite A *a*, parallelement à l'arête du lit & du parement *p r*, & le point 21 sur cette arête. On usera des mêmes attentions pour placer le panneau 5, 2[1] C, de la fig. 128. sur le lit incliné 5, 11, après avoir fait un retour d'équerre sur l'arête *p r*, au point 21, & tracé la ligne 21, 1, pour placer sur le point 1, le point 21 du panneau 5 21 C, duquel on retranchera sur le côté 5 1, le rayon du Trompillon C 11, pris à l'élevation (fig. 126.) *Fig.* 118

Les contours des deux panneaux de lit de dessous & de dessus étant tracez, on abattra la pierre à la régle, de l'un à l'autre, toujours

parallelement à la ligne 1 21, tracée sur le parement, & après avoir formé la portion de Tour ronde 5 1, 2' A, on y apliquera un panneau flexible, formé à l'élevation sur la courbe $d\ q^{d}\ y^{d}$, en triangle mixte rectangle $d\ o^{n}\ y^{d}$, apliquant le côté Droit $d\ o^{n}$, dans l'angle mixte en A 5, & par ce moyen, on tracera la courbe de l'arête de rencontre de la doële & de la Tour A 1; suivant laquelle & la courbe 1 11, on abattra la pierre à la régle qu'on tiendra toujours parallele à la ligne de l'imposte A *a*, & pour la tête du Trompillon, ayant tiré 11 *t* d'équerre sur 5 11, on creusera cette partie avec un biveau pris sur 1, 11 *a* à l'élevation, pour y apliquer le panneau flexible du dévelopement de son arête 11 *a*, marqué à la fig. † a^{t} 1, 1^{t}, posant le côté 1 1^{t} sur 11 *t*, de la fig. 129; & le point 1^{t} sur le point 11, pour y tracer la courbe a^{t} 1^{t}, sur laquelle on posera un bout de la régle, & l'autre sur AI, parallelement à la Droite A *a*, pour achever de creuser la doële A 1, 11 *a*.

On en fera de même pour tracer & tailler le second Voussoir, lequel étant achevé, sera à peu près, tel qu'on le représente dans la *Fig.* 130. fig. 130.; il faudra seulement observer que n'y ayant pas de ligne horisontale marquée comme A *a* au premier Voussoir, il faudra en marquer une sur l'épure, comme 1 o^{r}, que l'on tracera sur le parement, pour répairer sur l'arête du lit de dessous un point o^{r}, par lequel on menera une ligne d'équerre à cette arête, jusqu'à la rencontre de la courbe, qui marque l'arête du joint de lit & de doële, qu'on a tracé avec le panneau 6, 16, 22, C, (fig. 128.) & par ce point o^{r}, & l'angle 1 du lit de dessous à l'arête 1. 2, on menera une horisontale 1 o^{r}, qui servira à conduire la régle toujours parallelement à elle-même, & à cette ligne, pour creuser la doële en l'apuyant, & la faisant couler sur les lignes trouvées & tracées 1^{t} 2, 2 o^{r} 12, 12 11, & 11 1^{t}, servant pour tracer la ligne de tête vers le Trompillon du panneau flexible 1 1^{t}, 2^{t} 2 de la fig. † au-dessus du chiffre 126.

Explication Démonstrative.

La surface de la doële qui sert de cû-de-lampe à la Trompe, doit remplir deux conditions, qui ont été observées dans ce Trait; l'une, d'être droite suivant sa direction horisontale, pour s'ajuster au mur droit sur lequel elle prend sa naissance; l'autre, d'être tangente à ce mur, ensorte que sa naissance y soit imperceptible; ces deux conditions sont bien remplies par une surface de Cylindroïde parabolique ou hyperbolique; mais pour la solidité, cette derniere convient

mieux, parce qu'elle eſt moins concave que la parabolique.

POUR démontrer que la courbe que nous avons décrit pour ſervir d'arc-droit à la doële de la Trompe eſt une hyperbole ; il faut conſidérer que les deux triangles EDF, EOF, ſont coupez par des paralleles à la baſe commune EF, qui donneront les analogies ſuivantes EF . k S : : EO . k O, & dans le triangle EDF, EF . $k\,a$: : ED . k D, leſquelles étant multipliées l'une par l'autre, on aura $\overline{EF}^2$. k S $\times k\,a$: : EO × ED . k O × k D, mais par la conſtruction k S × $k\,a$ $= k\,b^2$, dont $\overline{EF}^2$. $\overline{k\,b}^2$: : OED . O k D, *ce qu'il falloit démontrer* ; car on ſçait qu'une des premieres proprietez de lh'yperbole eſt que les quarrez des ordonnées ſont entr'eux, comme les rectangles faits des lignes compoſées du premier axe & d'une abſciſſe par l'abſciſſe, eſt au rectangle compoſé de même à l'égard d'une autre abſciſſe.

NOTEZ que cette démontration ſervira pour rectifier quelques fautes, non pas de conſtruction, mais d'explication, qui ſont reſtées à la pag. 451. où nous avons donné la même conſtruction d'hyperbole ; & à celle de la fig. 246. où les c^1, c^2, ſont mal placez, & les lignes tirées de ces points, qui doivent partir du milieu des intervales C^1 S, C^2 S, pour l'explication ſeulement ; car la conſtruction en eſt bonne & correcte.

CETTE courbe d'arc-droit étant ſupoſée connue, il eſt clair qu'elle eſt tangente au mur repréſenté par DM ou par DT, parce que ſon axe ED eſt perpendiculaire à DM, par conſéquent elle touche DM en D.

PRESENTEMENT, ſi l'on imagine que cette courbe D b F, qui eſt le profil de la doële, ſe meut autour de ſon axe horiſontal ED, juſqu'à ce qu'elle ſoit dans une ſituation verticale ; alors elle ſera dans le même plan que la ligne DT.

SI dans cette ſituation, on imagine des plans verticaux, paſſans par les perpendiculaires à ſon axe, & parallelement au plan du mur, comme g Q, i R, &c. ils couperont la baſe de la Tour ABD, aux points B, L, 24, 1, G, & ſa ſurface, ſuivant les hauteurs EF, $l\,b$, $k\,b$, $i\,b$, $g\,b$, qui ſont les ordonnées de l'hyperbole : dont les projections verticales ſur le plan vertical AHD, feront les lignes CH, pv, ps, pr, pq, leſquelles ont été faites, par la conſtruction, égales à celles de l'hyperbole ; donc la courbe AHD, qui paſſe par les extrêmitez de toutes ces lignes, ſera à la ſurface du Cylindre hyper-

bolique de la doële de la Trompe, & en même-tems à la ſurface du Cylindre circulaire de la Tour, puiſqu'elles ſont rangées autour de ſa baſe ABD, aux points B, Æ, L, 24, 1, G, perpendiculairement à ſon plan ABD.

Presentement, ſi l'on conſidére la courbe AHD, dans le plan du mur, & que l'on imagine des plans verticaux, paſſans par ſes diviſions des joins de tête des Vouſſoirs, aux points 1, 2, 3, 4, perpendiculairement à ce plan AHD ; il eſt clair qu'ils feront deux ſections, l'une à la doële, qui ſera une portion d'hyperbole, & l'autre dans la Tour une ligne droite, & portion de parallelograme, & telles qu'on les à exprimé dans la fig. 126. par les profils C h^e o^h, a 2e, o^2 p_1, 1e, o^1, dont les faillies horiſontales H h^e, 2 2e, 1 1e, ſont égales aux ſections de ces plans, avec celui de la baſe ABD ; ſçavoir, H h^e égale à CB, 2 $2^e = a$ 22, 1 1e égale à D^1 2^1 ; ainſi des autres.

Nous avons déja démontré que l'arc-droit de la doële étoit tangent au mur, & que la projection de l'arête de rencontre de cette doële avec la Tour étoit bien tracée ; il nous reſte à faire voir que les courbes des joins de lit de la fig. 126. & 128. 22 K C & 31, g C, conviennent auſſi à la ſurface de la doële coupée par des plans inclinez C 3, C 4.

Par le Theor 3. du 1er. Liv. les ſections des Cylindroïdes de baſe parabolique ou hyperbolique, ſont auſſi des hyperboles proportionelles à celle de la baſe du Cylindre ; or il eſt clair, à cauſe des paralleles x v, y $ſ$, z r, 1^3 q, qui coupent C 3, que ces diviſions ſont proportionelles à ces ordonnées conſiderées dans la tangente DT ou DM de la baſe du Cylindre, & qu'elles donnent la véritable poſition des ordonnées à cette tangente au joint C 3, qui ſont égales aux abſciſſes; par exemple MF, qui eſt égale à DE & m h = LD ; ainſi des autres, donc les courbes des arêtes des joins de lit ſont bien tracées.

A l'égard des deux courbes H x^d d, de l'arête d'enfourchement, & a^t b b, de l'arête du Trompillon fig. † qui ſont de la même eſpece inverſe ; ſçavoir, l'une le dévelopement de l'arête de rencontre du Cylindre hyperbolique horiſontal, avec un Cylindre circulaire vertical ; l'autre du même Cylindre hyperbolique avec un circulaire horiſontal, qui lui eſt perpendiculaire ; la ſeule conſtruction en fait voir la juſteſſe avec un peu d'attention ; après tant de pratiques ſemblables, il paroît inutile de l'expliquer de nouveau.

Corollaire I.

COROLLAIRE I.

Il suit de cette pratique, que si la courbe D *h* F n'est pas une hyperbole dont la distance du point E à son centre *c'* n'est pas égale à sa plus grande ordonnée EF, la courbe de projection AHD, de l'arête de rencontre de la doële & de la Tour, ne sera pas circulaire, comme dans le cas présent, mais elle deviendra d'une ovale irréguliére, alongée vers le sommet H ou aplatie, selon que la courbe D *h* F, sera plus ou moins différente de cette hyperbole.

COROLLAIRE. II.

Secondement, que si l'Architecte veut affecter la figure circulaire à cette projection, il peut commencer le trait par le demi-cercle AHD, & continuer d'une maniere inverse à celle que nous avons donné, & il trouvera les mêmes courbes d'arc Droit de doële & de joins de lit; mais si la saillie de la Tour CB, devient égale à la hauteur CH, de son cintre d'élevation de l'arête de la Trompe, sa doële ne sera plus creuse à sa naissance à l'imposte, mais elle fera un angle de 135. degrez, avec le mur qui sera désagréable à la vûë.

COROLLAIRE III. ET REMARQUE.

Il suit en troisiéme lieu, qu'adoptant la construction qui commence par le cintre circulaire AHD, telle que la donne M. de la Ruë, qui est une inverse de la notre, on sacrifie une beauté de peu de conséquence à la solidité de la Trompe; car pour augmenter la force de *l'Encorbellement*, il en faut prendre la naissance, d'autant plus loin que la saillie du *porte-à-faut* augmente; or, dans cette derniere construction, il arrive tout le contraire; car supofant la saillie égale au demi-diametre de la Tour, la hauteur lui deviendra aussi égale, puisqu'alors CB sera égal à CH, ce que l'on voit mieux par le profil C *h'* H, où *h'* H sera égal à HC dans la supofition, & non pas dans la figure présente; & si la saillie CB, est moindre que le tiers de la corde AD, comme dans l'exemple que donne M. de la Ruë, la hauteur devient plus grande que cette saillie, dans le raport d'environ cinq à trois; ainsi lorsque le besoin de solidité diminuë, on l'augmente par cette construction, & lorsque l'on devroit augmenter la solidité, on la diminuë, puisque la hauteur de la doële de la Trompe, n'augmente pas en même raison que la saillie; d'où l'on doit conclure qu'on ne doit point se fixer à la figure circulaire, pour cintre d'élevation dans l'épure AHD, d'autant plus que cette figure n'est pas

celle de l'arête d'enfourchement, laquelle eſt une courbe à double courbure.

Corrollaire IV.

Il ſuit encore, que lorſque la ſaillie de la Trompe eſt égale au rayon de la Tour, il convient à la ſolidité qu'on exhauſſe le cintre d'élevation AHD ; mais ſi on le fait Elliptique, & qu'on cherche ſuivant cette pratique, l'arc-droit de la doële Cylindroïde de la Trompe, celle qui en réſultera, ne ſera plus une courbe concave, mais concavo-convexe, c'eſt-à-dire, partie concave partie convexe du même côté, à peu près, telle qu'eſt la ſection verticale d'une cloche. Et ſi l'on ſuit la méthode que nous avons donné, en faiſant un arc-droit hyperbolique ; dont l'amplitude & la diſtance du centre de l'hyperbole à la plus grande ordonnée, ſoient égales à la hauteur de la doële ; il en réſultera un cintre d'élevation de face, qui ſera une ovale différente de l'Ellipſe, plus élargie au deux côtez, & preſque circulaire vers ſon grand axe, ſemblable à ces ovales qu'on imite par des arcs de cercles raſſemblez, dont l'effet ne doit pas être déſagréable à la vûë, pour l'effet qu'elle produit à l'arête d'enfourchement, ou plûtôt de rencontre de la ſurface de la doële de la Trompe avec celle de la Tour ronde.

Seconde eſpéce de Trompe en Tour ronde, érigée ſur un mur Droit.

Et dont la Doële eſt creuſe, d'une concavité de Sphéroïde irréguliere.

Pour prendre une idée de la concavité de la doële que nous propoſons, il faut ſe rapeller celle de l'arriere Vouſſure de St. Antoine, qui prend ſa naiſſance ſur une ligne droite, d'où elle ſe plie en concavité de Sphéroïde irréguliere, mais dont l'arête de rencontre avec la Tour, eſt dans un plan incliné, puiſqu'elle eſt produite par la ſection d'un plan qui coupe une Tour Cylindrique. Il ſuit que cette arête eſt néceſſairement Elliptique, & non pas une courbe à double courbure, comme celle de la Trompe de doële Cylindrique ou Cylindroïde, dont nous venons de parler.

Fig. 131. Le petit axe de cette Ellipſe eſt AB, fig. 131. diametre de la

Tour, & le grand axe qui eſt ſa hauteur inclinée, eſt arbitraire.

Si l'on prenoit comme le P. Deran, pour cintre primitif le demi-cercle AHB, qui eſt la projection verticale, ou l'élevation de l'arête de rencontre de la Tour, on pourroit prendre comme lui, pour moitié du grand axe, la corde AH de la moitié de ce cintre; mais parce que ſon inclinaiſon nous paroît trop grande pour la ſolidité, nous croyons qu'il faut l'exhauſſer comme nous l'avons dit ci-devant, lorſque la ſaillie de la Trompe eſt égale au demi-diametre de la Tour, ou aprochant. Fig.

De quelque maniere qu'on faſſe, nous ne prenons pas cette projection verticale circulaire ou Elliptique, pour cintre primitif; mais l'Ellipſe AEB, formée par les axes donnez AB & AH, qui eſt la vraye ſection de la Tour, parce qu'elle donne le véritable contour de l'arête de rencontre de la Tour & de la doële, ſur lequel on peut faire une diviſion égale des têtes des Vouſſoirs, ce qui ne ſe peut, comme nous l'avons dit, ſur le contour de la projection verticale AHB.

Cette circonférence AEB, qui eſt dans ſa juſte étenduë, & courbe dans ſon état naturel, ne nous diſpenſe pas cependant de faire un dévelopement de la projection verticale ou l'élevation AHB, non pour régler la diviſion des têtes du Vouſſoir, comme à la Trompe précedente, mais ſeulement pour en former les panneaux flexibles, néceſſaires à tracer le contour de l'arête d'enfourchement de la doële concave & de la Tour.

Des diviſions du cintre primitif AEB, on abaiſſera des perpendiculaires ſur AB, qu'on prolongera juſqu'au contour AMB, qui eſt la projection horiſontale de la Tour; telles ſont I 21, II 22, III 23, IV. 24.

On en uſera de même pour les diviſions du demi-cercle *a b b*, du cintre du Trompillon; mais on ne pourra déterminer leurs projections horiſontales, qu'on n'ait tracé les courbes des joins de lit dans un profil à part.

Pour tracer les panneaux des joins de lit, on commencera par former des triangles rectangles, dont tous les côtez ſont donnez ſur l'épure; ſçavoir, 1°. La hauteur du joint à l'arête d'enfourchement 1 *p*, 2 *p*.
2°. Le rayon de la projection horiſontale 21 C, 22 C, qui fait avec la hauteur du joint un angle droit, & l'hypotenuſe eſt

la longueur des demi-diametres de l'Ellipse C I, C II, C III, C IV.

Si l'on avoit besoin du panneau du milieu de la clef, on feroit de même un triangle rectangle de l'horisontale CM, de la verticale CH, & de l'inclinée CE.

Il s'agit présentement de trouver les arcs de ces joins de lit, dont nous n'avons pris que les cordes qui ne donnent que deux points de
Fig. 213. chaque arc ; sçavoir, cf, $1f$, fig. 132. & cf $2f$.

Pour en trouver un troisiéme, on tirera les cordes B 3, B 4 de la fig. 131. sur le milieu desquelles on élevera une perpendiculaire, qui donnera les fléches m^x & n^y, qu'on transportera à la fig. 132. sur le milieu des cordes cf $2f$, cf $1f$, en m^x & n^y, & par les trois points cf x 2^f, cf y 1^f, on fera passer les arcs qui feront les panneaux des arêtes des joins de lit, de même que cf z c^f, pour le milieu de la clef dont N z est égal à N z, de la fig. 131.

Il ne reste plus pour achever le contour de ces panneaux, que d'y joindre la courbe du joint de tête, qui est une portion d'Ellipse, dont la projection se trouve sur le plan horisontal AMB, en abaissant des points du joint de tête 3 g 7, des perpendiculaires 2^3 G 1^7, & menant sur 3 2^3, la perpendiculaire 1^7 K & sa parallele l G, suivant notre méthode ordinaire ; si on éleve des perpendiculaires sur 3' 7, & qu'on y porte les longueurs de celles de la projection horisontale K 2^7 en 3 k, & l G en g l, la courbe 7 g l k, sera celle du joint de tête que l'on cherche.

Ou plus simplement, par les points 2^3, G, 1^7, qui sont la projection horisontale des points 3, g, 7 de l'élevation, & par les points 2_4, Q, B, qui sont celle des points 4, q, 8, on menera des paralleles à AB, Q u, 2^4 $4f$, 17 $7f$, G gf, 2_3 3^f, prolongées indéfiniment ; & ayant pris un point sur AB, prolongée en cf à volonté, on prendra la distance cf 1^4, égale au rayon CB, qui servira pour tous les panneaux de lit ; si le cintre d'élevation AHB est circulaire ; ensuite on portera les longueurs C q & C 8, du 1er. & 4e. lit C 8, projetté sur une surface verticale, & les longueurs C g & C 7 du 2e. & 3e. lit, de Cf en cf q, cf b, cf v & cf 7, & par les points 7, v, b, q, 1^4, on menera des perpendiculaires à B cf, qui couperont les paralleles précedentes aux points 7^f, g^f, 3^f, u, & $4f$, la courbe 7^f g^f $3f$, sera celle du joint de tête 3' 7, & b u $4f$, celle du joint de tête 4' 8. Le contour 7^f 3^f c^f, sera celui du 2e. panneau & du 3e. & b $4f$-cf, celui du 1er. & 4e. lit.

Aplication du Trait sur la Pierre.

Les panneaux de lit, & ceux du dévelopement de la tête des Voussoirs dans la Tour étant trouvez, on s'en servira pour tailler la pierre, à peu près comme il a été dit pour la façon de Trompe à doële Cylindroïde, dont nous venons de parler ; excepté que celle-ci étant concave Sphéroïde, elle ne pourra être faite à la régle comme celle-là ; mais après l'avoir ébauchée de même si l'on veut, on la creusera par le moyen des cerches faites de telles sections qu'on jugera à propos pour la commodité, ou verticales, ou horisontales, ou inclinées, ces dernieres seront les plus commodes, parce qu'il n'y aura qu'à les placer sur le milieu de l'arête de la tête, & sur le milieu de celle du côté du Trompillon, & elles sont très-faciles à tracer, parce qu'il n'y a qu'à suposer un joint au milieu du Voussoir, par exemple 9 C, & en tracer le panneau comme on vient de faire pour les joins de lit, dont on fera une cerche convexe, au lieu d'un panneau concave, & avec les deux arêtes des lits, & cette cerche pour le milieu, on peut se régler à la vûë assez exactement pour la pratique ; si cependant on vouloit s'assûrer encore mieux de la forme de cette concavité, on pourroit faire une cerche de la section verticale, prise par exemple en *f* 10 1 *z*, en portant sur cette ligne considerée comme verticale aux points 10 & 1 *z*, les saillies de l'arc de doële fait sur C 9, & celle de 41 *z* 1, que donne l'arc *cf* 4*f*, fait sur le point C 1 du 1er. & 4e. joint de lit, en portant la longueur C 1 *z* en *cf* 41, & tirant la perpendiculaire 41 *z* 1 ; voyez la fig. 133. où la cerche est la courbe S *z*', dont le plan doit être mis perpendiculairement sur la base AC.

Nous n'ajoûtons rien ici touchant la courbe de l'arête du Trompillon, & celle des joins de doële ou de tête inférieure, lorsque les Voussoirs ne sont pas d'une seule piéce jusqu'au Trompillon ; ce que nous avons dit de la maniere de les tracer, & d'en faire usage dans la premiere espece de cette Trompe, où la doële est Cylindroïde, s'aplique naturellement à cette seconde, puisqu'il ne s'agit que de porter les distances de ces joins du centre de la Trompe, sur la ligne *cf* 14 du profil, & de lui mener des perpendiculaires par les points que ces longueurs donneront à leur distance du point *cf* ; ces perpendiculaires couperont les courbes des joins de lit *cf* 3*f*, *cf* 4*f*, en des points qui détermineront la longueur qu'il faudra avancer au-devant de la ligne droite de dévelopement du contour du Trompillon, sur chacune de ces divisions, comme il a été fait à la fig. 132.

Nous ne croyons pas non plus devoir ajoûter ici l'explication de ce Trait, qui est fort semblable au précedent dans la disposition de ses parties, comme on peut le reconnoître en transposant le point cf du profil, au point B ; car alors la courbe $c^f\ x\ 2^f$, représentera la courbe D b F, de la fig. 126. la différence qu'il y a, c'est que la courbe D b F est seule, l'arc-droit de toute la doële, & représente plusieurs joins de lit, qui en sont toujours une partie plus ou moins grande ; mais dans ce Trait, chaque joint de lit a sa courbe particuliere, qui différe de la prochaine en contour & en longueur. Le reste qui concerne le gauche de la doële, est commun avec l'arriere Voussure de St. Antoine.

Remarque sur l'usage.

Les Trompes dont nous venons de parler, sont du nombre de ces ouvrages que les bons Architectes doivent éviter autant qu'il est possible, parce que portant plus que les autres Trompes *à faux*, ils tendent continuellement à leur ruine.

Cependant il est certaines circonstances de situations de Bâtimens, particulierement dans des places irrégulieres, où l'on a besoin de les employer pour ménager un cabinet, comme on voit à l'ancien Hôtel de La Feüillade, à la Place des Victoires à Paris.

Il faut aussi remarquer qu'il doit y avoir du choix dans la façon de la doële de cette Trompe, qui peut être faite comme on vient de le voir en deux manieres, ou en Sphéroïde ou en Cylindroïde.

Lorsque sa situation se présente à la vûë, plus par les côtez que par la face, comme celle de l'Hôtel de La Feüillade, qui est sur une ruë, il convient de faire la doële qui sert de cû-de-lampe en Cylindroïde horisontale, parce qu'étant vûë par les côtez, on la voit sortir du mur à sa naissance, d'une maniere imperceptible sans aucun jarret, le mur étant tangent au Cylindroïde.

Mais si la Trompe se présentoit à une avenuë, d'où elle fût vûë en face ; alors il conviendroit mieux de faire cette doële de cû-de-lampe, en façon de Coquille concave, dont la figure est plus agréable à la vûë, que celle du Cylindroïde vû de face, & plus propre à recevoir des ornemens de sculpture ; & quoique le contour de cette doële soit dans une figure plane, qui fait un pli avec le mur, ce defaut ou plûtôt cette imperfection ne peut être aperçûë de front,

mais seulement vûë par les côtez ; ainsi l'un & l'autre des Traits précedens, a son aplication à différentes positions de la Trompe.

En voici une d'une autre espece, dont la doële est aussi en forme de Coquille dans un angle.

De la rencontre des Conoïdes irréguliers horisontaux, avec les Cylindres verticaux.

Nous avons appellé Conoïde régulier, le solide formé par la révolution d'une parabole ou d'une hyperbole tournant sur son axe ; ici, nous supofons que l'hyperbole génératrice, qui tourne sur son axe, souffre deux changemens dans un quart de révolution, l'un du mouvement de son sommet, qui se raproche toujours du sommet S du cône, & l'autre en ce qu'elle se redresse de plus en plus, depuis le plan vertical jusqu'au plan horisontal : nous cherchons la section d'un tel Conoïde, dont l'axe est horisontal, avec la surface d'un Cylindre vertical, laquelle est évidemment une courbe à double courbure.

PROBLEME XI.

Trompe Conico-Sphéroïde.

Courbe sous la clef, & droite sur les impostes, rachetant une Tour ronde.

Nous avons parlé au Tome précedent, pag. 451. de cette espece de Trompe, lorsqu'elle est terminée par une surface plane ; & nous avons donné le Trait de sa doële & de ses lits.

Presentement, nous cherchons comment on doit le faire, lorsqu'aulieu d'une face plane verticale, on en substituë une concave ou convexe ; comme la concave ne paroît pas d'un grand usage, nous nous arrêtons à la convexe d'une Tour verticale, dont la Trompe peut soûtenir une partie en l'air ; il est visible qu'il ne s'agit dans ce Trait, que d'un changement survenu aux têtes des Voussoirs, les doëles & les joins de lit restant les mêmes jusqu'à l'arc du cintre primitif, que nous prenons à celui de face de la Trompe citée & expliquée, lequel est ici une section dans la Tour par la corde AB.

Ainsi supofant (fig 134.) toute la partie de la Trompe ASB, com- Fig. 134.

prise entre les pié-droits AS, SB, & la corde AB, faite comme il a été enseigné au Probl. XXIV. du Tome précedent ; il ne s'agit ici que d'y ajoûter la partie de la Tour, dont le segment ADBA, est la projection horisontale.

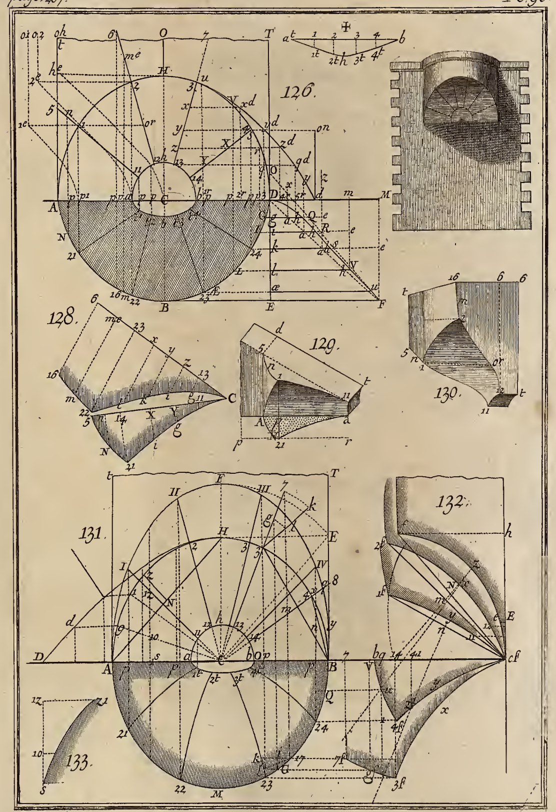
Fig. 134. Soit (fig. 134.) l'angle rectiligne rentrant ASB, sur lequel on doit faire porter en l'air une portion de Tour ronde ADB.

Sur la corde AB du segment de cercle ADB, qui est la projection horisontale de cette partie de Tour, on tracera le demi-cercle AHB pour cintre primitif, qui est une section verticale du Conoïde, par un plan perpendiculaire à son axe SC.

Ayant divisé ce cintre en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé à l'ordinaire des perpendiculaires de chacun de ces points sur le diametre AB, comme 2 p^2, 3 p^3, &c.

On cherchera les projections des joins de lit, qui doivent passer par le sommet S, & les points de projection p_2 p^3 ; mais comme ces projections sont des courbes hyperboliques, qui supposent la description de celles des véritables joins de lit à la doële, il faut commencer par les décrire, comme il a été dit à la pag. 451. du Tome précedent; si l'on opére par inscription du cône Droit SAB dans le Conoïde; mais comme il convient mieux d'opérer par la circonscription : nous tirerons une tangente TN, par le point D, le plus saillant de la Tour pris sur l'axe SCD, & nous prolongerons les côtez SA & SB, jusqu'à ce qu'ils coupent cette tangente en T & N. Cependant comme il n'y a que deux points donnez à la circonférence de chaque hyperbole ; sçavoir, un en S, l'autre à la circonférence du cintre primitif AHB, lesquels peuvent toujours être représentez en profil par les points S & A, parce que le point S est commun, & le point A distant de C, également comme les points 2 & 3 ; nous ferons ces profils en AS ou en AB, où les hyperboles passeront par ces deux points sans se confondre, à cause qu'elles sont inégalement courbes.

Pour déterminer la différence de courbure des hyperboles ; qui doivent former les arêtes des joins de lit, on déterminera les premiers axes, comme nous l'avons dit au Tome précedent, pag, 451. en tirant une corde AH, qui coupera les aplombs des divisions du cintre primitif 1 p^1, 2 p^2, aux points E & F ; les longueurs E p^1, E p^2, pourront être prises pour les premiers axes de ces hyperboles, comme on


126.
128.
129.
130.
131.
132.
133.

on a fait à la fig. 246. du Tom. précedent, par un changement de la planche poſtérieur au diſcours, qui ne la donne que pour une moitié de cet axe, on les prendra ici pour l'axe entier, afin de montrer la différence de l'effet de ce choix.

On portera donc pour la premiere hyperbole, qui doit paſſer par le point 1, la longueur E p^1 ſur l'axe C $ſ$, prolongé en S $ſ^c$ & F p^2 en $ſf$; enfin CH qui doit ſervir pour le milieu de la clef, en S $ſ^h$, & par le moyen de ces premiers axes, & ſuivant les pratiques données à la pag. 451. du 2e. Tome, & au Trait immédiatement précedent, on décrira les trois hyperboles SYB d^s, pour le milieu de la clef S^h t^h, pour le joint paſſant par le point 2, & enfin S i t^i, pour celle qui doit ſervir à former l'arête du premier joint, paſſant par le point 1 du cintre primitif.

Apre's avoir déterminé les vrayes courbes des arêtes des joins de lit, qui ſont en œuvre dans des plans inclinez; il faut en chercher les projections horiſontales t^2 x S, t^1 y S, qui ſont encore des hyperboles, par le Theor III. du premier Livre, mais moins courbes que celles qui les produiſent.

Nous avons donné à la pag. 451. du Tome précedent, la maniere de les tracer, par le moyen des premieres; on en peut revoir la pratique. Il n'y a qu'à prendre leurs ordonnées d h, d h pour la grande, qui paſſe par le point 2 en œuvre, & d i, d i pour la petite, qui paſſe par le point 1, & les porter ſur les rayons C 1 C 2, du cintre primitif en C h^2, C i^1, & par les points h^x, i^y, tirer des paralleles à l'axe DS, qui couperont les ordonnées h d & i d, prolongées aux points x, y, par leſquels on tracera les courbes t^2 p_2, x S & t^1 p^1, y S, qui ſeront les projections demandées.

Ces projections horiſontales des joins de lit qu'on vient de trouver, ne peuvent ſervir à la formation des doëles plates, comme dans les Voutes coniques, parce que les quatre angles de chaque Vouſſoir, ne ſont pas dans un même plan, c'eſt pourquoi il faut terminer ces panneaux par les angles les plus bas au profil, afin d'avoir aſſez de pierre pour la poſition des panneaux de lit, ſur les joins ébauchez.

Pour ne pas trop embroüiller l'opération, nous ſupoſerons les hyperboles décrites du côté SB poſées en SA; par exemple, SA i^1, pour la premiere qui ſe termine au point 1', par la parallele à AB, menée par la projection du joint t^1, ſur la face ADB de la Tour ronde; enſuite, la ſeconde h^2 AS, qui ſe termine en h^2, par la parallele h^2 t^2,

paſſant par la projection t^2 du 2e. joint, à la face de la Tour A t^2 D.

Dans cette hypotheſe, cette partie de l'épure peut ſervir de profil, où les lignes h^2 V, i^1 u, k d, I d, peuvent repréſenter les hauteurs des quatre angles du Vouſſoir, qui ne ſont pas dans un même plan, par les raiſons que nous avons donné au commencement du 2e. Tome; c'eſt pourquoi on tirera une ligne droite, par les deux angles les plus bas de la tête de face & de celle du Trompillon, qui ſont marquez à ce profil en h^2 & en I, qui coupera l'axe prolongé C$ſ$ en R, d'où l'on tirera auſſi par les points t^1, t^2 de la face ronde ADB des lignes droites, qui donneront la projection RG t^2 R, qui eſt celle d'une doële plate, inſcrite dans le Conoïde, comme un côté de pyramide, dont le ſommet feroit en R.

Pour tracer cette doële plate dans ſon étenduë, & en former un panneau pour ébaucher la pierre, on décrira du point V pour centre, un arc de cercle h^2, 1" 2", qui ſera une portion de baſe de cône Droit, partie inſcrite, partie circonſcrite au Conoïde, paſſant par le joint de face t^2, dans laquelle portion de baſe, on déterminera les points 1", 2", correſpondans du cintre primitif 1, 2, ou en élevant des perpendiculaires G 1", t^2 2", ſur les points t^2 & G, ou en tirant par le point V, des rayons V 1", V 2", paralleles à ceux du cintre primitif C 1, C 2, qui couperont cet arc aux points 1", 2".

Il ne reſte plus pour la préparation néceſſaire à former la doële plate, qu'à déterminer la grandeur de la tête du côté du Trompillon, pour laquelle on prendra la diſtance d I, du point I, le plus bas de la tête ſur le Trompillon à l'axe SC, qu'on portera en V l & VL ſur les rayons V 1", V 2", & l'on formera le panneau de doële plate, comme il ſuit.

Fig. 135. Ayant fait dans une figure à part 135. deux lignes à l'équerre $o\,m$, $g\,t$, on portera ſur $g\,t$, de part & d'autre du point o, les moitiez de la longueur L l de la fig. 134. & les moitiez de la longueur 1", 2", en $o\,g$ & $o\,t$, puis on tirera par les points g & t, des paralleles à la ligne du milieu $o\,m$.

Puis prenant au profil la longueur I h^2, de cet intervale pour rayon, & des points I & L pour centre, on décrira des arcs qui couperont ces paralleles en G & T, le trapeze IGLT, fera une doële plate réguliere d'une pyramide Droite, inſcrite dans le Conoïde, comme pour former un Vouſſoir exactement conique; mais comme elle excede la Voute conoïde, propoſée de toute la partie repréſentée à

la projection par le triangle mixte G t^1 t^2 qu'il faut retrancher, on réduira la partie circulaire t^1 t^2, qui eſt la projection de l'arête à la face en Tour ronde, en parties droites à pans, en tirant t^1 Q perpendiculaire à GR, laquelle coupera VG en Q, par où on élevera Q q parallele à G 1^u, qui coupera la corde 1^u 2^u en q ; on portera la longueur q 2^u en T Q, de la fig. 135.

Ensuite pour avoir la valeur de la ligne G t^1, qu'il faut retrancher, on menera t^1 z parallele à AB, qui coupera la ligne de profil h^2 R au point z, la longueur h^2 z, ſera tranſportée à la fig. 135. de G en Z ſur GI, par les points Z & Q, on tirera ZQ, qui retranche du panneau, la partie ZGQ, qui eſt repréſentée à la projection horiſontale, par le triangle G t^1 Q ; ainſi on réduit la doële plate à une tête à pans ZQT, pour enſuite venir à l'arondiſſement, comme l'on a fait à la Trompe Droite en Tour ronde.

Aplication du Trait ſur la pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de doële plate de ſupoſition, parce que la vraye doële étant gauche, la plate ne peut en toucher que trois angles ; on y apliquera le panneau de la fig. 135. pour y en tracer le contour deſtiné au ſecond Vouſſoir.

Ensuite, on abattra la pierre avec le biveau x N² y de lit & de doële, fait ſuivant notre methode, comme pour une Trompe Droite, à laquelle nous avons en effet réduit celle-ci, comme je l'ait dit, en tirant par le joint t^2, le plus avancé du ſecond Vouſſoir, la ligne h^2 V.

Pour rapeller au Lecteur, la maniere de tracer ce biveau, on l'a tracé dans la fig. 134.

Sur la projection R t^2, ayant fait la perpendiculaire t^2 2^u, égale à t^2 2^u, on a tiré la ligne 2^u P, perpendiculaire à 2^u R, qui coupe la projection R t^2 prolongée en P, où l'on a tiré x P z, perpendiculaire à la même RP, qui coupe l'axe S C prolongé en Z, & la ſection de la doële avec l'horiſon R x en x, laquelle ſection a été trouvée par la prolongation de la corde 2^u 1^u, juſqu'à la rencontre de la ligne V o en X, d'où l'on a tiré par le ſommet R, la ligne RX x, la longueur 2^u P, étant portée en N², ſur la projection RP prolongée ; ſi l'on tire N² x & N² z, l'angle du ſuplément x N² y, ſera

celui du biveau cherché pour le lit de deſſus ; on trouvera de même celui de deſſous.

Ayant abattu la pierre avec les biveaux de lit & doële, le long des côtez du panneau de doële plate, on levera deux panneaux au profil, pour l'intervale qui doit reſter entre l'arête droite de la doële plate, & l'arête courbe du veritable joint de lit, leſquels panneaux ſeront deux triangles mixtes ; ſçavoir, I i^1 z, pour le lit de deſſous, dont on poſera le point I, ſur le point I de la fig. 135. & le point z de la fig. 134. ſur le point Z de la fig. 135. enſorte que la ligne droite z I, ſoit poſée en ZI, le côté courbe hyperbolique I i i^1 du panneau, donnera la trace du vrai joint de lit ſur le plan du premier lit.

De la même maniere, on apliquera ſur le lit de deſſus, le panneau triangulaire mixte, levé au profil en k I h^2, poſant le côté droit I h^2, de la fig. 134. en l T, de la fig. 135. le long de l'arête de la doële plate ; le côté courbe de ce panneau k h h^2, donnera ſur le lit de deſſus, le contour k h T, de la fig. 135. qui eſt la véritable arête du joint de lit à la doële Conoïde.

On levera auſſi pour la tête du Trompillon, le panneau triangulaire mixte I x 2, de la fig. 136. qui a été faite pour la tête du Trompillon, de la maniere qu'il a été dit à la pag. 454. & tracé à la fig. 247. planche 65. du Tom. précedent ; & on l'apliquera ſur la tête du côté du Trompillon, paſſant par les trois points donnez I l k, de la fig. 135. repréſentez en élevation en I l 2, ce qui détermine déja trois courbes de contour de la doële. On en trouvera un quatriéme, en portant ſur les arêtes des joins de lit les longueurs k A & IA, en k a & I a, de la fig. 135. & apliquant ſur les points a & a, la cerche de l'arc 1, 2 du cintre primitif, poſée en angle aigu, avec un biveau formé ſur l'angle mixte CA h ou CA i du profil, ſuivant laquelle faiſant une plumée, on aura quatre courbes, entre leſquelles on creuſera la doële Conoïde, dont il eſt queſtion.

Enfin, ſur la tête de face qui a été faite à pans, comme à la Trompe en Tour ronde, pag. 106. on tracera l'arc de cercle horiſontal t^1, t^2 pour former cette tête, comme il a été dit au Trait cité.

Explication Démonſtrative.

Nous avons dit en parlant de la même Trompe à face plane au Tome précedent, qu'on arondiſſoit le fond de la Trompe, pour di-

minuer autant qu'il eſt poſſible l'angle ſolide mixte formé par les deux murs de pié-droits de la Trompe, & la partie de ſurface conique des Trompes ordinaires, afin que le fond du Trompillon ait plus de grace, & que cet arondiſſement ne pouvoit être parfait, c'eſt-à-dire, ſans jarret, que ſous le milieu de la clef, où la courbe hyperbolique eſt tangente par ſon ſommet à la ligne verticale, qui eſt l'interſection des ſurfaces planes des murs des pié-droits, & qu'enfin cet arondiſſement devoit diminuer depuis la clef, juſqu'aux impoſtes où il s'évanoüit, parce que les hyperboles ſe redreſſent inſenſiblement à chaque joint de lit.

COMME les courbures des hyperboles, ſont déterminées par l'éloignement de leurs centres du ſommet $ſ$ de l'axe on peut les diminuer ſuivant tel raport que l'on voudra ; à la fig. 246. de la planche 65 nous les avons éloigné de la moitié ſeulement, des lignes p^1 E, p^2 F de cette figure, quoique par mégarde dans le diſcours, nous ayons pris le double pour la moitié ; ici, nous l'avons éloigné de tout cet intervale, pour faire voir ce qui réſulte de ce changement, qui eſt que la courbe d'arondiſſement de la tête du Trompillon s'éleve un peu trop en $ſ$, de a^t en I, & de b^t en t, aulieu qu'en prenant les intervales E p^1, F p^2, ſeulement pour les premiers axes, l'arondiſſement eſt plus agréable à la vûë, que les prendre pour la diſtance du ſommet $ſ$, au centre de chaque hyperbole, ce qui double la longueur de leurs premiers axes.

Seconde Eſpece de Trompe droite ſur les impoſtes.

Courbe ſous la clef, & rachetant une portion de Tour ronde, lorſque la Trompe eſt rampante.

LA différence de cette Trompe avec la précedente, conſiſte en ce que ſon cintre primitif vertical, perpendiculaire à la direction horiſontale, n'eſt pas circulaire ſur un diametre horiſontal, mais Elliptique ſur un diametre rampant.

D'ou il réſulte quelque différence dans la conſtruction ; premierement, en ce que les arêtes des joins de lit, ne ſont pas des arcs d'hyperboles régulieres, comme celles de la Trompe précedente, mais irrégulieres, déduites d'une hyperbole ou de quelque autre courbe, priſe pour arc principal de la courbure qu'on veut donner vers

le milieu de la clef, dans une fection verticale, paffant par le fommet de la Trompe.

La même irrégularité auroit pû convenir au Trait précedent, fi le cintre primitif n'avoit pas été circulaire.

Comme la principale difficulté de ce Trait, confifte à la formation des courbes des joins de lit, nous nous y arrêterons uniquement, renvoyant celle des panneaux de doële plate & des biveaux aux Traits précedens.

Pl. 97. Fig. 138. Soit (fig. 138.) l'angle rentrant ASB, celui des pié-droits fur lefquels on doit conftruire la Trompe rampante, & l'arc ATB, la projection horifontale de la partie de Tour ronde, qu'elle doit porter.

Soit auffi la ligne BR, la différence de hauteur des naiffances A & B, prife fur une perpendiculaire à la corde AB; la ligne AR, fera le diametre du cintre primitif, dont le milieu C fera le centre, & la ligne CH, prife à volonté fur une ligne DCH perpendiculaire à AB, fera fon demi diametre conjugué; nous avons fait ici CH égal à DA. Sur les diametres conjuguez donnez, on décrira par le Probl. VIII. du 2e. Livre, la demi-Ellipfe AHR pour cintre primitif, que l'on divifera en fes Vouffoirs aux points 1, 2, 3, 4, affectant autant qu'il fera poffible, que les points 3 & 4, qui font les joins de lit de la clef, foient de niveau.

Le cintre primitif AHR étant tracé, il faut fe déterminer au choix de la courbe de profil, vers la clef qui doit être une parabole ou une hyperbole, tangente à la ligne droite d'interfection des pié-droits au point S, dans laquelle il n'y a que deux points donnez; fçavoir, le point S de fon fommet, & un point *h*, déterminé par une ordonnée D*h*, qui doit être égale à la hauteur DH, compofée du demi-diametre vertical CH du cintre primitif, & de la hauteur DC de fon centre C, fur l'horifon AB.

Puisqu'il n'y a que ces deux points donnez, il eft clair qu'on peut y faire paffer des courbes différentes, plus ou moins concaves, comme on l'a vû au Trait précedent, en prenant des centres d'hyperboles plus près ou plus loin du fommet S.

Suposant que cet arc *principal*, foit la courbe prife à volonté S*g h*I, on s'en fervira pour régler toutes les courbes des joins de lit à la

134.

135.

136.

137.

doële, dont on cherchera autant de point qu'on voudra ; par exemple ſeulement trois, l'un au Trompillon $a\ b$, l'autre au cintre primitif AB, & le troiſiéme à la tangente NTE. Si l'on en vouloit chercher davantage, il faudroit tirer d'autres paralleles à la ligne AB, en auſſi grand nombre qu'on veut trouver de points de chacune des courbes.

Il s'agit préſentemant de tracer pluſieurs cintres différens, ſur les projections des diametres donnez au plan horiſontal, comme $a\ b$ & NE, ſur leſquels il faut faire les profils des diametres rampans $a\ r$, N R^e, ce qui eſt aiſé ; car ſi par les points a & N, on mene des paralleles à AR, & par les points b & E, d'autres paralleles à BR, on aura par leurs interſections les points r & R_e, & par conſéquent, les diametres rampans $a\ r$, N R^e, ſur le milieu deſquels portant les diſtances $m\ g$ & TI de l'axe S T, à la courbe de profil S $g\ b$ I, on aura les demi-hauteurs m G, T i, qui déterminent les extrêmitez des diametres G c, & $C^2\ i$ des nouvelles Ellipſes, qui doivent être les cintres tranſverſaux de la doële Conoïde, coupée par des plans verticaux, élevez ſur les lignes $a\ b$ & NE, leſquelles demi-Ellipſes, ſeront tracées comme la premiere AHR, par le Probl. VIII. du 2e. Livre.

Ces mêmes demi-Ellipſes, ſeront facilement diviſées en joins de lit, correſpondans aux diviſions du cintre primitif, en menant par leurs centres c & Ce, des paralleles aux demi-diametres C^1, C^2, C^3, C^4 du cintre primitif, comme la figure le montre.

Ces demi-diametres, ſeront prolongez juſques aux lignes horiſontales de leurs baſes $a\ b$, AB, NE s'il le faut, qu'elles couperont en des points o^1, o^2, o^3, o^4, à la baſe du cintre primitif, & t^1, t^2, t^3, t^4, à celle de la tangente NE, & au Trompillon $a\ b$, aux points n^1, n^2, n^3, n^4 ; les lignes t^1 S, t^2 S, t^3 S, t^4 S, feront les ſections des plans des lits avec l'horiſon, leſquelles pourront être priſes pour les baſes des profils, qui ſerviront à les décrire, je dis pour des baſes, & non pour des axes de ces courbes ; car leurs ordonnées ne doivent pas être à angle droit, comme l'a avancé M. de la Hire dans ſes Leçons ; quoique je reſpecte la mémoire de ce Grand Mathematicien, & même qu'elle me ſoit chere, par l'attachement que j'avois pour lui & pour Mrs. ſes Fils. Je crois devoir remarquer cette inadvertence, qui pourra me rendre peut-être excuſable, s'il m'eſt arrivé de me tromper en quelque choſe, puiſque les Grands Hommes ne ſont pas infaillibles. Voici dans l'exactitude, la maniere de faire ces profils, en cherchant les angles des ordonnées, avec les abſciſſes des courbes.

De chaque point de diviſion du cintre extérieur tangent N *i* Rₑ, on abaiſſera des perpendiculaires ſur la baſe horiſontale NE, qui la couperont aux points p^1, p^2, p^3, p^4, p^5, par leſquels on menera des lignes au point S, qui ſerviront de baſe pour trouver par des profils, les valeurs des cordes imaginées, tirées depuis les points 1e, 2e, 3e, &c. de ce cintre au ſommet S, par le moyen des hauteurs p^1 1e, p^2 2e, p^3 3e, &c. comme l'on a coûtume de faire pour trouver la valeur des projections des joins de lit, dans les Trompes coniques ; par exemple, ſur S p^1, ayant élevé en p^1, la perpendiculaire p^1 f^1, égale à p^1 1e, l'hypotenuſe f^1 S, ſera la valeur de la corde qu'on cherche.

Ces valeurs étant trouvées, on fera pour chaque joint de lit, un triangle avec trois lignes données ; ſçavoir, 1°. La ſection du plan du joint prolongé avec l'horiſon. 2°. La corde de la courbe de l'arête du joint. 3°. La longueur du joint dans le vuide, depuis le joint de tête juſqu'à l'horiſon.

Par exemple, pour former le plan incliné du premier joint de lit dans le vuide de la doële, & ſon contour courbe, qui doit donner la
Fig. 139. cerche ou le panneau du lit, on portera à part (fig 139.) la ligne S t^1 de la ſection, avec l'horiſon en *ſ* T^1, avec ſes diviſions o^1 n^1, puis avec la longueur S f^1 pour rayon, & du point *ſ* pour centre, on fera un arc *d* 1e, & du point T^1 pour centre, & de l'intervale 1e t_t, de la fig. 138. pour rayon, on décrira un ſecond arc qui coupera le premier au point 1e, pour tirer la ligne T^1 1e, à laquelle on menera par les points o^1 n^1, des paralleles o^1 1^x, n^1 1^n indéfinies ; pour en déterminer les longueurs, on prendra à la fig. 138. le ligne 1 o^1, qu'on portera en o^1 1^x; & la ligne 1^n n^1; qu'on portera en n^1 1^n de la fig. 139. par les points *ſ* 1^n, 1^x 1e, on tracera à la main ou avec une régle pliante, une courbe qui ſera celle de l'arête du joint de lit à la doële, ſur laquelle on formera le creux du panneau du premier lit.

Par la même maniere, on trouvera la courbe *ſ* 2^n, 2^x, 2e du ſecond joint de lit, en prenant pour baſe du triangle, qui donne l'inclinaiſon des ordonnées, la ligne S t^2 avec ſes diviſions à la fig. 138. qu'on portera en S T^2, de la fig. 139. puis avec les lignes f^2 S, & 2e t^2, on fera un triangle *ſ* t^2 2e, qui donnera l'angle *ſ* T^2 2e des ordonnées avec les abſciſſes, leſquelles ordonnées, ſeront priſes à la fig. 138. aux lignes 2 o^2 du cintre primitif, & 2^n n^2 du Trompillon.

On verra à la fig. 140. le reſte des profils des courbes des joins de lit de cette Trompe, où l'on a marqué les mêmes lettres qu'à la fig. 138. d'où ils ſont tirez.

Nous

Nous renvoyons la conftruction des panneaux de doële plate au Trait précedent, & la formation de la tête ronde, au Trait de la Trompe en Tour ronde, pag. 106. pour former les courbes des joins de tête fans panneaux de lit, ou fi l'on veut en former des panneaux, on fe fervira de la méthode qui a été donnée pour toutes les Voutes en Tour ronde, comme Porte, Defcente, Trompe &c. qui eft de ralonger l'arc de cercle de la projection horifontale en arc Elliptique, parce que tous les lits étant des furfaces planes, leurs fections à la furface des Tours, font des arcs Elliptiques.

Explication Démonftrative.

Si l'on releve par la penfée, les figures mixtes N*i* R[e] E, AHRB, *a h r b*, qui font couchées fur le plan horifontal, en fituation verticale fur leurs bafes NE, AB, *a b*, & le triangle mixte S*g*, IT fur fon axe ST, auffi en fituation verticale, on pourra fe repréfenter facilement toutes les raifons de la conftruction de ce Trait.

Et enfin, fi l'on examine dans cette fituation les inclinaifons des lignes 1 t^1, 2 t^2, 3 t^3, &c. & qu'on imagine des plans paffans par ces lignes & par le point S, on reconnoitra facilement tous les profils qu'on vient de faire aux figures 139. 140.

Il faut remarquer que tous ces plans de lit qui fe croifent, ont leur commune interfection à l'axe de la Trompe, qui eft repréfenté en projection horifontale, par la ligne ST, & en profil par la ligne inclinée à l'horifon SX, faifant TX = TÇ[e] ; mais quoique leur interfection foit dans une feule ligne, elle fe trouve différemment fituée dans tous les plans des joins de lit prolongez dans le vuide, comme on le voit à leurs profils, aux fig. 139. & 140. en fX^1, fX^2, fX^3, fX^4, & fX^5, ce qui vient de la différence de leurs inclinaifons.

Il eft vifible par la 16. Prop. du 11[e]. Livre d'Euclide, qu'en faifant dans chacun des cintres tranfverfaux des lignes NR[e] E, *a r b*, paralleles aux demi-diametres des divifions des Vouffoirs du cintre primitif ; les lits feront des furfaces planes, qui pafferont par les divifions 1[e], 1, 1[n] ; 2[e], 2, 2[n], au lieu que fi l'on avoit fait leurs divifions égales entr'elles dans chacun, les furfaces des lits feroient devenuës gauches, ce qu'il faut éviter par les raifons que nous avons donné au 3[e]. Livre.

Des Voutes composées de surfaces Cylindroïdes, inclinées à l'horison.

En termes de l'Art.

De la Vis St. Giles quarrée, ou sur tel Polygone qu'on voudra.

Ce n'est pas donner une juste idée de la *Vis St. Giles quarrée*, que de la représenter, ainsi que Mr. de la Ruë, comme un composé de *Berceaux en descente, biais par les deux bouts*; il faut y ajoûter que ces Berceaux sont d'une irrégularité intrinséque, & d'une espece toute differente des Berceaux ordinaires.

Premierement, en ce que les Berceaux cylindriques réguliers, qui sont portez par des murs verticaux paralleles entre eux, sont coupez ou touchez par les plans de ces murs, suivant les lignes de leurs impostes, lesquelles sont droites, paralleles entre elles, & par conséquent dans un même plan horisontal ou incliné en descente; ici les lignes des deux impostes sont bien droites, & dans des plans verticaux paralleles entre eux, mais elles ne sont pas toutes les deux dans un même plan incliné, comme l'on peut voir à la fig. 141. qui représente une portion de la Vis où les impostes *a b* & *e f* se croisent à leur milieu en *m*, par conséquent elles ne sont pas dans le même plan.

Pl. 99. Fig. 141.

La raison qui fait qu'elles se croisent, est que les extrémitez *a* & *b* du grand côté du Berceau, & celles du petit *e* & *f* doivent être de niveau entre elles, en bas, comme *a e*, & en haut comme *f b*, ainsi les impostes sont inégalement inclinées, afin que la plus courte parvienne à même hauteur que la plus longue, dans les diagonales des angles de la Tour *a* E, FB.

La *seconde différence* des Berceaux de la Vis aux cylindriques réguliers consiste en ce que, quoique les impostes *ab*, *ef* ne soient pas paralleles à la ligne du milieu C *c*, qui est l'axe du Berceau de la Vis, elles sont cependant encore des lignes droites, ce qui est impossible dans les Berceaux réguliers, parce que les sections des cylindres faites par des plans inclinez qui croisent l'axe, sont nécessairement des courbes Elliptiques.

La *troisiéme différence* consiste en ce que, dans les Berceaux réguliers toutes les sections perpendiculaires ou obliques à l'axe, qui sont faites

par des plans paralleles entre eux, font égales entre elles ; dans la Vis St. Giles quarrée elles ne font ni égales ni femblables, en ce que l'impofte *e f* du côté du Noyau étant plus inclinée à l'horifon que celle du piédroit *a b* de la Tour, les extremitez du diametre tranfverfal de la fection plane verticale perpendiculaire au piédroit, feront par-tout à des hauteurs inégales, excepté au milieu fur M *m*, où la fection eft perpendiculaire aux deux piédroits du Noyau & de la Tour, dans lequel diametre les projections verticales de tous les joins de lit fe croifent.

Enfin dans les Berceaux biais en defcente, toutes les fections verticales ou inclinées faites par des plans tranfverfaux, qui forment les joins de doële aux têtes des Vouffoirs, ont leurs diametres ou de niveau, ou toûjours inclinez d'un même angle à l'horifon, ici ils font tous inégalement rampans.

Ces différences préfupofées, pour fe former une jufte idée de la Vis St. Giles quarrée ou à pans, il faut fe rapeller la génération de la Vis St. Giles ronde, que nous avons dit au tome 2. pag. 417. fe former par le mouvement d'un demi cercle, ou d'une demie Ellipfe verticale, qui fe meut par fon centre fur une hélice, à l'axe de laquelle fon diametre qui eft toujours de niveau, eft toujours dirigé ou toujours perpendiculaire à la courbe de la projection de cette hélice, fi elle n'eft pas circulaire.

Si l'on fubftituë à la courbe à double courbure des impoftes de la Vis St. Giles ronde, une fuite des lignes droites infcrites dans chaque hélice de l'impofte de la Tour & de celle du Noyau, qui foient en nombre égal & égales entre elles dans chaque impofte, & à chaque révolution de ces hélices différentes ; on aura au lieu d'un corps cylindroïde tournant, plufieurs portions de cylindroïdes terminées les unes aux autres tournantes & rampantes, dans une Tour de bafe en polygone, qui peut être d'autant de côtez que l'on voudra ; il pourroit être triangulaire, quarré, pentagone, éxagone, &c. de forte que fi le nombre de ces côtez devient infini, la Vis retombe dans le cas de la Vis St. Giles ronde.

D'ou il fuit, 1°. que dans la Vis St. Giles quarrée, comme dans la ronde, on doit obferver la même pofition du demi cercle générateur, ou de la demie Ellipfe generatrice, tant à l'égard de l'axe, pour avoir les têtes & les diagonales des Berceaux rampans qui aboutiffent les uns aux autres, qu'à l'égard du niveau de fon diametre.

Secondement, que ce cintre generateur, qui eft toujours le même, & en même pofition dans la Vis St. Giles ronde, n'eft ici égal à lui-

même que dans les positions des milieux des Berceaux, & lorsqu'il en est également éloigné en dessus & en dessous, suposant que sa direction à l'axe est toujours la même ; de sorte que ce cintre s'élargit continuellement à mesure qu'il s'éloigne de la position perpendiculaire aux plans verticaux passans par les milieux des impostes, & au contraire qu'il se rétrecit peu à peu à mesure qu'il aproche de cette position perpendiculaire.

Troisie'mement, que ce cintre générateur n'aura plus son diametre de niveau lorsqu'il ne sera plus dirigé à l'axe de l'hélice, ni de même longueur, parce qu'il est toujours plus ou moins incliné à l'horison, quoique sa projection soit toujours égale dans le plan horisontal.

Un quartier d'escalier tournant dans un angle ABD, fig. 142. est très propre à expliquer ce que je veux dire ; car si l'on imagine sur chacune des arêtes des marches AE, KI, BF, LN, DG, un cintre qui soit toujours de même hauteur à la clef HC, on verra que ce seront autant d'Ellipses différentes plus ou moins alongées, suivant la longueur des arêtes des marches, & suivant leur éloignement de la ligne du milieu MD, cela suposé.

PROBLEME XII.

Faire une Vis St. Giles, sur un Polygone quelconque.

Fig. 142. Soit, par exemple (fig. 142.) un quart de Tour quarrée ABDM, dans laquelle est un noyau EFGM, qui doit porter toute la partie des Berceaux rampans, & tournans entre le milieu de la Voute depuis la clef jusqu'au noyau, laquelle est plus petite que l'autre qui est du côté de la Tour.

Soit aussi GHD, le cintre primitif de cette Vis, duquel émanent tous les autres, pris sur une ligne DM tirée du milieu M, où est le centre du noyau perpendiculairement aux côtez FG du noyau, & BD de la Tour, lequel se fait ordinairement en arc circulaire, quoique rien n'empêche qu'on ne le fasse Elliptique surhaussé ou surbaissé.

Ayant divisé ce cintre primitif GHD en ses Voussoirs aux points 2, 3, 4, 5, & ayant abaissé de ses divisions des perpendiculaires à son diametre GD, qui le couperont aux points p^2, p^3, &c. on menera par ces points des paralleles à la direction des Berceaux, qui couperont la diagonale MB, aux points d^2 d^3, par lesquels on menera en retour de la face EF d'autres paralleles $d_2\,k_2$, $d_3\,k_3$, &c. qui marqueront la projection horisontale des joins de lit, lesquels dans cette

138.

139.

140.

repréſentation ſont paralleles entre eux, quoiqu'ils ne le ſoient pas dans leur projection verticale.

Pour former des têtes des Vouſſoirs, on menera du point M à ces côtez de la Tour, autant de droites ML, MB, MK, que l'on voudra avoir de cintres différens, pour tracer les joins de tête des Vouſſoirs ſuivant leurs longueurs, obſervant les liaiſons, de ſorte que les cintres ſur IK & NL ne ſeront pas ceux d'un joint continu, mais ils ſerviront par parties.

Quant à celui qui eſt ſur la diagonale FB, il ſervira dans ſa moitié b^d B^c, pour l'angle rentrant du concours des deux Berceaux, & dans ſon autre moitié b^d F, pour l'arête ſaillante du même concours.

Sur les parties IK, FB, NL de ces lignes compriſes entre le noyau & la tour, on décrira des cintres Elliptiques par le moyen des hauteurs des aplombs du cintre primitif p^2, p^3, p^4, p^5, qu'on portera perpendiculairement ſur les diametres NL, FB, IK, aux points où ils ſont coupez par les paralleles des projections des joins de lit, ainſi on aura le cintre Elliptique d'enfourchement FbB, & l'autre intermediaire I b^d K, qui ſera égal à celui qu'on peut faire ſur NL, ſi l'on ſupoſe FN égal à FI.

Cette préparation étant faite, il faut prendre un moyen de conſtruction différent de ceux qu'on a pris juſqu'ici, pour la formation des Berceaux en deſcente, que nous avons exécuté par le moyen des doëles plates, parce que les doëles ſeroient gauches, & par conſéquent de très difficile exécution, qu'on ne pourroit faire qu'à deux repriſes, en ſupoſant à la premiere une ébauche en des doëles plates, enſuite cherchant le troiſiéme angle ſur un lit, comme nous l'avons dit ailleurs; mais quand on s'y prendroit par ce moyen, on ſe trouveroit encore dans l'embarras de la formation des lits qui ſont auſſi gauches, c'eſt pourquoi on a jugé que la voye la plus ſimple & la plus courte eſt celle de l'équarriſſement à peu près, comme il a été fait pour la Vis St. Giles ronde, dans laquelle on a formé des Cylindres concentriques ſur les projections des joins de lit, pour tracer ſur ces ſurfaces les hélices de ces joins rampans.

Ici nous formerons des Tours quarrées concentriques par des ſurfaces planes verticales élevées ſur les projections horiſontales des joins de lit, ſur leſquelles nous tracerons les arêtes de ces mêmes joins rampans.

Par les rencontres de ces ſurfaces, il ſe formera des angles de deux eſpeces, les uns ſaillans depuis le noyau juſqu'à la clef, les au-

tres rentrans depuis la clef jusqu'aux murs de la Tour, comme aux Voutes d'arêtes ordinaires, c'est pourquoi les Voussoirs d'enfourchement doivent être considerez, l'un dans l'angle rantrant comme en *a b d*, fig. 146. l'autre en angle saillant comme en *e f g*, fig. 145. quoique dans le fond ces deux angles soient égaux entre eux.

Suposant donc pour ébauches des Voussoirs des portions de Tours quarrées comme celles des fig. 145. 146. il s'agit d'y tracer les arêtes des joins de lit qui doivent être dans leurs surfaces planes & verticales, ce que l'on pourra faire facilement dès qu'on connoitra l'angle de leur inclinaison avec l'horison, ou ce qui revient au même son complement, qui est l'angle d'un aplomb avec chaque arête.

Ayant prolongé la ligne du milieu EM en haut ou en bas, on prendra sur cette ligne un point O à telle distance au dessus ou au dessous de l'horisontale MD, que le point B doit monter ou descendre au dessus du point A, par exemple, s'il y avoit deux marches entre ces deux points, comme en IK & FB, on prendroit la hauteur MO égale à celle des deux marches.

Puis du point O, on tirera des lignes droites à tous les points des projections des divisions des joins de lit du diametre GD du cintre primitif, comme OG, O p^2, O p^3, O p^4, O p^5 OD, qui donneront les différentes inclinaisons de tous les joins de lit, & sur lesquelles on trouvera les valeurs de toutes les parties de leurs projections, & avec beaucoup de facilité si le côté AB comprend un nombre de girons de marches égaux entre eux comme AK, KB; car supposant qu'il en contienne deux, on divisera la hauteur des marches OM en deux également en *n*, par où l'on tirera *n k* parallele à MD, qui coupera tous les profils des joins de lit aux points *i*, Y, Z, *z*, *y*, *k*, les longueurs O *i*, OY, OZ, O *z*, &c. seront les valeurs des joins de lit que l'on cherche, ou si l'on veut leurs restes jusqu'à GD, comme *i* G, Y p^2, &c. qui leurs sont égaux.

Si l'intervale AB n'étoit pas divisé également par les girons, comme si KI étoit plus près de B que de A, alors il faudroit abaisser sur MD des perpendiculaires I *i*, k^2 Y, k^3 Z, &c. qui couperoient (étant prolongées) les profils des joins de lit OG en *i*, O p^2 en Y, O p^3 en Z, &c. soit qu'il s'agisse de plusieurs têtes de Voussoirs ou d'une seule, comme par exemple *q* Q, projection donnée qui tend, comme les autres, au centre M, on menera par les points *q* & Q des perpendiculaires sur le diametre horisontal GD, lesquelles étant prolongées couperont les profils correspondans O p^4 en X &

$O\ p^5$ en x ; les longueurs $X\ p^4$, $x\ p^5$ feront les valeurs des projections horifontales $Q\ b^5$, $q\ b^4$ que l'on cherche, & les angles $q\ X\ p^4$, & $Q\ x\ p^5$ ceux de leur inclinaifon avec un aplomb, dont le complement eft celui de leur inclinaifon avec une ligne de niveau.

Par le moyen de ces angles, on peut tracer les joins de lit fur les furfaces verticales des Vouffoirs ébauchez en portions de Tours quarrées, comme aux fig. 145. & 146. par le moyen d'un biveau ou d'une fauterelle ouverte fur l'angle de l'épure qui convient aux Vouffoirs, par exemple, fur l'angle $q\ X\ p^4$, pour avoir l'inclinaifon de l'arête q 4 fur la furface $a\ b$ BA de la fig. 146. en montant d'un côté de b B, & en defcendant de l'autre.

Mais parce qu'on a befoin de la hauteur de la retombée, il y en a, comme M. de la Ruë, qui font des panneaux en parallelogrames, pour être apliquez fur les furfaces verticales qui paffent par les joins de lit, ce que l'on peut faire d'une maniere plus fimple que celle de l'Auteur cité.

Ayant prolongé les horifontales DG vers d, & $k\ n$ vers N, on leur menera auffi des paralleles par les points 2, 3, des divifions du cintre primitif, comme $2\ f$, $3\ f$; puis ayant pris à volonté un point y^5 fur N n, on menera par ce point la ligne $y^5\ 5^u$ parallele à $y\ p^5$ du profil qui lui fera auffi égale, parce qu'elle eft entre mêmes paralleles horifontales ; par le point 5^u, on élevera la perpendiculaire $5^u\ 5^e$, qui fera auffi égale à $p5\ 5$, qui eft la hauteur de la retombée du cintre primitif, puis on tirera $5^e\ l$ parallele & égale à $5^u\ y^5$, le parallelograme $l\ 5^u$ fera celui du panneau que l'on cherche.

De la même maniere on fera le panneau $l\ 4^e$, en tirant par le point l, la ligne l 9 parallele & égale à $z\ p4$ du profil, & 9 4e égale & parallele à 9 4 hauteur de retombée du cintre primitif G H D, enfin en faifant $4^e\ f4$ parallele & égale à l 9, qui formera le parallelograme $f4$ 9 pour le fecond Vouffoir du côté de l'angle rentrant. *Fig.* 143.

Il fera aifé de faire de même les deux autres panneaux du côté du noyau marquez à la fig. 143. N 2e, $l\ 3^e$, lefquels panneaux ne font point ceux de la doële, mais feulement des furfaces de fupofitions verticales pour trouver les quatre angles de la doële, comme on le verra à l'aplication du Trait fur la pierre.

Il faut préfentement chercher les panneaux des pierres du pillier de la Vis, que nous apellons le noyau, lorfqu'ils portent une partie de la naiffance de la Voute fur un lit horifontal & non en coupe,

ce qu'on apelle en *tas de charge*, ainsi qu'on est obligé de faire lorsque le noyau est si petit qu'il n'est qu'une espece de pilier quarré en forme de Dez, d'une ou de deux pierres à chaque assise, alors chaque Dez du noyau doit avoir une espece de pointe en saillie, qui reçoive le lit horisontal du premier Voussoir, qui commence à former la Voute ; il s'agit de trouver deux courbes, l'une de section horisontale de la doële concave & gauche, l'autre de section horisontale du lit, qui est une surface planolime un peu convexe & gauche.

Section horisontale du Noyau.

Fig. 144. La maniere de trouver cette section qui est fort embrouillée chez M. de la Ruë, sera renduë facile par la figure 144. où l'on a joint le plan horisontal du noyau à sa projection verticale, si l'on fait attention aux relations & rencontres des lignes provenans des points correspondans dans l'une & l'autre espece de dessein.

Soit (fig. 144.) le rectangle *e* FGÆ le plan horisontal de la moitié du noyau, qui est le double du quarré EFGM de la fig. 142 qui en est le quart : ayant prolongé les côtez Æ *e* vers A, & GF vers *g*, on tirera AN parallele à *e* F à distance prise à volonté pour servir de base à l'élevation du noyau, cette distance a été prise ici égale à la saillie de la retombée PA pour ne pas multiplier les lignes.

On portera ensuite sur N *g* le double de la hauteur MO de la fig. 142 pour tirer AG, qui sera la naissance de la Voute sur son noyau.

Ensuite sur NA prolongée de la longueur du rayon CD du cintre primitif de la fig. 142. portée en A C⁴, on décrira de ce point C⁴ pour centre un arc de cercle AB de la grandeur destinée à la premiere assise, qui ne devroit être ici égal qu'à G 2 du cintre primitif, mais que nous avons pris plus grand pour exprimer le Trait plus sensiblement.

On tirera aussi par le point *g*, une ligne O *g* parallele à AN, sur laquelle prolongée on prendra *g* C égal à GC du cintre primitif, pour d'écrire l'arc *g b* égal à AB ; puis ayant divisé chacun de ces arcs en un même nombre de parties égales, par exemple en trois, aux points 1, 2 B, 1·2·*b*, on tirera par ces divisions des lignes droites B *b*, 2·2, 1, 1, AG ; ensuite par les points C & C⁴, on tirera les joins *b f*, B *d*, sur lesquels on prendra suivant l'épaisseur des pierres qu'on doit employer, les longueurs *b f* & B *d* égales entre elles, qu'on divisera aussi

auſſi à volonté en deux ou pluſieurs parties égales aux points *i*, *n*, pour tirer les lignes droites *d f*, *i n*.

CETTE préparation étant faite, on tirera par les points M & *e*, la diagonale MP, puis on abaiſſera des points *d*, *i*, B, 2, 1, des perpendiculaires ſur PA, leſquelles étant prolongées, couperont la diagonale P *e* aux points P, 9, 2", *q*, 1°, *e*, par leſquels on menera autant de paralleles à *e*F, comme PX, 9 T, 2" Y, &c. indéfinies, ſur leſquelles on trouvera les points des courbes qu'on cherche, comme il ſuit.

AYANT determiné la hauteur que l'on peut donner à la pierre de Dez, qu'on veut former ſuivant l'épaiſſeur qu'elle peut avoir, par exemple LN, on tirera L *d* parallele à AN, laquelle L *d* coupera toutes les lignes qu'on a tiré juſqu'à preſent, aux points *v*, *z*, *x*, *y*, *t*, *d*, par leſquels on abaiſſera des perpendiculaires ſur *e* F, qui couperont les horiſontales correſpondantes aux ſaillies de la doële, aux points X, Y, Z, V; ſçavoir PN, qui repréſente en projection horiſontale l'arête B *b*, de la doële & du lit, qui eſt coupé en *x* par la ligne *d* L, ſera coupée en X par la verticale *x* X.

DE même l'horiſontale 2" Y de la projection, provenant du point 2 de l'arc BA, ſera coupée au point Y, par la verticale *y* Y; l'horiſontale provenant du point I, & paſſant par 1°, ſera terminée par la verticale *z* Z en Z; enfin le nud du noyau *e* F ſera coupé en V, par la verticale *v* V, qui vient du point V, où l'horiſontale L *d* coupe la naiſſance de la Voute A *g*; la courbe tracée à la main, ou avec une regle pliante par les points X, Y, Z, V, ſera celle de la ſection horiſontale de la doële de la Vis quarrée.

PAR la même pratique, on aura celle qui ſe forme par la ſection du lit B *d* ou *b f*, de laquelle on a déja le point X, qui eſt ſa rencontre avec celle de la doële, repréſentée auſſi par le point B, qui eſt commun à l'arc BA, & au joint de tête B *d*; par le point *i*, qui eſt enſuite ſur le même joint, on abaiſſera une perpendiculaire ſur PN, qui coupera la diagonale PM au point 9, par où on menera l'horiſontale 9 T parallele à PN; puis du point *t* où l'horiſontale L *d* coupe l'inclinée *i n*, paſſant par le milieu du lit, on abaiſſera une verticale, qui coupera la ligne 9 T au point T; enfin par le point *d*, on abaiſſera une perpendiculaire ſur PN, laquelle étant prolongée, coupera la diagonale PM au point *q*, où ſera le troiſiéme point de la ſection horiſontale du lit XT *q*, qui eſt un peu courbe, laquelle avec la précedente fait l'angle mixte *q* X V, que l'on cherche pour former le panneau du lit de deſſus du Dez de la Vis, qu'il faut ajoû-

ter en saillie au noyau de la Vis, & qui doit servir à former le lit de dessous du second Dez *d* L *g* O.

Remarque sur l'usage de cette Section.

Il faut faire ici la même observation que nous avons fait au tome précedent, sur la section horisontale du Noyau de la Vis St. Giles ronde ; sçavoir que si le Noyau est assez petit pour être fait d'une seule piéce, l'escalier que cette Voute couvrira aura nécessairement des marches fort étroites au collet, ce qu'on doit éviter en Architecture, comme des *Casse-cou*, pour me servir du terme expressif, & si le Noyau est grand, cette section devient inutile, parce que les coussinets s'y doivent loger, comme aux Berceaux rampans, ainsi dans les ouvrages bien pensez, cette section ne doit pas être d'un grand usage.

Aplication du Trait sur la Pierre.

On doit considerer dans la Vis St. Giles quarrée de quatre sortes de Voussoirs de figures différentes.

Fig. 142. La premiere est de ceux qui portent l'enfourchement rentrant KBL, depuis l'imposte jusqu'à la clef, qui sont à branches à peu près semblables à ceux des Arcs de cloitre, dont ils different en ce que les branches sont rampantes, l'une en montant, l'autre en descendant.

La seconde espece est de ceux de l'enfourchement en angle saillant depuis la clef jusqu'au noyau, qui sont semblables à ceux des Voutes d'arêtes, avec cette différence que leurs branches sont rampantes, l'une en montant, l'autre en descendant.

La troisiéme est celle de la clef, qui est partie en Voute d'arête, partie en arc de cloitre rampant.

La quatriéme est de ceux qui sont dans l'intervale des enfourchemens, lesquels ne sont pas à branches, ni semblables à ceux des Berceaux ordinaires, mais gauches, comme nous l'avons dit, en ce que les cordes de leurs têtes ne sont pas dans un même plan, comme les doliolimes dont nous avons parlé au commencement du tome précedent.

Comme cette derniere espece est simple, nous renvoyons pour l'aplication du Trait à la pag. 36. du 2e. tom. & nous ne donnerons d'exemple de l'aplication du Trait que pour les Voussoirs à branches, & les Dez du noyau portant naissance de l'enfourchement d'arête.

PREMIEREMENT, pour un Vouſſoir à angle rentrant. Ayant dreſſé un parement pour ſervir de lit de ſupoſition horiſontale, par exemple, pour un ſecond Vouſſoir, dont la projection eſt donnée à l'épure en Q b^5 S s b^4 q, on tracera cette projection ſur un panneau, qu'on apliquera ſur ce lit, pour en tracer le contour; puis ayant jaugé la pierre à hauteur convenable, on abattra à l'équerre les ſix paremens verticaux, qui doivent être faits pour préparation ſur chacune des lignes q Q, Q b^5, b^5 S, &c.

POUR former une portion de Tour quarrée verticale, telle qu'elle eſt repréſentée à la fig. 146. *Fig.* 146

LA même choſe ſe fera pour un ſecond Vouſſoir du côté de l'angle ſaillant, comme le repréſente la fig. 145. *Fig* 145.

SUR les paremens verticaux de ces portions de Tour, a B, b D qui forment l'angle rentrant $a\,b\,d$, comme à la fig. 146. où e F, f G formant l'angle ſaillant $e\,f\,g$, comme à la fig. 145. on apliquera les panneaux deſtinez au rang de Vouſſoir, dont il s'agit pour le ſecond comme le parallelograme L 4e de la fig. 143. en montant depuis l'arête d D du plan du joint montant, ou en deſcendant depuis la verticale de l'angle rentrant b B juſqu'à cette arête, comme il convient à l'eſcalier, qui peut monter ou deſcendre d'un côté ou d'autre, ſuivant la ſituation des lieux; ce panneau ſervira à tracer ſur cette ſurface de ſupoſition verticale, l'angle obtus L f^4 4e de la fig. 143. ce qui ſuffit ſans s'embarraſſer de la longueur du panneau, qui peut être ſans inconvenient plus long ou plus court, qu'il ne faut pour s'étendre de la ligne d'angle b B ſur la ſurface b D, ce qui fait voir qu'on peut ſe paſſer de panneau en prenant ſeulement avec la fauſſe-équerre l'angle d'inclinaiſon de l'arête de doële & de lit, avec un aplomb b B ou d D, lequel eſt obtus comme L f^4 4e de la fig. 143. pour la deſcente, & aigu comme ſon ſuplément à deux Droits f^4 L 5^r pour la montée.

LA ligne de l'arête de lit & de doële étant tracée, on lui menera une parallele au deſſous à la hauteur 3'8 ou 4'9 de la retombée 2'8 ou 9'5 dans chaque parement d'aplomb b A b D en n u, n D aux extremitez deſquelles on menera des lignes d'équerre ſur les arêtes des plans des joins montans a A, d D, qui feront des horiſontales qu'on fera égales aux retombées obliques q Q, s S, ſi la longueur des retours du Vouſſoir ſe termine en Q & en S, ou bien on prendra la retombée oblique k_4 k^5, ſi la pierre s'étend de k^5 en S, puis avec le Biveau mixte d'aplomb & de doële V 5^a K de la fig. 142. poſé ſur

l'arête A *a* de la fig. 146. en V 5 K, on tracera l'arc K 5 sur le parement vertical de joint montant *a q*.

On en fera de même avec le biveau mixte *u* 5° L de la fig. 142. sur le parement *d* S de la fig. 146.

Enfin avec le biveau mixte *u* 5ᵇ B du cintre formé sur la diagonale FB, on creusera une plumée au dessous du point 5ᵇ de la fig. 146. tenant le plan de ce biveau dirigé suivant la diagonale de la pierre marquée *b* X ; ainsi on abattra la pierre suivant les trois arcs donnez 5ᵃ K, 5ᵇ B, qui est celui de la plumée du milieu, & 5° S, en posant la regle de l'un à l'autre, sur les parties aliquotes de ces arcs Elliptiques; c'est-à-dire que si la regle est sur la moitié de l'un par un bout, elle soit aussi sur la moitié de l'autre arc vers le second bout de la regle, si elle est posée sur le tiers d'un arc en haut, elle soit aussi sur le tiers de l'autre du même côté d'en haut, comme nous l'avons dit de la formation des surfaces doliolimes, parce que chacune des branches des Voussoirs d'enfourchement de cette Voute sont des doliolimes à la doële, & leurs lits des surfaces mixtilimes.

Celles-ci se feront facilement de la même maniere, après que les doëles seront faites, en prenant les biveaux mixtes de lit & de doële donnez à la fig. 142. en 8ᵃ 5ᵃ K, 8 5ᵇ B, 8° 5° S, qu'on tiendra toujours dans une situation verticale, posant la branche courbe sur les mêmes arcs qu'on a formé avec les biveaux mixtes d'aplomb & de doële, & la branche droite dans le même plan que cet arc, ce qui est facile sur les paremens *a q d* S qui sont donnez ; mais pour le milieu, on dirigera cette branche droite vers un point X marqué dans la diagonale de la pierre, où l'on fera aussi une plumée pour la direction de l'inclinaison de ce lit ; ces trois lignes données serviront à former les lits gauches, comme nous venons de le dire de la doële gauche.

Les lits de dessous se feront de même, & la pierre sera achevée.

L'Exemple que nous venons de donner pour un des Voussoirs d'enfourchement, dont les doëles sont un angle rentrant comme aux Arcs de Cloitre, montre aussi de quelle maniere on doit faire ceux dont les doëles sont un angle saillant comme les Voutes d'arêtes, ce que la fig. 145. expose à la vûë du moins pour un côté *f* G, parce que l'autre qui est derriere ne peut être dessiné qu'en suposant la pierre transparente, ce qui cause une confusion de lignes difficile à demêler. Il faut seulement observer que les paremens verticaux *g r*

$c\ k$ destinez pour les têtes doivent toujours être dans un plan dirigé au centre M de la fig. 142. comme KM , BM , LM , sans quoi la retombée GN ne doit pas être égale à N r de la fig. 142. ni d'équerre sur l'arête g G de la fig. 145. parce qu'il n'y a que les sections verticales qui tendent à l'axe de la Vis , qui est tout représenté en projections horisontale par le seul point M , quelque hauteur qu'il puisse avoir, qui soient des demies Ellipses Droites ; tous les autres cintres des sections qui passent ailleurs que par le point M, sont des demies Ellipses rampantes , lesquelles sont toutes différentes suivant leur direction, & suivant l'éloignement où elles sont du diametre GD de cintre primitif, mais qu'il n'est pas nécessaire de décrire, parce que les joins de doële aux têtes des Voussoirs ne doivent point avoir d'autre direction que l'axe de la Vis , dont la base est le point M.

Suposant cependant qu'on eût quelque raison de tracer un de ces cintres transversaux par une ligne donnée , par exemple en P r^o, perpendiculairement à la direction de la Vis du côté GF, prolongée en P de l'intervale d'une retombée G p_2.

On prolongera la naissance de la Voute du côté du noyau OG en e jusqu'à l'aplomb $2\ p^2$, puis on portera l'intervale B r^o de D en p_2, où il tombe par hasard , duquel abaissant la perpendiculaire p^2 W , on prendra la hauteur e W qu'on portera du point r^o en R perpendiculairement à P r^o ; la ligne PR sera le diametre rampant de la section verticale par la ligne donnée P r^o, & la hauteur sous clef CH du cintre primitif GHD sera la moitié de son diametre conjugué. Ainsi sur tous les points o, o, où le diametre PR coupe les projections des joins de lit de la Vis, on posera les ordonnées $p5$ 5, $p4$ 4, &c. qui donneront les points $r5$, $r4$ de l'arc rampant P h^r R que l'on cherche ; mais comme la projection horisontale P r^o coupe la diagonale FB au point d^2, par où passe l'ordonnée à plomb $o\ x$, il est visible que la partie de l'arc depuis P en x , est dans le vuide du second berceau BE, par conséquent que le point x répond au point f^2 du cintre de la diagonale F h^d B, où finit l'arc rampant ; ainsi la section qu'on cherche n'est pas une demie Ellipse complete, mais seulement un arc $x\ h^r$ R, *qu'il falloit déterminer*.

Il est visible que plus le diametre donné aprochera du point B, plus l'arc de la section diminuera, & au contraire qu'il augmentera d'autant plus qu'il aprochera du point F, en sorte que lorsque le diametre sera terminé au noyau, la section sera une demie Ellipse.

Il est aussi visible que ce cintre sera d'autant plus rampant, qu'il

aprochera du point B, & d'autant moins que ſon diametre aprochera de celui du cintre primitif GD, qui eſt de niveau.

Explication Démonſtrative.

On a vû lorſque nous avons expliqué la Vis St. Giles ronde, que ſes joins de lit à la doële étoient des hélices inégalement inclinées à l'horiſon.

Ici au lieu d'hélices, ce ſont des lignes droites auſſi inégalement inclinées à l'horiſon, qui ſont repréſentées pour une moitié de rampe par les lignes OG, O p^2, O p^3, &c. OD qui ſe croiſent au point O, qu'il faut concevoir au milieu de EF de la fig. 141. ou du noyau comme en O, ou de la Tour quarrée dans laquelle eſt la Vis comme en *o*, en ſorte que le point O du profil de la fig. 142. ſoit conçû comme étant à plomb au deſſus ou au deſſous du point E ou du point A, ſelon l'inclinaiſon de montée ou de deſcente de A en B, ou de B en A, de ſorte que le ſeul point O du profil repréſente les ſix points A o^5, o^4, o^3, o^2 E, & le triangle OGD, toutes les ſections verticales faites par les lignes EF o^2 d^2, o^3 d^3, o^4 b^4, o^5 b^5 AB, dont les valeurs ſont OG, o p^2, o p^3, o p^4, o p^5, OD.

Cela ſupoſé, il eſt clair que toutes les ſections horiſontales qui tendront à l'axe, & qui ſeront en ſituation horiſontale comme MD, par exemple *n a*, feront toutes des angles égaux avec les joins de lit OG, O p^2, &c. par conſéquent que tous les diametres IK, FB, NL, GD ſeront des axes de ces ſections, parce que toutes leurs ordonnées ſeront à angle Droit, comme celles du cintre primitif GHD, mais non pas celles des ſections qui ne paſſeront pas par le point M dans la projection horiſontale, parce qu'elles ne tendront pas à l'axe.

Il nous reſte à expliquer pourquoi, à la fig. 146. nous avons pris les retombées quarrément ſur les arêtes *a* A, *d* D, comme ſi la doële n'étoit pas gauche, parce qu'il ſemble que par cette conſtruction la naiſſance des arcs de la doële doit être une ligne droite parallele à celle du panneau des hauteurs de retombées, & cependant on voit évidemment par le profil que ces lignes ne ſont pas dans un même plan, & qu'elles ſe croiſent.

Pour détromper l'eſprit de cette fauſſe aparence, il n'y a qu'à conſiderer que les retombées de chaque pan de doële, comme K k^5, B b^5, ne ſont ni paralleles ni égales, & que cependant chacune d'elles eſt dans un plan de niveau, quoique les lignes qui aboutiſſent à leurs extremitez ſoient rampantes ; or il eſt clair que ſi l'on fait une ligne

$b^s t$, parallele à la retombée K k^m le point t tombera au dessus ou au dessous de B, puisque B & b^s sont de niveau par la supposition, car le point t n'aura pas assez monté si la rampe monte de K en B, où le point t se sera élevé au dessus de b^s, qui est de niveau avec le point B, par conséquent l'arête de la naissance de la doële & du lit inférieur ne sera pas parallele à la base du panneau des hauteurs de retombées, qui est plus courte que cette arête du côté de l'arc de cloitre, & plus longue du côté du noyau qui fait la Voute d'arête.

On a représenté à la fig. 147. une pierre du noyau portant enfourchement sans coupe, mais en section horisontale, & à la fig. 148. une pierre du noyau qui doit se poser au dessus ou au dessous entre les angles, pour donner une idée de leur figure, & soulager l'imagination de ceux qui voudront couper du Trait, comme il convient de le faire avant que d'en venir à l'exécution, parce que les figures des pierres de cette Vis sont trop singulieres pour se les bien représenter dans l'imagination, sans la soulager par des modeles, lorsqu'il s'agit de l'exécution. *Fig.* 147. & 148.

CHAPITRE HUITIE'ME.

DES VOUTES COMPOSE'ES de Coniques & de Cylindroïdes.

ON fait des Escaliers *suspendus*, ou plûtôt portez par des Voutes de différentes especes, qui n'ont d'apui que du côté de la *Cage*, parce qu'on laisse le milieu vuide, ce qui leur donne plus de gayeté & de lumiere.

Comme ces Cages sont ordinairement quarrées ou en quarré long, on pratique, aux angles, des paliers qu'on soûtient par des Trompes, ou par des demis Berceaux en arcs de cloitre; souvent dans le même escalier on fait des Voutes de l'une & de l'autre espece, sçavoir des Trompes sous les paliers quarrez qui font le retours des rampes, & des demis Voutes en arcs de cloitre sous les paliers de communication d'un apartement à l'autre.

De quelque maniere qu'on soûtienne ces paliers, on fait porter les rampes par ces especes de demis Berceaux droits sur les impostes & courbes au sommet, que nous avons apellé au tome précedent *Cylindrico-Sphéroïdes*, & dont nous avons donné le Trait à la pag. 462. cotée par une faute d'impression 246.

Nous avons auſſi donné les Traits des Voutes en *Trompes ſur le coin*, & en Arcs de cloitre, qui convient pour ſoûtenir le palier ; il ne s'agit ici que d'un aſſemblage de ces parties que nous connoiſſons chacune en particulier, c'eſt en quoi conſiſte toute la difficulté de ce Trait.

PROBLEME XIII.

Faire un Eſcalier ſuſpendu & à repos, porté par des Trompes ou des Voutes en Arcs de Cloitre.

Pl. 100. Fig. 149. Soit (fig. 149.) un quarré ou quarré long ABDE, le plan horiſontal de la Cage d'un eſcalier, au milieu duquel on veut laiſſer un vuide FGIK, compris par les côtez des rampes FG, GI, IK, & par un palier de communication d'apartemens R *k* EA.

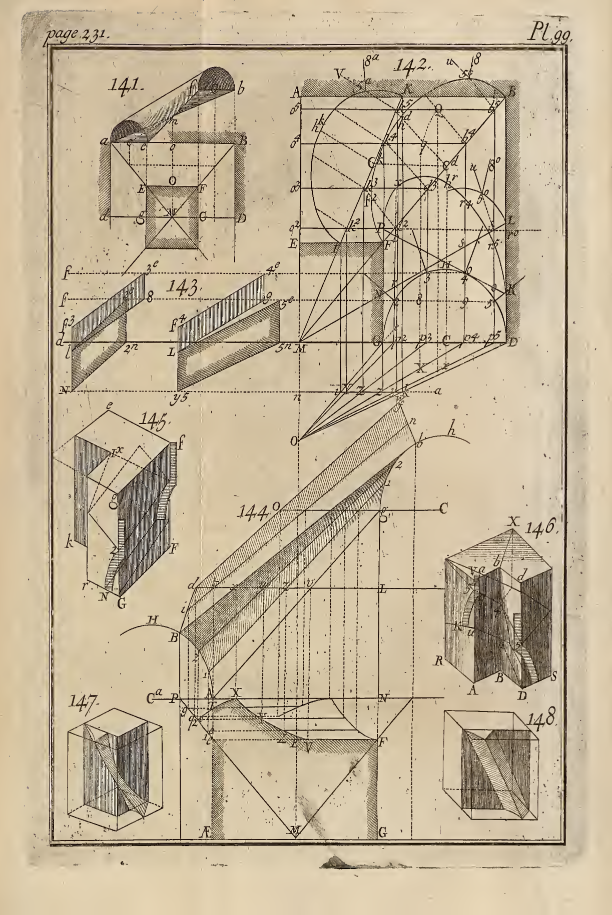
Si l'on prolonge les côtez des trois rampes FG, GI, IK, de part & d'autre, leurs prolongations formeront dans les angles de la Cage deux quarrez *m* BHG, & I *n* DN, auſquels aboutiſſent les rampes des marches, les unes en montant comme FG en G *m*, les autres en deſcendant comme IG en GH.

Quoique nous ne parlions ici que d'une Cage quarrée ou en quarré long, rien n'empêcheroit qu'on ne pût pratiquer le même eſcalier dans un autre polygone, pentagone, exagone, &c. alors les paliers ne feroient plus quarrez, mais des trapezoïdes, qui auroient un angle obtus, qui les rendroit d'autant moins propres à y conſtruire des Voutes ſolides, qu'il feroit ouvert, parce que la partie qui porteroit à faux étant dans l'angle aigu, elle deviendroit plus grande, & par conſéquent plus foible.

D'ou il ſuit que dans une Cage en triangle, l'eſcalier deviendroit plus ſolide, mais les paliers ne feroient plus quarrez, par conſéquent ils feroient moins beaux ; ainſi il faut s'en tenir à la figure d'une Cage en quarré ou en quarré long. Cela ſupoſé, on commencera par faire le profil d'une des rampes, en faiſant ſervir le côté AB pour la baſe, & élevant des perpendiculaires ſur les points R & *m*, ce qui ſe fera facilement ſi la Cage eſt ſur un rectangle, parce qu'alors il n'y a qu'à prolonger les côtez du vuide KR & I *m*.

Sur une de ces perpendiculaires comme *m* M, on portera la hauteur de la rampe, c'eſt-à-dire la ſomme de celle de toutes les marches qu'elle contient, laquelle ſera égale à la moitié de FG ; ſi les girons

ſont


141.
142.
143.
144.
145.
146.
147.
148.

ſont doubles de la hauteur des marches, l'on tirera RM pour la ligne de rampe, & l'horiſontale M *b* égale à *m* B, pour le profil du repos auquel elle aboutit.

On fera enſuite la projection verticale de la Trompe, qui doit couvrir ce palier, & porter celui de l'étage au deſſus $G^m B^b$, laquelle projection ſera l'élevation d'une des têtes d'une Trompe ſur le coin, que nous avons dit au tome précedent pag. 250. devoir être une parabole ; & comme cette tête de trompe doit ſe joindre immédiatement avec celle du demi Berceau qui couvre la rampe, en montant d'un côté & en deſcendant de l'autre, il ſuit que cette courbe doit auſſi être celle des têtes du demi Berceau rampant, & non pas un quart de cercle, ni un arc de 60. dégrez, comme le font le P. Deran, & après lui M. de la Ruë, qui ayant fait la hauteur R *r* égale à RA largeur du palier, tracent de l'intervale A *r* pour rayon, & des points A & *r* pour centres, des arcs qui ſe coupent en C^e, d'où comme centre & du même rayon ils décrivent l'arc A *q r*, dont ils font le cintre de la tête de la Trompe & de la rampe.

Pour moi qui ne doit copier perſonne, pour ne pas faire acheter au Public ce dont il eſt déja en poſſeſſion, je fais mon cintre primitif parabolique, non par affectation pour me diſtinguer, mais par pluſieurs raiſons qui me paroiſſent meriter qu'on y ait égard.

Là *premiere* eſt, que la pratique des Auteurs nommez péche contre une regle de décoration, qu'on doit inviolablement obſerver lorſqu'il eſt poſſible, qui eſt d'éviter les jarrets à la jonction des ſurfaces planes des murs avec les courbes des Voutes : or il eſt clair que l'arc A *q r* fait un jarret en A avec la ligne AL, qui repréſente le profil du mur de Cage, puiſque le rayon AC^e de l'arc de 60. dégrez A *q r*, n'eſt pas perpendiculaire ſur LA, qui eſt une verticale avec laquelle il fait un angle aigu de 75. dégrez, comme il eſt aiſé de le démontrer.

Car l'angle de la corde *r* A avec le rayon AC^e eſt par la conſtruction de 60. dégrez, par conſéquent plus grand de 15. dégrez que l'angle RA *r* qui eſt de 45. ainſi l'angle $LAC^e = 90. - 15. = 75.$ donc la droite LA priſe comme profil du mur aplomb, fait avec l'arc A *q r* un jarret en A, parce que la ligne AL n'eſt pas une tangente à l'arc A *q r*, mais ſeulement au quart de cercle A *n r* au dedans duquel eſt l'arc A *q r*.

Puisqu'on doit éviter cette difformité, & cependant diminuer un peu de la concavité du quart de cercle, afin que la Voute pouſſe moins au vuide, il ſuit qu'on doit préferer la parabole à l'arc de 60.

dégrez, pour que la Voute ne faſſe pas de jarret à ſa naiſſance A, & qu'elle ne pouſſe pas trop au vuide en *r*.

La *ſeconde raiſon* eſt, que cette courbe de cintre en demie parabole, qui eſt peu différente dans ſon contour A *p r* de l'arc de 60. dégrez A *q r*, comme il paroit à la vûë par le peu de diſtance du point *p* au point *q*, a cependant beaucoup moins de pouſſée en *r*, puiſque la partie *r p* 1 s'éleve beaucoup moins que la partie *r q* 1.

La *troiſiéme raiſon* eſt, que les jarrets étant inévitables à la jonction des Vouſſures, rampantes avec les Trompes, dont les axes AR & M *b* ſont de niveau, il vaut mieux diminuer ceux des Vouſſures à leurs baſes qu'à leurs ſommets, parce que la direction de la pouſſée de leur charge ſur la Trompe agit moins contre le vuide, étant évident que l'angle curviligne *p r* H eſt plus ouvert que l'angle *q r* H, par conſéquent que la charge de la rampe eſt mieux apuyée ſur la Trompe, & que le jarret qui eſt en *r* dans l'une & l'autre conſtruction, eſt moins ſenſible dans la mienne.

Je conviendrai que s'il diminuë à la baſe il augmente au ſommet S; mais il eſt clair que la ſolidité n'en ſouffre point, au contraire la Voute en ſeroit plus ſolide, & quant à la beauté de la décoration il ſera aiſé de ſuprimer ce jarret, en faiſant la courbe rampante *r* HS de deux arcs de cercles, au lieu d'un ſeul tel que le font les Auteurs citez, en faiſant le petit TS tangent au premier *r* HT, & à la parabole S *b*, comme nous le pratiquerons dans notre Trait.

La *quatriéme raiſon* qui me détermine au cintre parabolique, eſt la ſimplicité & l'uniformité de la doële de la Trompe, qui ſera une portion d'un ſeul cône Droit régulier, coupé obliquement par ſes faces, comme la *Trompe Droite ſur le Coin*; au lieu qu'en faiſant le cintre A *q r* de chacune des faces circulaires, il en réſulte une ſurface moins réguliere, qui eſt un compoſé de deux portions de cônes ſcalenes, dont les ſurfaces qui ſe rencontrent ſur la diagonale AF ou BG, font entre elles un angle ſaillant à la clef, comme on peut le concevoir par le diſcours de la pag. 105. du 1er. tome, & en jettant les yeux ſur la fig. 80. de la planche 7. du premier Livre; qui repréſente la poſition de ces deux cônes, qui ſe pénétrent mutuellement vûs en perſpective. Cet angle ſaillant eſt à la verité fort obtus, mais il ne l'eſt pas au point qu'il devienne inſenſible, par conſéquent il interrompt l'uniformité de la doële, & y fait un jarret ſans neceſſité.

Enfin *la cinquiéme raiſon* eſt, que le cintre parabolique n'eſt pas moins convenable à la Vouſſure rampante, qui porte les marches entre les

paliers, qu'aux Trompes qui foûtiennent ces paliers, aufquelles cette Vouffure doit fe joindre, en ce que le renflement des cintres tranfverfaux de la rampe r HS fe fait très régulierement par des paraboles de différentes amplitudes, qui ont toujours leur axe de niveau, & leur fommet à la naiffance de la Vouffure RM, laquelle courbe par cette difpofition n'y fait aucun jarret, comme on peut le remarquer au profil D æ 8 b^{n}, qui fera expliqué ci-après; cela fupofé, nous venons à la conftruction.

AYANT pris la longueur AR pour axe d'une parabole, & la hauteur r R pour fon amplitude, c'eft-à-dire pour fa plus grande ordonnée, on décrira cette courbe par le Probl. X. du 2e. liv. laquelle fervira de cintre primitif, tant pour les Trompes des paliers, que pour la Vouffure rampante, qui porte les marches de l'efcalier à fa jonction, & on le divifera en fes Vouffoirs aux points 1, 2, 3, par lefquels on menera des paralleles à l'ordonnée r R, qu'on prolongera jufqu'à la ligne L^e K, qui eft la projection de la tête de la Trompe opofée du palier L^e E k K.

CES lignes couperont la diagonale aux points a^1, a^2, a^3, F, par ou on menera des paralleles au côté AB de la Cage, jufqu'à la rencontre de la ligne m G, qui eft auffi la projection de la face de la Trompe opofée à l'autre coin B, qui porte le palier m BHG. Ces lignes & les précedentes donneront les cordes des projections des joins de lit des Vouffures rampantes comme RM, & auffi de celles qui peuvent être de niveau comme FK, fupofant que ce foit un palier de communication d'Apartemens de plein pied.

J'AI dit que ces lignes étoient les cordes des projections, & non pas les projections, parce que les arêtes des joins de lit doivent être des courbes à double courbure, comme nous l'avons dit au tome précedent à la pag. 466. & 467. contre la pratique des Auteurs qui ont écrit de ce Trait.

IL n'en eft pas de même pour les joins de lit des Trompes, qui font des lignes droites, parce que ce font des fections *verticales*, c'eft-à-dire par le fommet du cône, par conféquent leurs projections font les lignes droites tirées du fommet A ou B, par les points p^1, p^2, p^3, F, & 1^r, 2^r, 3^r F, qui font les projections des divifions du cintre primitif.

LA valeur de toutes ces projections fe trouvera, comme il a été dit au tome précedent, au Trait de la Trompe fur le coin, pag. 249.

en faisant un profil sur chacune de ces projections pour base, par un triangle rectangle où l'on a les jambes données, sçavoir la projection horisontale pour une, & la hauteur de la division pour l'autre; l'hypotenuse sera la vraye longueur du joint de lit, de laquelle on déduira celle du Trompillon.

Pour faire ces profils, on peut profiter de l'angle Droit K k N, & porter sur N k les hauteurs des divisions du cintre primitif 1° n^1, 2° n^2, 3° n^3, rR en k^1, k^2, k^3, k K, & les projections A p^1, A p^2, A p^3, AF en $k\,a^1$, $k\,a^2$, $k\,a^3$, $k\,a\,f$; les lignes $k^1\,a^1$, $k^2\,a^2$, $k^3\,a^3$, K $a\,f$, feront les valeurs des joins de lit de la Trompe que l'on cherche.

Quant à la projection horisontale & verticale de la rampe, si l'on veut faire les intervales des joins de lit égaux entre eux dans chaque section verticale ou inclinée, il faut avoir recours au Trait qui a été donné à la pag. 462. du tome précedent; mais si pour la facilité de de l'exécution on vouloit se rélacher de la grande régularité, qui donne pour les arêtes des lits des courbes à double courbure, & les faire en courbes planes dans des plans verticaux, on peut s'y prendre de la maniere suivante.

On tracera, si l'on veut, à la main la courbe r HTS, suivant le bombement qu'on veut donner à l'arête du sommet de la Voussure, au dessus de la ligne droite de rampe r S parallele à RM, & le racordement de cette courbe avec le profil de la tête de la Trompe, qui est une parabole $f\,p\,b$.

Ou bien, si l'on veut opérer Géometriquement pour éviter les jarrets au point S, on portera la longueur M b en $b\,t$ prolongée; on tirera t S, qui sera une tangente à cette parabole, à laquelle on menera par le point S, une perpendiculaire $f\,o$, sur laquelle on prendra à volonté un point O, pour centre du petit arc de racordement ST.

Ensuite par un point T de cet arc aussi pris à volonté, on tirera par le point O, une ligne indéfinie TOC'. Puis par les points T & r, ayant tiré la corde TR, on la divisera en deux également en m^t, où l'on lui tirera une perpendiculaire, qui rencontrera la ligne T o prolongée en un point C', duquel comme centre, on décrira l'arc rHT qui touchera l'arc TS, lequel TS touche aussi la parabole; par conséquent il ne se fera point de jarret depuis le point r de la Trompe inférieure jusqu'au point b, qui représente sur le même plan vertical le point H₀ du plan horisontal, sur le même alignement du vuide de l'escalier.

On peut décrire auſſi cet arc rampant par les différentes manieres qui ont été données au 2e Livre en ſe donnant à volonté une ligne de ſommité, & prolongeant la tangente *t* S juſqu'à cette ligne de ſommité ; enſuite chercher le point T de l'atouchement de la courbe à décrire avec cette ligne de ſommité, par exemple *i i*, & continuer par les Prob. XIV. pag. 156. & XV. pag. 159. ou XX. pag. 178. (*Tome* I.)

Comme ce bombement que l'on donne au ſommet de la Vouſſure n'eſt fait que pour donner de la force à cette partie qui porte le limon des marches, & que l'impoſte de ſa naiſſance RM eſt toujours une ligne droite, ce bombement doit inſenſiblement diminuer à chaque joint de lit, comme il a été dit au tome précedent pag. 463. où nous avons fait leurs arêtes à double courbure, ſuivant la grande régularité.

Mais comme pour varieté de Trait, nous nous rélachons de cette régularité, en faiſant ces arêtes en courbes planes, comme font tous les Auteurs citez, on pourra auſſi diminuer comme eux le renflement de ces arêtes, mais plus régulierement, comme nous allons faire.

On menera par les points de hauteur des diviſions de la Trompe inférieure à ſa tête f^1, f^2, f^3 *r*, des paralleles à la rampe RM, qui donneront ſur SM les points 1^s, 2^s, 3^s, S, par leſquels on tirera des lignes du point *t*, comme *t* 1^s, *t* 2^s, *t* 3^s, auſquels on fera à ces points des perpendiculaires, qui couperont la ligne TC^r en des points c^1, c^2, c_3, où ſeront les centres des petits arcs de cercle, qui couperont la même ligne TC^r en des points t_1, t^2, t_3, par leſquels on tirera des cordes qu'on diviſera en deux également, pour faire ſur leurs milieux des perpendiculaires, comme on a fait ſur la corde *r* T, leſquelles couperont la ligne TC^r en des points où ſeront les centres du grand arc qui acheve le rampant; leſquels centres s'éloignant toujours de plus en plus, donnent des arcs moins convexes, à meſure qu'on aproche de l'impoſte, qui ſont cependant toujours tangens au petit, lequel ſe racorde à peu près avec les joins de lit de la Trompe ſupérieure, comme au ſommet S.

Les projections verticales des joins de lit étant données, elles ſerviront à faire les profils des ſections verticales de la Vouſſure rampante RS, qui ſont néceſſaires pour former les têtes des Vouſſoirs, & des cerches pour creuſer leurs doëles.

Suposant, par exemple, qu'on veüille faire un *profil par la ligne du milieu* HM^e, on prendra pour baſe de ce profil une ligne horiſontale,

comme I æ, qui eſt diviſée en parties égales à celle de la ligne LF ou OP, qui eſt la ſection du plan vertical HM^c, avec la projection horiſontale de la Vouſſure.

Sur IG perpendiculaire à I æ, on portera la hauteur H m^r du point I en h^m; ſur ſa parallele 3^p 3ζ, on portera la hauteur m^r z^3; ſur 2^p 2ζ, on portera la hauteur m^r z^2; enfin ſur 1^p-1ζ, on portera la hauteur m^r z^1, & par les points æ, 1ζ, 2ζ, 3ζ, h^m, on tracera la courbe h^m 2ζ æ, qui ſera le profil du milieu de la Vouſſure, par un plan perpendiculaire au mur de la Cage.

On pourra faire autant de profils que l'on voudra ſur d'autres plans paralleles, paſſans par des points donnez h^d Q & h^e q, en prenant les hauteurs des ſections des arcs rampans avec les projections verticales des joins de lit au deſſus de la rampe aux points m^d, m^e.

Les courbes tracées, ſuivant cette méthode, ſont moins régulieres que des arcs de parabole, qu'on peut leur ſubſtituer en operant d'*une maniere inverſe.*

Au lieu de commencer par les projections verticales des joins de lit, comme nous venons de faire, on peut commencer par faire les profils des ſections verticales de la Vouſſure, par des plans perpendiculaires au mur de la Cage, leſquels auront toutes leur axe de même longueur OP ou I æ; & pour amplitudes des demies paraboles qu'on veut faire, on aura les hauteurs différentes h^d m^d, H m^r, h^e m^e; ainſi (par le Prob. X. du 2e Liv.) on décrira les demies paraboles h^r æ, h^d æ, h^e æ, qui couperont les paralleles à IG aux points 3ζ, 3, 3^d; 2ζ, 2, 2^d; 1ζ, 1, 1^d, leſquels détermineront les hauteurs de la projection verticale SR, qui doivent donner les points des courbes rampantes f^1 z^1 1^r, f^2 z^2 2^r, f^3 z^3 3^r, r HS.

Cette derniere maniere a l'avantage ſur la précedente que la doële eſt plus réguliere, étant un paraboloïde tangent au mur de la Cage, mais la précedente eſt plus propre à diminuer les jarrets des joins de lit de la Vouſſure à leur jonction avec ceux des Trompes.

Lorsqu'on ſuit la maniere du P. Deran, qui ne fait qu'un arc de cercle, dont r S eſt la corde; ces jarrets ſont d'autant plus ſenſibles que cet arc eſt d'un petit nombre de degrez, & ſi pour les diminuer on veut faire cet arc plus concave, en le faiſant d'un grand nombre de dégrez, on eſt obligé de prendre la naiſſance de la Voute fort bas, ou d'entailler les Vouſſoirs du ſommet pour y loger les marches de l'eſcalier; ce qui l'affoiblit; le ſeul avantage qu'on peut alléguer

en faveur de sa construction, est que le plus grand enfoncement de l'arc est au milieu du vuide de l'escalier, ce qui ne mérite aucune considération, parce que les arcs rampans sont naturels à la situation inclinée des faces qui sont sur le vuide de la Cage.

VENONS présentement à la formation du cintre de bombement de la Voussure LFKL^e, qui porte le grand palier de communication de niveau d'un apartement à l'autre, lequel a sa naissance sur la ligne droite AE, & sa tête à plomb de la ligne FK.

CETTE Voussure peut être jointe en LF & L^{e}K, à une Trompe sur le coin ALFR de même qu'à l'autre bout en L^e K k E, ou bien à un arc de cloitre établi dans chacun des angles, nous y supóserons encore des Trompes.

IL est assez difficile de racorder l'arc de bombement de cette Voussure avec le cintre de tête de ces Trompes, qui fait une continuation de section transversale verticale sur la ligne de projection horisontale R k, sans qu'il y paroisse quelques jarrets, à moins que la Cage ne soit un peu large. Il faut se contenter de les rendre les moins sensibles que l'on peut.

LE Trait du P. Deran & de M. de la Ruë en font un à chaque naissance R & k, parce qu'ils font le cintre primitif de la Trompe qui n'est pas tangent au mur de Cage. Par notre méthode nous effaçons celui-là, & même celui qui se fait à la jonction de la Voussure en L & L^e, ou F^e & K^e, même lorsqu'on sera assujetti par une hauteur de palier donné P^a P^e, qui soit trop basse pour ne faire qu'un arc de cercle dans la face sur le vuide.

SOIT R a^2 L, le profil de la tête de la Trompe sur la ligne RF, que nous avons fait en demie parabole ; on portera la longueur LA sur la même ligne prolongée en r, & l'on tirera la droite r L, à laquelle on fera au point L une perpendiculaire, qui coupera la ligne du milieu de la Cage CM^e en X, où sera le centre de l'arc L d L^e, & au cas que le point d monte trop haut, comme il peut arriver lorsque le palier est long, il faudra faire ce cintre de trois arcs de cercles qui se touchent sans se croiser, suivant la méthode que nous avons donné au 2e Liv. pag. 186.

OU si l'on veut, pour opérer encore plus parfaitement, on peut faire passer un arc Elliptique par les trois points donnez LVLe, en sorte qu'il soit tangent aux deux paraboles, c'est-à-dire perpendiculaire à la ligne LX d'un côté, & L^e X de l'autre ; ce qui est facile

en prolongeant les deux tangentes des paraboles des Trompes qui se rencontreront en Y ; la ligne paſſant par YX ſera ſur un des demis diametres de l'Ellipſe, & par le Probl. XIV. pag. 256. du tome 2e. on trouvera autant de points que l'on voudra de cet arc d'Ellipſe.

Les joins de lit de cette Vouſſure qui eſt de niveau, ſuivant la di. rection de ſon impoſte, diminueront comme ceux des Vouſſures inclinées par leur impoſte, & rampantes par le bombement ſur le vuide de la Cage, & courbes depuis le ſommet juſqu'à l'impoſte, comme il a été dit pour la Vouſſure RS rampante, & les doëles des Vouſſoirs ſe feront auſſi, ſi l'on veut, en cintres paraboliques.

La projection horiſontale, & la verticale des joins de lit étant fai. tes, on s'en ſervira pour tailler les Vouſſoirs par équarriſſement, parce que la voye des panneaux ſeroit trop incommode à cauſe du *Gauche* de la doële.

Aplication du Trait ſur la pierre.

Suposant qu'il s'agiſſe d'un Vouſſoir d'enfourchement de la Trom. pe, & de la Vouſſure rampante à la ſeconde aſſiſe, on commencera par dreſſer un parement pour un lit de ſupoſition horiſontale, dont on levera le panneau ſur l'épure, ſuivant la longueur de la pierre deſtinée à la formation de ce Vouſſoir, qui eſt déterminée au plan horiſontal par l'exagone irrégulier $u\ 1^r\ d\ e\ 2^r\ t$, qui eſt partie dans la Trompe $u\ 2^r$, partie dans la Vouſſure rampante en $2^r\ d$.

Fig. 150. & 151. Ayant tracé ſur le lit de ſupoſition, le contour de ce panneau, on abattra enſuite la pierre à l'équerre ſur l'angle ſaillant $t\ 2^r\ e$, pour former deux paremens à plomb, qui ſe rencontreront ſuivant une arête verticale, ſur laquelle on portera les hauteurs $o\ f^1$, $o\ f^2$, priſes au profil au deſſus de l'horiſontale V o, menée par le point V le plus bas du Vouſſoir donné par la ſection de la verticale u V, & de la projection du joint de lit A f^1 de la fig. 149.

On portera auſſi ſur la ligne VT de la fig. 150. la hauteur VV^2 du profil, qui eſt donnée par l'interſection de la verticale u V prolongée avec le profil du joint de lit A f^2, & l'on tirera ſur le parement V b de la fig. 150. les lignes V f^1, $V^2\ f^2$.

Sur le ſecond parement b D, on tracera auſſi avec un panneau le profil de la partie $f^1\ d\ e^2\ f^2$, qui repréſente dans ſes juſtes meſures la longueur & l'inclinaiſon de la partie du Vouſſoir qui entre dans la Vouſſure

Vouſſure rampante, au lieu que la partie précedente V f^2 étant racourcie dans ce même profil, on n'a pas pû en faire un panneau.

SUR ce ſecond parement, on abattra la pierre à l'équerre le long des lignes f^1 d^1, d^1 e^2 ; & au premier parement on l'abattra à l'équerre ſuivant la ligne t f^1, & non pas ſuivant la ligne t V, mais ſuivant un biveau 2^r t y, formé ſur l'angle du joint t 2^r avec la ligne t y, parallele à la corde LR.

PAR cette opération, on formera les deux têtes des branches du Vouſſoir, pour y poſer les arcs de chacune des ſections des deux Voutes, & un plan incliné perpendiculaire au vertical paſſant par l'arête du joint de lit de la Trompe, pour tracer ſur cet incliné les lignes de rétombées de ces arcs, à la diſtance où elles ſont marquées dans la projection, & convergentes comme 2^r t, 1^r u.

ENFIN on formera une quatriéme ſurface courbe, ſuivant l'incliné f^1 d^1, pour y tracer les deux paralleles de la projection 1^r d, 2^r e.

IL faut préſentement abattre la pierre ſuivant les lignes des joins de lit des arêtes ſupérieures ; ſçavoir V^2 f^2 qui eſt droite, & f^2 e^2 qui eſt courbe, en ſe ſervant des biveaux d'aplomb & de coupe, qu'on a tracé un peu au deſſous en a^2 2 6 pour la Trompe, & 2^p 2 6 pour la Vouſſure rampante ; par ce moyen, on formera les deux lits de deſſus, qui ſe rencontreront en angle ſaillant ſur la diagonale de projection 2^r 1^r.

APRE's avoir formé le lit de deſſus par le moyen du biveau de coupe & d'aplomb, on formera le lit de deſſous, en abattant la pierre avec le biveau de niveau & de coupe marqué aux profils, tant de la Trompe que de la Vouſſure O^r 1 5, tenant la branche de celui de la Trompe parallele à la tête t y, & celui de la partie de la Vouſſure d'équerre à l'arête courbe f^1 d^1, c'eſt-à-dire auſſi parallele à la tête.

ENFIN avec les biveaux mixtes de lit & de doële, ou avec des cerches différentes priſes ſur les profils des paraboles h^4 α, h^e α, &c. on formera la ſurface de la doële entre les deux arêtes de lit données en tenant ces cerches paralleles à la tête.

NOUS diſons qu'il faut des cerches différentes, parce que la ſurface de cette Vouſſure étant gauche & irréguliere, une cerche ne peut ſervir que pour une ſeule poſition donnée, ce qui eſt clair, parce que les intervales des arêtes des joins de lit s'écartent les uns des autres, en montant juſques vers T, & enſuite ſe reſſerrent juſques en S.

Quoique nous ne parlions que de cerches en position verticale, on pourroit cependant en faire d'inclinées perpendiculaires au plan du mur vertical ; mais celles-ci ne feroient plus des paraboles, & suivant la formation de la Vouſſure, il faudroit en chercher les points par leurs interſections avec les paraboles primitives, ce qui alongeroit l'opération ſans qu'il en revint aucun avantage, qu'au cas que la Vouſſure fût revetuë à l'ambris de menuiſerie, ce qui ne ſe pratique jamais en fait d'eſcalier.

Apre's avoir parlé des Vouſſoirs d'enfourchement, il nous reſte à dire quelque choſe des autres en continuation vers la Trompe ou vers le rampant.

Pour ceux de la Trompe ſur le coin, nous n'avons rien à ajoûter à ce qui en a été dit à la pag. 249. du 2e tome.

Mais à l'égard de ceux du rampant, ils ſeront tracez par la voye d'équarriſſement.

Fig. 152. Ayant dreſſé un parement *a b c d*, on le deſtinera pour être un vertical de ſupoſition, ſur lequel on apliquera le panneau que donnera la longueur de la pierre préſentée ſur l'élevation, par exemple, pour la continuation du même Vouſſoir du ſecond rang, la quadriligne mixte $e^2\ y\ z\ d^1$, & l'on abattra la pierre ſuivant le contour de ce panneau à l'équerre de trois côtez, ſçavoir par les deux têtes & au lit de deſſous, lequel ſera creuſé en portion cylindrique ſuivant la courbe $d^1\ z^1$. Enſuite avec le biveau d'aplomb & de coupe $R^2\ 2'6$, on abattra la pierre pour former le lit de deſſus, ſuivant l'arête courbe $e^2\ y$, tenant toujours une branche du biveau parallelement aux arêtes des têtes $e^2\ d^1$ & $y\ z$, & l'autre dans un plan perpendiculaire au premier parement, ce qui formera une ſurface convexe, portion d'un cylindre ſcalene, & dans la ſurface concave, qui eſt une portion d'un cylindre Droit, que nous avons fait pour avoir ſeulement l'arête du lit de deſſous ; on y tracera une parallele avec une regle pliante diſtante de l'arête $d^1\ z^1$ de la longueur de la retombée $p^1\ p^2$ de ce Vouſſoir, ſuivant laquelle on abattra la pierre avec le biveau $4^1\ 1\ o$ de la coupe du lit $4^1\ 1$, & d'une ligne de niveau $1\ o$, & l'on formera ainſi le lit de deſſous, après quoi l'on creuſera la doële ſuivant les cerches de pluſieurs arcs verticaux différens, ſuivant l'exactitude que l'on veut aporter à cette opération, mais il en faudra au moins trois, une à chaque tête & une au milieu ; celle de la tête $y\ z$ ſera priſe au profil ſur l'arc $1^l\ 2^l$, & les autres ſur des courbes tracées ſur les ſections qui leur conviennent, de la même maniere qu'on a trouvé la courbe *a b*, & la pierre ſera achevée.

Il ne reste plus de différence de façons de Voussoirs qu'aux angles rentrans des retours de rampes, que la clef de la Trompe doit former par un enfourchement de trois branches, comme on le voit à sa projection G g $3g$ 2^3 3e 3^t 3^n 3^u g^e, marquée à l'élevation en perspective par la lettre A, dont on viendra facilement à bout par la voye de l'équarrissement, apliquant premierement le panneau de sa projection horisontale sur un parement dressé, pour y tracer son contour: on commencera par abattre la pierre suivant la direction de ses têtes qui sont à angle Droit, ce qui donnera deux paremens verticaux d'équerre entre eux, & avec le premier parement de supposition horisontale; ensuite on abattra le prisme rectangulaire, dont la base est le parallelograme G g i g^e, qui formera un angle rentrant, dont les côtez seront les deux têtes des Voussures rampantes de différentes directions, lesqu lles se prendront, l'une à la naissance de l'arc rampant r HS vers r, l'autre vers S, où on levera les panneaux de ces deux branches, qui font un angle rentrant à l'équerre entre elles, supofant que le vuide de l'escalier soit exactement quarré. *Fig.* 153.

On formera ensuite les têtes de chaque Voussure rampante, de la même maniere que nous l'avons dit de la partie 1^t d e 1 2 du second Voussoir, par le moyen de laquelle on aura la tête $2g$ G & G 3^n de la clef de la Trompe; ensuite menant par le point 3e pris à volonté pour la queue de la clef, une parallele 3e 3^x a GS: la différence des hauteurs M 3^t & n 3^x, donnera celle des points 2^3 3e, par conséquent l'inclinaison de l'arête du joint de la Trompe, qui sera la même que celle du joint g^n 3^t; le reste de la doële de la clef & des lits se fera comme aux Trompes sur le coin, dont nous avons parlé à la pag. 249. du 2e. tom. La fig. 153. fait voir à peu près l'effet de cette clef toute taillée & prête à poser. *Fig.* 153.

REMARQUE.

Il y a une observation à faire sur la direction des joins de tête de l'arc rampant r S, c'est que de quelque façon qu'on fasse, ceux du corps de la Voussure, soit à plomb, soit perpendiculairement à la direction de la ligne de rampe RM, ni l'une ni l'autre de ces directions ne convient à la tête de l'arc rampant r HS, parce qu'ils doivent être perpendiculaires à cet arc, de sorte que les joins de tête des Voussoirs du sommet de la Voussure devroient avoir au dedans une fausse coupe, dont le P. Deran ni M. de la Ruë ne disent rien; pour moi je crois qu'elle convient, je ne sçai si elle a été mise en exécution.

Explication Démonstrative.

Ce Trait est fait sur le grand principe de l'équarrissement, qui est l'usage des projections verticales & horisontales, expliqué au commencement de ce 4e. Liv. On a fait la projection horisontale des joins de lit, tant des Trompes que des Voussures rampantes ; ensuite on en a fait l'élevation, dans laquelle on trouve les mesures des rampans, mais non pas des Coniques de la Trompe ; de sorte qu'on est obligé de les chercher par un profil particulier.

A l'égard des courbes des ceintres de tête, tant des Trompes que des rampans, elles sont données dans cette élevation, parce qu'elles sont paralleles au plan sur lequel elles sont tracées ; mais parce que celles qui sont les ceintres des joins montans des Voussures rampantes, sont dans des plans perpendiculaires à celui de l'élevation ; elles n'y sont représentées que par des lignes droites m^1 H ou $m^1\ n^d$, de sorte qu'on est obligé de les chercher par un profil à part, comme en *æ b* ou *æ n d*, où l'on prend les abscises sur le plan horisontal, & les ordonnées sur l'élevation, comme nous l'avons dit.

Le reste de la construction des cintres, pour empêcher les jarrets à la rencontre des différentes parties données, a été expliqué dans l'usage des tangentes des paraboles, & des autres courbes circulaires ou Elliptiques.

Fig. 154. Pour aider l'imagination du Lecteur à se représenter l'effet de cette sorte d'escalier, & l'accord des différentes Voutes qui y sont rassemblées, on a cru qu'il convenoit de mettre sous ses yeux une représentation en perspective d'une de ses moitiez, en suposant la Cage coupée par la ligne CM' *d*, & regardée d'une distance à peu près égale à sa profondeur ; ce genre de dessein m'a paru préferable à celui d'une élevation, en ce qu'il ne s'agit pas ici de mesures à prendre sur le dessein, mais de la représentation de toutes les parties qu'une seule élevation ne peut exprimer.

Remarque sur l'Usage.

Les Architectes du siécle passé, au raport du P. Deran ; faisoient beaucoup d'escaliers suspendus à repos portez, les uns par des arcs de cloitre, les autres par des Trompes, & quelquesfois de l'une & de l'autre maniere. Il en reste encore beaucoup à Paris, entre autres à l'Hôtel des Fermes, entre les ruës de Grenelle & du Boulois

Mais ces sortes d'escaliers ne sont plus guere à la mode.

Premierement, parce qu'ils chargent trop les Bâtimens, & coutent beaucoup, tant en Voutes qu'en épaississemens des murs, qu'il faut renforcer pour résister à leur poussée ; encore est-il de la prudence d'y ajoûter beaucoup de fer pour mieux s'assûrer de leur résistance.

Secondement, parce que s'il s'agit d'un grand Hôtel, il ne convient pas de pousser l'escalier principal plus haut que le premier étage, qui doit être le seul pour l'usage du Maître ; ceux qui montent au dessus pour les logemens des domestiques, doivent être à part derriere le grand escalier ou ailleurs.

Troisie'mement, parce que rien ne donne plus d'air de grandeur qu'une belle Cage ouverte jusqu'au comble, & dont le platfond est susceptible des décorations de la peinture & de la sculpture ; & s'il ne s'agit que de l'escalier d'un second étage, on peut le faire propre, solide, dégagé & leger, avec des limons de charpente si l'on veut, ou avec des rampes de pierre, qui portent les marches sans le secours des Voutes, qui leur donnent un air bas & écrasé.

CHAPITRE NEUVIE'ME.

DES VOUTES COMPOSE'ES d'Annulaires & de Conoïdes qui les croisent.

En termes de l'Art,

Des Voutes d'Arêtes sur le Noyau.

C'EST ici une de ces especes de Voutes, dont le Trait n'a pas été donné correctement par les Auteurs des Traitez de la coupe des pierres. M. de la Ruë a remarqué qu'aux Voutes d'Arêtes sur le Noyau des écuries du Roy à Versailles, on apercevoit quantité de jarrets dans les arêtes d'enfourchemens, *malgré les ragrémens qu'on avoit pû y faire*, ce qui lui a donné occasion de proposer des panneaux de dévelopemens de doële, afin de corriger & éviter ceux que l'on pourroit faire en pareil cas.

Ce moyen est bon pour palier le mal, mais il ne va pas à la cause qui est la fausseté du Trait du P. Deran qu'il a suivi, en ce qu'il fait

pour la projection de chaque arête, un arc de cercle, au lieu d'une courbe Mechanique qui n'est certainement point circulaire ; ainsi faisant son épure sur un faux principe, & se réglant sur une courbe qui ne peut servir qu'à causer de nouvelles irrégularitez, puisqu'elle sert de base à la position & aux divisions des joins, il ne seroit pas étonnant que la Voute de M. de la Ruë, malgré sa précaution, fit encore des jarrets, à la verité moins sensibles qu'ils ne le seroient sans ce correctif ; mais cependant ils seront encore réels & suffisans pour offenser l'œil d'un spectateur délicat, quoiqu'il ne puisse pas bien dire en quoi une telle figure de Voute péche.

PROBLEME XIV.

Faire une Voute d'Arête sur le Noyau.

Pl. 101. Fig. 155. & 157.

Soit (fig. 157.) le quadriligne mixte ABED, le plan horisontal d'une portion de Voute sur le noyau, dont le centre est C^n, laquelle est traversée par une autre sorte de Voute conoïde de cette espece dont nous avons parlé sous le nom de *Passage ébrasé*, dont la clef est de niveau, & dont la direction des impostes est supposée en BA & ED, tendant au centre C^n, & celle de tous ses autres joins de lit à une ligne verticale, dont le point C^n est la projection, telles sont les lignes continuées $v^1\ n^1$, $v^2\ n^2$, & le milieu de la clef QO, qui doit être de niveau, & passer par le milieu M de celle de la Voute sur le noyau, qui est dans la courbe CMN.

Si l'on choisit pour cintre primitif l'arc-Droit de la Voute sur le Noyau, on fera sur AB, comme diametre, le demi cercle AHB, ou une demie Ellipse sur-haussée ou sur-baissée, il n'importe, c'est au choix de l'Architecte, & l'ayant divisé en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, & abaissé de ces points des perpendiculaires sur son diametre AB, qui le couperont aux points p^1, p^2 ; on tracera par tous ces points, des arcs concentriques au noyau AOD, qui seront les projections horisontales des joins du Berceau tournant au tour du noyau, lesquelles seront croisées par celles de la Voute conoïde directe BADE.

Pour déterminer les points d'intersection des projections des joins de lit de ces deux especes de Voutes, le P. Deran & M. de la Ruë font passer des arcs de cercles par les trois points donnez A, M, E & B, M, D, des intersections des lignes des impostes, & du milieu de chaque Voute ; ces arcs de cercles coupent les projections des joins tournans en des points *f*, *g*, *i*, *k* & F, G, I, K, qui leur

150.

152.

153.

151.

154.

149.

déterminent la poſition des projections droites des joins de lit de la partie de la Voute conoïde, laquelle croiſe celle qui eſt tournante ſur le noyau, au centre duquel C^7 ils tirent ces joins $v^1 n^1$, $v^2 n^2$.

Mais cette méthode, comme nous venons de le dire, eſt mauvaiſe & fauſſe dans ſon principe, parce que les projections des arêtes ne ſont pas des arcs de cercles, mais des courbes Méchaniques, dont il faut chercher les points par l'interſection des projections naturelles à la Voute du paſſage ébraſé, qui ne tendent pas toujours au centre du noyau, comme le pratiquent les Auteurs citez, & de celles des joins tournans de la Voute ſur le noyau.

Il faut donc commencer par diviſer proportionnellement les diametres des cintres des extrémitez opoſez du paſſage ébraſé, pour y placer les projections des diviſions des Vouſſoirs en parties rélatives, & en même nombre que celles du cintre primitif AHB de la Voute ſur le noyau ; ainſi on diviſera les cordes BE & AD proportionnellement aux diviſions du diametre AB, ou ce qui eſt la même choſe, leurs moitiez Bm & AL aux moitiez BC & AC. Pour cet effet on tirera Cm & CL de milieu en milieu, & par les points des projections p^1, p^2, on menera des paralleles à CL, qui donneront par leurs interſections avec la ligne AD, les points l^1 l^2 que l'on cherche ſur cette ligne, & par les points p^3, p^4, des paralleles à Cm, qui donneront ſur BE les points 1^3, 1^4 que l'on cherche, leſquels donneront auſſi les autres points des projections entre m & E pour la moitié, mE étant reportez à même diſtance d'un côté à l'autre.

Si l'on tire des lignes droites des points 1^4, 1^3 aux points l^1, l^2, on aura les projections des joins de lit, leſquelles tendront au centre C^n ſi le noyau eſt circulaire, auquel cas il ſuffit de trouver les points d'une moitié AL ou Bm, & tirer ces lignes par le centre C^7, parce qu'alors on a deux points donnez de chaque projection de joint de lit ; ſçavoir C^n, qui eſt commun à tous, & celui qu'on a trouvé ſur un des diametres AD ou BE ; mais ſi le noyau eſt Elliptique le centre C^n devient inutile ; il faut chercher les projections ſur chaque ligne AD, BE, & tirer les lignes droites d'un point à ſon correſpondant ſur l'autre diametre opoſé.

Les interſections de ces projections droites avec les courbes concentriques au noyau donneront par leurs interſections les points D, F, G, I, K, B pour l'arête BMD, & les points f, g, i, k pour la courbe de projection de l'arête AME, qui eſt égale à la précedente, & qui la croiſe à la clef en M.

Comme ces arêtes ſont des courbes à double courbure, il faut, ſuivant nos principes, en chercher les points ſur une ſurface courbe cylindrique, qui ait pour baſe la projection d'un des joins de lits courbes concentriques au noyau, pour avoir l'interſection de la ſurface conoïde du paſſage ébraſé qui forme les Lunettes avec une ouverture en Tour ronde; c'eſt pourquoi il faut rectifier chacune des baſes cylindriques, comme AOD, BQE, pour former ſur ces baſes les cintres en dévelopement, qui doivent être apliquez ſur chacune des ſurfaces cylindriques verticales, qui coupent la Voute ſur le noyau par des arcs horiſontaux $p^2\, g$, p^3 I, &c. & le paſſage ébraſé par des arcs verticaux, dont les projections ſont les courbes G g, i I, &c. qu'il faut chercher, comme il ſuit.

Soit, par exemple, à tracer celle dont BQE eſt la projection; ayant tiré par le point Q la droite $b\,e$ parellele à BE, & égale à l'arc BQE rectifié, on portera ſur cette ligne la longueur Q v^3 rectifiée en Q t^3 ſur Q b, & $v^3\, v^4$ rectifié en $t^3\, t^4$, & enfin v^4 B rectifié en $t^4\, b$ portant auſſi les mêmes diſtances ſur l'autre moitié Q e, enſuite ſur tous les points t^1, t^2, t^3, t^4, on élevera des perpendiculaires, qu'on fera égales aux hauteurs des retombées correſpondantes au cintre primitif 1 p^1, 2 p^2 en $t^1\, 2^1$, $t^2\, 2^2$, CH en Q h^d, &c. la courbe $b\, h^d\, e$ ſera la naiſſance de la Voute d'arête ſur l'arc BQE, laquelle ſert dans toute ſon étenduë, de même que la courbe A h^n D du côté du noyau, l'une pour être pliée ſur une ſurface concave BQE, l'autre ſur une ſurface cylindrique convexe du noyau AOD.

Les autres cintres en dévelopement ne ſervent qu'en partie, celui qui eſt fait ſur la rectification de l'arc $p^1\, q^1$ ne ſert que dans la partie depuis f en F; celui qui eſt formé ſur l'arc $p^2\, q^2$ ne ſert que depuis g en G, ainſi des autres formez depuis M en Q, c'eſt-à-dire dans la partie du conoïde du paſſage ébraſé, laquelle diminuë depuis les lignes d'impoſtes de ſupoſition AB, DE, juſqu'à la clef M commune à la Voute annulaire & à la Conoïde.

Il eſt aiſé de voir par la figure que les cintres en dévelopement ſur toutes les ſurfaces cylindriques, paſſans par les points $p^1\, q^1$, $p^2\, q^2$, &c. ſont tracées par le moyen des rectifications des arcs de projection avec leurs diviſions pour abſciſſes, & avec les hauteurs des retombées du cintre primitif pour ordonnées.

On y a raſſemblé du côté du noyau les trois courbes $2^n\, h^n\, n$, $1^r\, h^n\, r$, $a\, h^n\, d$, qui ſe reſſerrent depuis la clef vers le noyau, & les moitiez des trois autres R h^d, S h^d, $e\, h^d$, qui s'élargiſſent depuis la clef M vers le piédroit concave BQE, & la courbe du milieu ſur CMN en

en $c\,h^n\,n$, qui doit être le cintre primitif du paſſage ébraſé, lequel doit aprocher autant qu'on le peut du demi cercle, afin que les parties des extrémitez, l'une ſur-hauſſée vers le noyau, & l'autre ſur-baiſſée vers le piédroit concave, ſoient également différentes du cercle en différens ſens, l'une en ſur-hauſſé, l'autre en ſur-baiſſé.

Par exemple, pour avoir celle qui ſe feroit ſur la baſe courbe $S^4\,m\,p$, projection du premier joint de lit de la Voute ſur le noyau; ayant rectifié ſa moitié $m\,k\,s^4$, on la portera de Q en S, avec celle de ſes parties $m\,k$, $m\,k^2$ que l'on n'a pas marqué ſur la ligne QS, pour éviter la confuſion des lettres ; & ſur chacune de ſes diviſions, élevant une perpendiculaire, on y portera la hauteur du cintre primitif qui lui apartient, comme en k la hauteur p 4 ou p 1, en k^2 la hauteur p 3 ou p 2, & l'on aura une courbe S $o\,h^d$ plus reſſerrée que la premiere $e\,h^d$.

Par la même pratique, on tracera la courbe qui provient de la même ſection du cylindre, dont la baſe eſt l'arc horiſontal q R³, en portant la rectificaton de l'arc $q\,i$ R³ ſur la droite QR, avec celle de ſa partie $q\,i$, & l'on aura la courbe R $i^n\,h\,d$ pour moitié de ce cintre.

On a raſſemblé dans ce Trait les trois courbes qui s'élargiſſent depuis celle du milieu CMN d'un côté en Rh^d, Sh^d, $e\,h^d$, & les trois autres qui ſe reſſerrent en $r\,h^n$, $ſ\,h^n$, D h^n, cette derniere étant le cintre du côté du noyau. On a auſſi marqué le cintre du milieu paſſant par H du cintre primitif, où ce qui eſt la même choſe par ſa projection M en $n\,h^n\,c$, qui ſe trouve ici un demi cercle par hazard, parce qu'on a fait la courbe CMN égale au diametre ACB du cintre primitif, & circulaire de la Voute ſur le noyau, ce qui donne un agrément à la Voute, lorſqu'on le peut, parce que les cintres des piédroits opoſez BQE & AOD different également de la courbe circulaire, l'un en la ſur-baiſſant, l'autre en la ſur-hauſſant.

On a auſſi tiré les horiſontales 2¹ o^r, 2² i^o, du côté des grands cintres, & de l'autre 1° o & 4° δ, pour marquer que ſi l'on raſſemble ces cintres ſur une même baſe Q e ou L n, les hauteurs des diviſions de ces cintres ſont toutes égales ; ainſi ayant tiré ces lignes pour l'un de ces cintres, les perpendiculaires des diviſions de la baſe les couperont en des points qui apartiendront aux points des diviſions de chacun de ces cintres reſſerrez ou élargis, ce qui épargne la peine de répeter les hauteurs, & fait voir d'un coup d'œil le raport de toutes ces courbes ou ſeulement de leur moitié, ce qui ſuffit, puiſque l'autre moitié n'en eſt qu'une répetition en ſens contraire.

Par le moyen de ces courbes, on peut bien tracer les Vouſſoirs, & les conduire à leur perfection par une voye d'équarriſſement, comme nous le dirons ci-après ; mais parce que M. de la Ruë juge que pour vérification du contour des arêtes, il convient de faire des panneaux de doële, nous allons donner une méthode d'en faire le dévelopement, beaucoup plus ſimple que la ſienne.

Ayant élevé ſur les diviſions 14 13 de la corde BE, des perpendiculaires 14 X, 13 Y égales à $p4$, $p3$, qui ſont les hauteurs correſpondantes du cintre primitif, on tracera par le Prob. 16. du 2ᵉ Liv. la courbe BXY *h* E, qui ſera une de ces ovales du 4ᵉ ordre, dont nous avons parlé : on en fera de même ſur la corde AD, pour avoir l'autre opoſée AZ *z* h^n D.

Fig 156. On portera enſuite la longueur LQ à part, comme à la fig. 156. avec ces diviſions O, M & *m*, & ayant abaiſſé des perpendiculaires aux points L & *m* prolongées indéfiniment, on portera ſur chacune de ces lignes la rectification d'une moitié de ces courbes, en faiſant L l^2 égale à l'arc h^n *z*, L l^1 égale à h^n Z, & LD^4 égale à l'arc h^n ZA.

De même ſur la droite *m* E^b de la fig. 156. on portera la rectification de l'arc *h* Y en *m* Y, *h* X en *m* X, & *h* B en *m* E^b ; & l'on menera par les points l^2 Y, l^1 X les droites l^2 v^2, l^1 v^1, D^4 E^b ; enſuite on portera la longueur 1^2 v^2 de la fig. 157. en Y v^2 de la fig. 156. 1^4 v^1 en X v^1, & par les points Q v^2 v^1 E^b de la fig. 156. on menera la courbe QE^b ; de même pour avoir la courbe OD^4, on portera la longueur l^2 n_2 de la projection horiſontale de la fig. 157. en l^2 *z* du dévelopement l^1 n^1 de la projection en l^1 Z du dévelopement; & par les points O *z* ZD^4, on tracera la courbe OD^4, qui ſera celle de la tête de la doële du côté du noyau.

Il reſte à preſent à trouver les points de dévelopement des arêtes ſur les lignes l^2 v^2, l^1 v_1. On portera la longueur de la projection n^1 *f* en Z *f* du dévelopement n^2 *g* en *z* *g*, 1^4 K en XK, 1^3 I en YI; & par les points M, I, K, E^b, & M, *g*, *f*, D^4, on menera des courbes à la main, qui feront d'autant plus exactement tracées qu'on y aura des points *g*, *f*, I & K, que l'on peut multiplier autant qu'on voudra en prenant pluſieurs points entre les diviſions XY *h* du cintre B *h* E, & les renvoyant par des perpendiculaires ſur la projection horiſontale, entre les points M, I, K, B, & *m* 1^3 1^4 B, comme on a fait aux lignes K 14 & I 13.



Aplication du Trait sur la Pierre.

Pour tracer les Voussoirs de cette espece de Voute, il faut se ressouvenir de ce qui a été dit de la Voute d'arête ordinaire ; la seule différence qu'il y a, c'est que dans celle-ci il n'y a qu'une direction droite, l'autre étant courbe, circulaire ou Elliptique ; mais en se servant de panneaux fléxibles pour le côté courbe, cette varieté ne cause aucune difficulté.

Soit, par exemple, le second Voussoir d'enfourchement à faire du côté du piédroit concave, dont la projection horisontale est la figure mixte R *i u v k f*, fig. 157. Ayant fait un lit horisontal de supposition, pour y apliquer le panneau de cette figure levé sur l'épure, on abattra la pierre à l'équerre sur ce contour, excepté sur la partie renfoncée *f k* V ; ensuite sur l'arête verticale dont le point V est la projection ; ayant porté la retombée $y\ 2^2$, on apliquera sur la surface convexe, dont la courbe *v u* est la projection, le panneau flexible $y\ 2^2\ 2^1$, avec ses coupes $2^2\ 6$ & $2^1\ 5$, & sur la surface cylindrique concave, dont R *x i* est la projection, on apliquera le panneau fléxible de la partie du dévelopement fait sur l'arc $p^3\ q$ R, comme on a fait le cintre $b\ h^d\ e$, sur l'arc BQE, avec des coupes qui devroient être différentes des précedentes, si l'on observoit la regle générale de les faire toujours perpendiculaires à la tangente ; mais parce qu'elles rendroient les lits gauches, on pourra, suivant l'usage ordinaire aux apareilleurs, faire ces coupes un peu fausses, en réglant leur inclinaison sur celle d'un cintre pris au milieu en CMN, qui est dans ce Trait $n\ h^n\ c$, afin qu'elle soit moyenne entre les cintres surhaussez $d\ h^n\ a$ d'un bout, & $b\ h^d\ e$ de l'autre : ainsi une coupe étant donnée dans une tête de Voussoir, l'autre lui sera menée parallele, par le Prob. I. du 2e tome. Fig. 157.

Les têtes convexes & concaves du Voussoir étant tracées, elles donneront la direction & la courbure de la doële Conoïde, qui se fera à la régle comme celle des coniques ordinaires, & sur la tête droite RE, on apliquera le panneau 7 3 4 8 du cintre primitif AHB; par le moyen de la hauteur *y* 3 posée sur l'arête verticale, dont le point *i* est la projection d'un côté & R de l'autre, & l'on trainera la retombée *y* 4 parallelement à l'arête horisontale *i* R, sur le lit de supposition horisontale, & la pierre sera tracée pour la partie du Berceau tournant, dont la doële se creusera comme aux Voutes sur le noyau simple.

La rencontre de cette surface avec celle du Conoïde, donnera

l'arête d'enfourchement, dont on pourra diriger exactement le contour, en apliquant sur la doële de direction droite $u\,i$, le panneau fléxible de son dévelopement pris dans la fig. 156. dans sa partie IK $v^1\,v^2$, car si ce panneau est apliqué intimement à la doële, ensorte que son côté $v^1\,v^2$ soit ajusté le long de l'arête dont $u\,v$ est la projection, le côté IK donnera le contour de l'arête courbe à double courbure, dont $i\,k$ est la projection horisontale, ainsi des autres Voussoirs.

Fig. 158. & 159. Les fig. 158 & 159. font voir l'effet des Voussoirs d'enfourchement, l'un ébauché, l'autre fait vû du côté de la doële par dessous.

Explication Démonstrative.

On a vû au tome précedent tout ce qui concerne la construction des Voutes simples, dont celle-ci est composée ; ainsi l'on peut y avoir recours pour la Voute sur le noyau. pag. 410. & pour le passage ébrasé, pag. 437.

Il nous reste seulement à rendre raison de notre maniere de faire le dévelopement des pandantifs inégaux de cette espece de Voute d'arête.

Il est clair que la partie de la Voute de passage ébrasé est la seule où l'on doive faire usage de panneaux fléxibles, parce que sa surface est à simple courbure, au lieu que celle de la Voute sur le noyau est comme les sphériques à double courbure, de sorte qu'une surface plane ne peut s'y apliquer si fléxible qu'elle puisse être, sans s'étendre en différens sens, ce qui est impossible avec du carton ou du fer-blanc, dont on fait les panneaux fléxibles ; par conséquent on ne peut faire de dévelopement que des pandantifs du passage ébrasé, & c'en est assez pour la pratique, parce que leurs extrémitez déterminent les arêtes à double courbure des enfourchemens, & les angles rentrans des formerets qui sont concaves en dehors, & convexes du côté du noyau.

Nous avons démontré au Théoreme VI. du 1er. Liv. que la section perpendiculaire au rayon $C^a\,Q$, étoit une ovale du quatriéme ordre ; ainsi supposant un plan vertical passant par BE, il formera pour section la courbe B x^4 E dans la Voute annulaire, & la courbe B b E dans la conoïde, lesquelles n'ont rien de commun que les points B & E, parce que la clef de la premiere est au dessous de la seconde de toute la hautuer b 4 du profil, ainsi le pandantif BM m ou son double BME

eſt tout compoſé de la ſeule ſurface conoïde, il en eſt de même de ſon opoſé AMD.

Si l'on conſidere préſentement que toutes les diviſions des Vouſſoirs des cintres opoſez A h^n D vers le noyau, & B h E vers l'ébraſement, ſont à des hauteurs égales par la conſtruction, on réconnoitra que toutes les lignes des arêtes des joins de lit ſont des droites horiſontales, par conſéquent qu'elles ſont repréſentées dans leur juſte longueur ſur le plan horiſontal, tant dans le tout que dans chacune de leurs parties compriſes depuis la Tour creuſe d'un côté, & ronde de l'autre de la Voute ſur le noyau.

Donc les parties de MQ, M m, M o, ML, doivent être égales au dévelopement de la fig. 156. à celles qui ſont cottées des mêmes lettres à la fig. 157. & parce que le plan paſſant par BE eſt ſupoſé vertical, toutes les lignes qui ſont dans ce plan ſeront perpendiculaires à la ligne L m perpendiculaire à BE, donc au dévelopement M E^b doit être perpendiculaire à L m.

Or comme la ligne BE repréſente la ſection Elliptique B h E, la moitié m B doit être exprimée au dévelopement par la rectification de la demie Ellipſe h B, qui ſera auſſi étenduë en ligne droite par la raiſon qu'on a vû à la pag. 333. du 3e. Liv.

Ce que nous diſons de la ſection ſur BE ſert auſſi pour celle qui eſt ſupoſée faite ſur AD; d'où il eſt aiſé de conclure que tous les points D^a f, g M, I, K, E^b ſont au contour de l'arête d'enfourchement dévelopée ſur le conoïde; & les points O z ZD^a & Q v^2 v^1 E^b ſont au contour du formereſt ſur la Tour qui fait les piédroits de la Voute ſur le noyau: donc le dévelopement fait par cette conſtruction eſt exact, & infiniment plus ſimple que celui de M. de la Ruë.

Quoique nous ayons ébauché nos Vouſſoirs en portion cylindrique, il ne ſeroit pas impoſſible de commencer par un parement droit parallele aux cordes AD, BE, il auroit ſa commodité pour la formation des Lunettes du paſſage ébraſé; mais dans la partie de la Voute ſur le noyau, il faudroit tracer une portion de la courbe du 4e. ordre, qui eſt la ſection plane de l'anneau, ce qui rendroit le Trait plus compoſé.

CHAPITRE DIXIE'ME.

DE LA RENCONTRE DES VOUTES Hélicoïdes avec les Sphéroïdes & Cylindriques.

EXEMPLE.

En termes de l'Art.

Trompe en Niche rampante, rachetant une Vis St. Giles ronde.

Pl. 102. *Fig.* 160. CE Trait n'eſt pas un des moins difficiles de la coupe des pierres, le P. Deran s'y eſt trompé, comme l'a fort bien remarqué M. de la Ruë, qui en a donné un plus correct. Celui que je vais propoſer eſt ſi ſemblable au ſien, qu'on pourroit croire que je le tiens de lui, ſi l'on pouvoit douter que ce fût une ſuite naturelle de la Théorie que j'ai fait préceder au Théoreme VI. du 1er. Livre de la pratique que j'ai donné au Prob. 16. du Liv. II. & enfin de la maxime générale pour la deſcription des courbes quelconques, qui ſe forment par la mutuelle pénétration des ſolides.

Quoiqu'on en penſe, on ne pourra me refuſer la juſtice d'en avoir éclairci le myſtere, & démontré la juſteſſe de l'operation, ce qui manque totalement au Livre de M. de la Ruë.

Avant que d'entrer en matiere, je dirai que quoique j'exécute ce Trait par une eſpece d'équarriſſement comme lui, ce n'eſt pas que je penſe que ce ſoit par une neceſſité abſoluë, comme il l'aſſure, faute de pouvoir l'exécuter par panneaux ; ſes raiſons qu'il apuye du ſentiment de Deſargues ne prouvent rien contre le commode uſage des doëles plates dont il ſe ſert lui-même dans la coupe des Trompes coniques, & que nous avons employé en pluſieurs rencontres, même pour la formation des ſurfaces Gauches, en cherchant la diſtance du quatriéme angle de cette doële, lorſque le panneau plan & quadrilatere ne la touche qu'en trois. Il eſt de plus évident que ſi l'on vouloit réduire les doëles plates à des panneaux triangulaires, il n'y a point de ſurface concave gauche à laquelle ils ne puiſſent convenir, donc on peut employer dans ce Trait les panneaux de doële plate; mais parce que l'exécution en deviendroit extrémement compoſée &

embarreffée, je ne la propofe pas ; le Lecteur médiocrement intelligent la trouvera de lui-même s'il en eft curieux, par l'exemple des panneaux de la Voute fur le noyau expliquée au tome précedent.

Il ne s'agit que de les brifer en deux par une diagonale, & trouver l'angle d'inclinaifon de ces deux moitiez triangulaires, ce qui n'eft pas difficile, & qui ne mérite pas qu'on s'y arête ; il fuffit d'avoir montré que les impoffibilitez fur lefquelles bien des gens décident hardiment, ne le font que pour ceux qui ne connoiffent pas bien le fond des chofes, & les moyens d'y parvenir.

Soit (fig. 164.) l'arc de cercle TDS, la projection horifontale d'une portion de Vis St. Giles, & le cercle $n\ d^n\ t^n$ fon noyau, dont le centre eft C^n concentrique à l'arc TDS. *Fig.* 164.

Soit le demi cercle AFB, la projection horifontale de la niche ou Trompe qui doit racheter la Voute de la Vis, fuivant une arête à double courbure, dont A *ff* B eft la projection qu'il faut trouver. Pour y parvenir il faut auparavant faire l'élevation de la niche fur un plan vertical, dont la droite AB, qui eft fon diametre horifontal, eft la projection. *Fig.* 163.

Ayant tiré par le centre du noyau C^n, & le milieu C^t du diametre AB, la droite indéfinie C^n CE, on lui menera par les points A & B les paralleles A a^2, B b ; puis ayant mené par le point a pris à volonté fur A a^2 la droite $a\ b$ parallele à AB, on portera fur A a^2 la hauteur dont la Vis St. Giles s'éleve en rampe dans l'intervale BDA, c'eft-à-dire la hauteur dont le point A furpaffe B qu'on fupofe ici l'intervale $a\ a^2$, & l'on tirera la droite $b\ a^2$, qui repréfentera l'inclinaifon de la rampe de la Vis, mais non pas la projection verticale de fon contour ADB, qui eft une courbe ondée $a^2 f c^e$ S b, telle que nous l'avons décrite au Liv. 3e. planche 20. fig. 249.

Sur la droite $b\ a^2$, comme diametre incliné de la niche, & avec un demi diametre conjugué de telle hauteur qu'on voudra prendre fur C^t E, on décrira une Ellipfe, qui fera le cintre vertical de cette niche ; mais pour la rendre plus facile & plus réguliere lorfqu'il n'y a pas de fujétion, on prendra pour ce demi diametre vertical celui de la projection horifontale C^t F ; ainfi l'on fera C^t E égal à C^t F, & l'on décrira la demie Ellipfe a^2 E b par le Prob. VIII. du 2e. Liv. où ce qui fera plus commode par le Prob. 19. pag. 174. en menant à volonté autant de paralleles que l'on voudra à la ligne C^n E, qui coupent la projection horifontale de la Vis & de la niche, comme LH, MI, N 3, 2 t^n, K 8, G 9 indéfinies de part & d'autre, fur lef-

quelles on portera les ordonnées correspondantes du demi cercle de la niche, comme $q\ 1_2$ en $2^4\ 2$, $p\ 1^1$ en $p^1\ p^2$, $o^1\ 1^o$ en $o^2\ 2^2$, de même $k\ q^3$ en $3^p\ 3$, $i\ q^2$ en $2^p\ 2^m$, $h\ q^1$ en $H^p\ 2^3$, & par les points a^2, 2^3, 3^m, 3, E, 2, p^2, 2^2, b, on décrira l'arc rampant qui est le cintre vertical de la niche qui représente celui de face, sur lequel on déterminera les coupes des joins de tête comme H 3, G 2, qu'on tirera au centre C^e contre les régles des ceintres de face, parce que celle-ci n'est que supofée, & que l'opération en deviendra plus facile.

Nous supofons donc ici pour plus grande simplicité de la figure; qu'il n'y a que trois Voussoirs à peu près égaux, & quatre joins de tête sçavoir 3 H, 2 G, & ceux des coussinets $d\ a^2$, $b\ d^1$, & que les paralleles que nous avons tiré ci-devant, passent par leurs extrémitez & leur milieu, ce qui est indifférent, puisque leur nombre & leur éloignement sont arbitraires : or chacune d'entre elles étant considerée dans le plan horisontal & dans le plan vertical, comme la section d'un plan vertical qui coupe la Vis St. Giles & la niche, peuvent être considerées comme autant d'axes des courbes des sections qu'ils font dans ces deux corps, lesquelles sont des quarts de cercle dans la niche, & des courbes ovales du 4e. ordre, dont nous avons parlé au Liv. 1er. & 2e. ainsi il faudra les chercher par le Probleme 16. pag. 162. comme nous l'allons expliquer.

Par les points X, Y, Z, pris à volonté sur la ligne d^n D, diametre horisontal de la Vis, on menera autant d'arcs de cercles concentriques X 13 o, Y 14 o, Z 9 o prolongez jusqu'à un diametre pris à volonté, comme RS, sur lequel ayant décrit le demi cercle S r R, on lui menera par tous les points o autant de perpendiculaires $o\ r^1$, $o\ r^2$, qui seront des ordonnées, & par les points 4, 5, 6, où les paralleles à la ligne EC^n coupent l'arc intérieur du plan horisontal de la Vis, on menera autant de lignes au centre C^n du noyau, comme 4 C^n, 5 C^n, 6 C^n, qui couperont les arcs X o, Y o, Z o aux points x, y, z, à une certaine distance des points où les paralleles coupent ces mêmes arcs aux points 7, 8, 9.

Il faut trouver l'inclinaison des arcs rampans de la Vis, dont ceux-ci sont la projection horisontale; pour cela, il en faut faire le developement.

Fig. 169. Soit fait à part l'horisontale e B fig. 169. égale à l'arc BD, & la hauteur $e^x\ c^b$ égale à $e\ C^e$ de l'élevation ; la droite C^b B sera celle de l'inclinaison de la rampe de la Vis à son piédroit ; mais parce que les arcs X 13, Y b, Z z sont toujours plus petits en longueur, quoiqu'égaux

155.

156.

157.

158.

159.

qu'égaux en nombre de dégrez, & que cependant ils montent tous en même tems à même hauteur, il faudra faire un dévelopement de chacun d'eux sur l'horisontale e^x B, pour trouver la différence des inclinaisons des rampes qui deviennent toujours plus grandes en aprochant du noyau, ainsi faisant la droite e^x 13 figure 169. égale à l'arc du plan X 13, e^x *b* égale à Y *b*, e^x *z* égale à Z *z*, on aura les rampes C^h 13, C^h *b*, C^h *z* de chacun des arcs concentriques au noyau, par le moyen desquelles on trouvera facilement les hauteurs de chacune de leurs parties; par exemple, pour trouver la hauteur que doit donner la partie horisontale *x* 7 de l'arc X 13, on la portera de e^x en 1^7, & l'on menera 1^7 3^4 parallele à C^h 13; la hauteur e^x 3^4 fera celle que l'on cherche.

On trouvera de même la hauteur e^x 3^6 en portant *z* 9 de e^x en 1^9, & faisant 1^9 3^6 parallele à C^h *z*. Ces hauteur serviront à trouver les courbes ovales du 4e ordre que font dans la Vis les plans qui la coupent verticalement & parallelement à la ligne du milieu C^n E, lesquelles seront toutes différentes dans chaque plan qui en sera également éloigné; mais ayant fait par la construction les paralleles correspondantes de la droite & de la gauche également éloignées de cette ligne, on pourra trouver deux de ces courbes sur un même plan, l'une qui monte, l'autre qui descent.

Soit mise à part la ligne 10 9, fig. 166. égale à la ligne 10 9 du plan horisontal; au point 9, on lui fera la perpendiculaire O *o*, sur laquelle on portera de part & d'autre la hauteur e^x 3^6 de la fig. 169. & ayant porté l'intervale 10 6 du plan horisontal de 10 en 6 à la fig. 166. on menera les lignes 6 o^2, 6 *o*; ensuite on portera de 6 en 13 la longueur 6 13 du plan 6 *b* en 6 *b* de la fig. 166. & par les points 13 & 6, on menera des paralleles à o^1 r^2, sur lesquelles on portera les ordonnées correspondantes, sçavoir *o* r^3 de la fig. 164. en *o r* de la fig. 166. & la même de o^3 en *o* 13, de même *o* r^4 en o^4 X, & en *o r* sur la même ligne. Enfin *o* r^5 de o^5 en r^2, & de *o* en Y; & par les points trouvez r^2 X r^3 6, on fera passer une ligne courbe de même qu'au dessous, par les points trouvez Y *r r* 6; mais parce que entre r^3 & 6 il n'y a pas assez de points pour guider cette courbe, il faudra faire plusieurs arcs concentriques au noyau entre les points *x* & 4 du *plan*, comme Q *ff* &c. qui donneront des ordonnées *ff* X^y & autres de suite dont on fera même usage que des précedentes, pour trouver les points de la coube en dessus & en dessous; enfin ces courbes étant tracées, du point *b* pour centre, & pour rayon l'intervale 10 o^1 du plan horisontal, on décrira la portion de cercle, qui coupera l'une des courbes au point *x*, fig. 166. & l'autre au point *y*; cette figure *Fig.* 166.

représentera deux sections verticales, l'une par la ligne q^o 29, l'autre par la ligne 10 9 rassemblées sur un même plan, dont les axes seront O 6 pour la section 9·6 qui descent de 6 en 9, l'autre 6 o^5 de la section q^o 29, qui monte de 26 en 29, pendant que la section de la niche est la même.

On trouvera de la même maniere les courbes des autres sections, faites par les lignes 11 8 & 12 7; car mettant à part, fig. 167. la ligne 25 8 égale à 5 8 du plan horisontal, on portera de part & d'autre du point 8 sur la perpendiculaire 8· R les distances 8· *o*, 8 o^2 égales à la hauteur e^x 3^5 de la fig. 169. & l'on tirera les lignes 25 *o* & o^2 2^5, sur lesquelles ayant porté toutes les longueurs des divisions des abscisses de la ligne 5·8, on y portera aussi les ordonnées *o* r^4, *o* r^3, *o* r^2 &c. comme l'on a fait à la figure précedente, & l'on aura les points r^4, X, r^2, &c. pour la courbe ascendante, & R *r r y* pour la descendante, dont la projection horisontale est la droite 5·8.

Enfin on portera la distance 5· *p* du plan horisontal en 2^5 *p* de la fig. 167. & du point *p* pour centre & pour rayon *p* 11, on décrira l'arc de cercle 11 3 *y*, qui coupera ces courbes, l'une en *x*, l'autre en *y*.

On trouvera de même les points des courbes qui se font aux sections 12 4·7 d'un côté, & q^3 N de l'autre.

Par le moyen des différences de ces sections, on fera la projection de l'arête d'enfourchement de la niche avec la Vis.

Ayant élevé sur SR une perpendiculaire SF^2, on portera la distance C' D de S en C^4, d'où comme centre & de l'intervale C' F, on décrira l'arc de cercle F^4 F^2 x', qui coupera le demi cercle S *r* R en x'; la
Fig. 166. longueur F^2 x' sera portée au plan horisontal de D en *ff*. On porte-
167. & ra de même aux fig. 166. 167. 168. les longueurs 4 *q*, 5 *p*, 6 o^1,
168. qui sont égales par la construction à leurs correspondantes 2^3 *k*, 2^5 *i*, 2^6 *h*, aux divisions 6 25, 32, aux points marquez *b*, par lesquels on menera les perpendiculaires *a b*, qui couperont les arcs aux points *d*, les distances *d x* & *d y* seront portées en avant du diametre AB, sçavoir *d x* de la fig. 166. du point *b* au point 15, & *d y* de *o* en 19, pour la courbe descendante, *d x* de la fig. 167. en 16 *i* pour la courbe ascendante, & *d y* en *p* 18 pour la descendante. Enfin *d x* de la fig. 168. en *k* N pour la courbe ascendante, & *d y* en *q* 17 pour la descendante; & par les points trouvez A, 15, 16 N, *ff* 17, 18, 19, B, on tracera la projection de l'arête d'enfourchement, où il

faut remarquer que les lignes *d x y* qui sont courbes dans cette figure, comme partie d'arc de cercles, seront des droites tangentes à ces arcs; si l'on ne veut pas que la niche fasse une arête plus basse que le point *d*, comme le fait M. de la Ruë, on change la nature de la courbe de cette arête, car alors la partie *d y* devient cylindrique, au lieu qu'en continuant les arcs de cercles, elle devient portion & continuation du sphéroïde. Dans l'exemple de cette figure la différence est si petite qu'elle peut être négligée; mais si le point *d* étoit beaucoup plus haut que les points *x* & *y*, il faudroit mener par ces points des horisontales pour avoir leur éloignement de la verticale *a b*, qui sert à trouver les points de la courbe A *ff* B.

Nous avons trouvé les sections du Sphéroïde avec l'Hélicoïde pour l'arête d'enfourchement, il faut à present trouver la projection des joins de tête 3 H, 2 G, dont nous n'avons que les points 3 & 2, projettez, l'un en N, & l'autre en Q.

On portera la longueur H *hp* de l'élevation en *b eh* de la fig. 166. & l'on tirera *eh* Y perpendiculaire à *a b*, c'est-à-dire parallele à l'horisontale *b* 9, laquelle *eh* Y coupera la courbe ascendante en X, & la descendante en Y. On portera sur HL la distance *eh* X du point *b* en L de la même fig. 164. & la distance *eh* Y de *o*I en 9 de la fig. 164. ainsi l'on aura deux points de chacune des projections des joints, ce qui suffiroit s'ils étoient droits, mais parce qu'ils sont courbes, il en faut d'autres entre deux pour en diriger la courbure; nous nous contenterons d'en trouver un dans la section du milieu IM. *Fig. 166.*

On portera la longueur 1*p* I de l'élevation ou son égale, K 35 de l'élevation de *b* en *er*, fig. 167. & de l'autre côté l'on tirera *er* R perpendiculaire à *a b*; cette ligne *er* R, qui est une horisontale, coupera les deux courbes, l'une en X, l'autre en Y; la plus courte distance *er* X sera portée à la projection de la fig. 164. de *i* en M pour la courbe ascendante, & l'autre *er* Y de *p* en P pour la courbe descendante, & l'on menera par les points trouvez les courbes LMN pour un joint, & QP 9 pour l'autre, ce qui acheve la projection horisontale de tout ce Trait. Il ne s'agit plus que de trouver les cerches des joins de doële du Sphéroïde, & les panneaux des joins de tête. *Fig. 167.*

Puisque les sections des Sphéroïdes sont des Ellipses, il ne s'agit que d'en tracer de différentes sur deux demis diametres donnez. Premierement elles ont toutes pour demi diametre commun, la profondeur de la niche C*r* F, qui est donnée dans la projection horisontale, & tous les autres sont donnez dans la projection verticale, sçavoir

C 23, C^e 3, C^eE, C^e 2, C^e 22: ainsi portant la longueur C^e F du
Fig. 165. plan horisontal en C^2 *f* de la fig. 165. on pourra en voir la différence ; cette ligne servira pour les unes de demi grand axe, & pour les autres de demi petit axe, ce qui n'a aucune difficulté.

Il reste à ajoûter à chaque panneau de lit Elliptique, celui du joint de tête, qui en est une continuation.

Si l'on fait une partie cylindrique entre le Sphéroïde & la Vis, on ajoûtera au devant de chaque Ellipse une portion droite, comme 22, 2, prise à la projection en *q* Q, 23 3, prise sur *k* N ; mais si l'on veut que le Sphéroïde rencontre la Vis St. Giles sans médiation, ces lignes seront des courbes en continuation des Ellipses 22 *f* 23 *f*.

On portera sur la ligne C^2 h^2 la longueur du joint 2 G de la fig. 163. de 22 en *g* de la fig. 165. & la longueur 2 K de 22 en *k*, & par les points *g* & *k*, on abaissera sur h^2 C^2 les perpendiculaires *g* g^2, *k* k^2, qu'on fera égales à o^1 9, & à *p* P du plan horisontal ; & par les points g^2, k^2, 2, on tracera la courbe qui sera la section du plan du joint & de la doële de la Vis.

De la même maniere, ayant porté la longueur 3 H de l'élevation de la fig. 163. de 23 en h^2 de la fig. 165. & 3 I en 23 *i*, on abaissera par ces points les perpendiculaires h^2 h^3, i^2 *i*, & on les fera égales aux lignes *h* L, *i* M du plan horisontal ; & par les points h^3, *i*, 3, on tracera la courbe de l'autre joint qui est représenté à l'élevation 163 par la droite 3 H.

Enfin pour le panneau du coussinet, on prendra la longueur du joint a^2 *d*, son milieu a^2 *u*, fig. 163. & l'on tracera la courbe TV *a*, fig. 165. qui sera peu différente de celle du plan horisontal TVA, parce que le joint *d* a^2 n'est pas beaucoup incliné à l'horison.

Aplication du Trait sur la pierre.

Ayant dressé un parement pour servir de plan vertical, on y apliquera le panneau du Voussoir qu'on se propose de faire, par exemple le premier *b* 2 pris en son entier sur l'élevation 163, qui est ici la figure triangulaire 169. d^1 *b* C^e 2 G *a*, laissant l'espace depuis *æ* en *d* indécis, & l'on abattra la pierre qui excede les lits C^e *d i*, C^e G
Fig. 169. à l'équerre ; ensuite ayant repairé sur les deux arêtes les points 2 & 24, on tirera une ligne de l'un à l'autre pour lui tracer une parallele à une distance arbitraire du point G comme en *æ*, qui marquera le retour horisontal que l'on veut donner à la pierre au-delà de son joint,

& ſur cette ligne on apliquera le biveau de l'angle que fait le plan vertical avec celui du joint montant dans la Vis, lequel eſt W o^2 S marqué au plan horiſontal, & l'on apliquera ſur ce point l'arc de cercle SX f r^5, que l'on tracera pour tailler la doële ſuivant cette courbure quand il en ſera tems. On portera enſuite ſur l'arête que fait la rencontre des lits, la longueur W C^e & W F, que l'on y marquera en repaire; & ſur une parallele à cette arête tracée par le point 2, on portera la longueur 27 Q, qu'on y marquera. Par le moyen de ces deux repaires, on y apliquera le panneau de lit f 22 2 k^2 g^2 de la fig. 165. pour y tracer ſon contour. On apliquera auſſi ſous le lit de deſſous le panneau f a^2 VT, poſant le point f ſur le repaire F, & le point a^2 ſur un repaire fait par une ligne 39 B tracée dans ce lit parallele à ſon arête WD : à cette parallele on en tracera une autre ſur le lit de deſſus, où l'on repairera la profondeur 39 9, qui donnera l'extrémité du joint 6, duquel on tirera une ligne au repaire 39; enfin ſur les points 24, p^2, 26, où les trois paralleles ſe terminent au bas du plan vertical, on fera trois lignes de retour d'équerre ſur leſquelles on repairera les longueurs des lignes horiſontales 27 32, 28 11 & 39 10, qui ſerviront à donner la poſition des trois cerches des arcs deſcendans des fig. 166. & 167. & la pierre ſera prête à être taillée.

On commencera par abattre la pierre le long de l'arête du joint montant avec le biveau de l'angle mixte S o^2 9, tenant ſes branches d'équerre à cette arête, & par ce moyen on formera une portion de Tour creuſe; on abattra enſuite la pierre qui remplit l'intérieur de la Vis, ſuivant la cerche S r^5, que l'on tiendra toujours parallele à elle-même avec le lit de deſſous, ſuivant l'angle C^e 24 2, & ſon plan toujours perpendiculaire à l'arc BS, afin qu'elle ſoit toujours dirigée au centre du Noyau, venant chercher les points repairez au plan du lit ſupérieur 2 K G.

On creuſera enſuite la niche entre les arcs tracez par les panneaux aux lits de deſſus & de deſſous, qui donnent deux côtez de la portion de Sphéroïde, & le troiſiéme repréſenté par 2 24, ſe formera par la cerche de l'arc 32 d de la fig. 168. & les autres de ſuite, ce que l'on pourra perfectionner par le moyen d'une cerche faite d'une portion d'Ellipſe dont C^e 22, & c^2 f ſont les demis axes. *Fig.* 168.

Il ne reſtera plus à faire que le lit ſupérieur de la pierre, qui fait partie de celui de la Vis St. Giles, lequel ſe fera, comme nous l'avons dit en ſon lieu.

Démonstration.

164. Si l'on supose la Vis St. Giles & la niche qui la pénétre en partie coupées par un plan vertical passant par le milieu du noyau Cn, & par le milieu de la niche F, il est clair qu'il sera pour section deux arcs de cercles représentez en RXf Fd, l'un comme R r5 S dans la Vis qui sera un demi cercle, dont le diametre RS sera horisontal par la génération de cette Vis, l'autre sera une portion de cercle Fd F2 Xf, par la formation du Sphéroïde, lequel dans le cas présent est formé d'une suite de rayons de cercles, qui sont les ordonnées au diametre du demi cercle AFB, transportées suivant leurs directions verticales & horisontales dans le Sphéroïde ; de sorte qu'on doit le considerer comme une suite de cercles verticaux rangez sur un axe incliné.

Cela supposé, la section du Sphéroïde ne changera pas de figure, mais seulement de grandeur ; il n'en est pas de même des sections verticales de la Vis, il n'y en aura de circulaire que celle qui passe par son centre ; toutes celles qui s'en éloigneront parallelement seront toujours des ovales du 4e. ordre d'un contour différent, comme nous l'avons démontré au théor. VI. du 1er Liv. de sorte qu'on ne peut faire servir une pour toutes ; c'est pourquoi les rencontres de ces Ovales avec les arcs de cercles doubles du Sphéroïde forment une courbe à double courbure, qui n'est pas uniforme aux deux côtez de la section circulaire faite sur la ligne du milieu Cn F ; ce qui paroit étonnant du premier abord, & contraire à l'uniformité des solides coupez, d'où est venu l'erreur du P. Deran.

Fig. 162. Pour en apercevoir la raison, soit la fig. 162. laquelle représente dans un même plan vertical trois sections rangées suivant leurs distances respectives à l'égard de celle du milieu, dont l'axe est horisontal. Il est clair que les sections rampantes AB, GH étant également éloignées de celle du milieu D *d*, elles doivent être égales entre elles ; mais parce qu'elles sont tournées en sens contraire, l'une montant du côté de D en H, & l'autre descendant en A, elles présentent à la niche des courbures différentes, l'une B *n* plus arondie que *d* S, l'autre G *m* qui l'est moins, & par conséquent les intervales horisontaux N *k* Q *q* placez à même hauteur sur les points B & G, doivent être inégaux, ce que l'on aperçoit sensiblement dans les fig. 166. & 167. aux points *x* & *y*.

Il reste à faire voir pourquoi on a cherché les hauteurs, que les parties horisontales *x* 7, *y* 8, *z* 9 donnent au dessus & au dessous de l'horison dans les axes des Ovales : il est visible que c'est pour trou-

ver l'inclinaiſon de ces axes, ſuivant leſquels on doit poſer verticalement les ordonnées du demi cercle Generateur repréſenté par R r. S; pour y parvenir on a fait pluſieurs arcs de cercles concentriques X o, Y o, Z o², qu'il faut conſiderer comme autant de baſes de cylindres qui coupent la Vis, dans la ſurface deſquels elle fait autant de lignes rampantes, toutes inégalement inclinées dans le raport de la longueur des arcs ſemblables ; c'eſt-à-dire qu'elles ſont toujours plus roides à méſure qu'elles aprochent du noyau, puiſque les diametres Cⁿ B & Cⁿ D de la Vis ſont horiſontaux, la hauteur de chacun ſera toujours égale, quoique les intervales d'inclinaiſon ſoient inégaux : or il eſt clair que le raport de la baſe horiſontale Y o eſt à une hauteur quelconque, par exemple e Cᵉ de l'élevation, comme la partie y P qui eſt la diſtance du rayon horiſontal, paſſant par le point ς de la ſection du plan vertical coupant l'horiſontal en ς P, eſt à un quatriéme terme qui a été trouvé au point 34 de la fig. 169. par le moyen des triangles ſemblables.

On pourroit trouver d'une autre maniere les inclinaiſons des axes des ovales avec l'horiſon par une ſimple Analogie, en diſant, par exemple, pour l'axe de la ſection de l'ovale paſſant par le point 4, comme l'arc D 4 eſt la hauteur ll Cᵉ trouvée par la parallele ll 24 ; ainſi la demie circonférence de la Vis, moins deux fois l'arc D 4, eſt à un quatriéme terme, qui ſera la hauteur totale de cet axe, ou ſon abaiſſement ſous l'horiſon ; ou bien D 4. ll Cᵉ : : 90 — D 4. x, qui ſera la moitié de cette hauteur, par laquelle doivent paſſer tous les axes des ovales qui ſe coupent toutes au profil, ou projection faite ſur un plan vertical ; de ſorte que prenant cette demie hauteur pour un point fixe au milieu, ſi l'on porte la hauteur que donne l'intervale de l'arc D 4, conſideré comme en rampe, au deſſous du diametre horiſontal de la ſection circulaire de la Vis, & que de ce milieu l'on prenne la longueur horiſontale de la moitié de l'axe 4ⁿ 4, on aura l'extrémité de l'axe ; d'où par le point donné à ſon milieu, on menera une ligne qui en exprimera l'inclinaiſon : or on ſçait par le Prob. XVI. du 2ᵉ Liv. que ſi cet axe incliné eſt diviſé proportionnellement à l'horiſontal, qui l'eſt par des cercles concentriques au noyau, qui coupent le diametre horiſontal de la Vis, on aura toutes les abſciſſes ſur leſquelles on doit poſer verticalement les ordonnées de la ſection circulaire correſpondante, ce qu'il falloit faire pour trouver les contours des courbes ovales du 4ᵉ ordre dont il eſt queſtion, par le moyen deſquelles on trouve les avances de la rencontre de la Vis avec la niche.

Il faut remarquer que cette rencontre ne ſera plus immédiate, ſi

l'on fait les parties de la niche, qui excedent l'hémisphere, horisontales, comme nous l'avons dit ; alors le Sphéroïde se joint insensiblement à une portion cylindrique de cylindre intrinséquement scalene, qui est cependant perpendiculaire au plan de l'Ellipse verticale, passant par l'axe du Sphéroïde, laquelle Ellipse est sa base Droite.

D'ou il suit que cette Ellipse étant commune au Cylindre & au Sphéroïde, la surface cylindrique est tangente à celle du Sphéroïde, & la jonction des deux devient imperceptible à la vûë ; mais dans ce cas la niche ne rachete plus la Vis St. Giles immédiatement, elle rachete un Berceau rampant, lequel rachete ensuite la Vis St. Giles ; de sorte que cette circonstance du Trait change l'énoncé & l'état de la question.

De la Rencontre des Voutes Hélicoïdes avec les Conoïdes.

En termes de l'Art,

Lunette ébrasée dans une Vis St. Giles ronde, ou Voute d'Arête tournante & rampante.

Comme la Voute d'arête tournante & rampante est composée de Lunettes inégales tournées en sens contraire, l'une étroite du côté du Noyau, l'autre plus large du côté de la Tour ou mur de Cage ; il suffira pour satisfaire à l'énoncé des deux Traits de donner celui d'une Lunette ébrasée qui servira pour l'un & pour l'autre.

Pl. 103. Fig. 170. & 171. Soit (fig. 171.) le cercle RPN°, la projection du noyau de la Vis, & l'arc KNS, celle de la Tour ou piédroit de la Vis ; soit le demi cercle ou demie Ellipse VH" S, la section d'un plan vertical passant par le centre C" du noyau, laquelle est le cintre primitif de la Vis.

Soient enfin les deux lignes DA, EB dans l'épaisseur du mur de Cage, dirigées au centre C", qui forment les piédroits de l'ouverture DEBA, sur laquelle on doit établir la Lunette proposée à faire, dont la doële est une surface conoïde, laquelle par sa pénétration dans celle de la Vis, forme à leur commune intersection une arête à double courbure, dont il faut chercher la projection horisontale.

Pour y parvenir, il faut premierement considerer ces deux Voutes:

tes rampantes, comme si leurs impostes étoient de niveau, parce que la rampe n'ajoûte rien à la saillie de la Lunette dans la Vis.

En second lieu, il faut se déterminer à la position du cintre primitif de la Lunette qu'on peut prendre en DE ou en AB.

Sur la corde DE, par exemple, ayant décrit le demi cercle ou la demie Ellipse DHE pour cintre primitif, on le divisera en ses Voussoirs aux points 1, 2, 3, 4, d'où on lui abaissera des perpendiculaires qui le couperont aux points d^1, d^2, d^3, d^4, par lesquels on tirera au centre C^n du noyau les indéfinies $x^1 l^1$, $x^2 l^2$, &c. qui seront terminées à l'arc DME de la Tour en $x^1 x^2$, mais qui seront indéterminées du côté du noyau.

Pour trouver leurs terminaisons de ce côté, on tirera par le point S, extrémité du diametre du cintre de la Vis VS, une perpendiculaire ST, qui sera tangente à l'arc H^u S, sur laquelle on portera les hauteurs des retombées du cintre primitif de la Lunette 1 d^1, 2 d^2, en S t^1, S t^2, & celle de la clef CH en S t'; ensuite par les points t^1, t^2, t^l, on menera des paralleles au diametre VS, qui couperont l'arc H^u S aux points 1^v, 2^v l^u, d'où l'on abaissera des perpendiculaires sur le même diametre VS, qui le couperont aux points p^1, p^2, l.

Par ces mêmes points on tracera des arcs de cercles concentriques au noyau (supoşant la Cage circulaire) comme V^1 p^1, V^2 p^2, qui couperont les projections des joins de lits correspondans dans la Lunette aux points l^1, l^2, L, l^3, l^4, par lesquels on tracera à la main la courbe ondée ALB, qui sera la projection de l'arête de la Lunette dans la Vis que l'on cherche.

Il faut présentement former les cintres rampans de la Voute de Lunette dont on supose le milieu de la clef de niveau, de même que tous les joins de lit, c'est pourquoi leurs hauteurs étant constantes, & leurs diametres DE & AB inégaux, ces cintres sont inégaux entre eux comme au passage ébrasé, dont nous avons parlé au tome précedent pag. 437.

La différence de leur construction ne consiste qu'en ce qu'au passage ébrasé les impostes sont de niveau, & qu'ici elles sont plus hautes l'une que l'autre.

Pour déterminer la différence de leur hauteur, il faut sçavoir de combien monte la Vis du point A au point B, & porter cette hauteur perpendiculairement sur AB de B en b, & sur DE de E en R pour tirer les rampantes A b, DR, & par les points 1, 2, 3, 4 de

la ligne AB, où elle eſt coupée par les projections des joins de lit; on lui élevera des perpendiculaires indéfinies, qui couperont la rampante A b aux points a^1, a^2, a^3, a^4; de même par les points d^1, d^2, &c. on élevera ſur DE des perpendiculaires indéfinies, qui couperont la rampante DR aux points e^1, e^2, e^3, e^4.

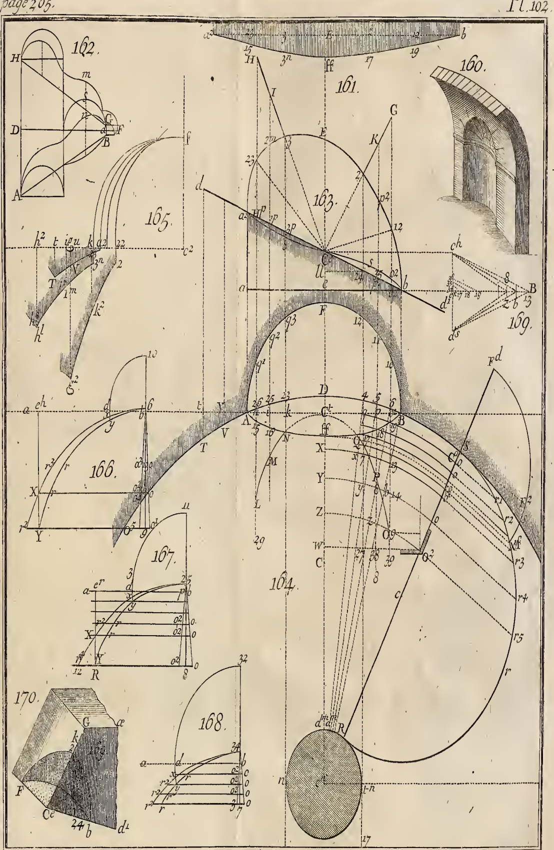
Tous ces points de l'un & de l'autre diametre ſont ceux des abſciſſes des Ellipſes rampantes, ſur leſquels il n'y a qu'à porter les hauteurs des retombées du cintre primitif DHE, aux verticales correſpondantes; ainſi on portera la hauteur 1 d^1 en quatre endroits, ſçavoir en e^1 1^r, e^4 4^r pour le cintre ſur DR, & en o^1 a^1 & o^4 a^4 pour le cintre ſur A b, de même la hauteur 2 d^2 en e^2 2^r, e^3 3^r & o^2 a^2 & o^3 a^3, & l'on aura tous les points du contour de chaque cintre D 1^r 2^r 3^r 4^r R, & A^d a^2 a^3 a^4 b que l'on cherche.

On auroit auſſi pû décrire ces deux Ellipſes par le Prob. 8. du 2e Liv. parce que l'on a un diametre rampant, un demi diametre vertical & l'angle qu'il fait avec le rampant donné; ainſi on peut en trouver autant de points qu'on voudra, ou la tracer par un mouvement continu, comme il a été dit au Prob. cité.

Ces deux cintres que nous venons de tracer ne ſont autre choſe que des cerches verticales pour former la doële de la Lunette, leſquelles ne peuvent ſervir que pour l'endroit précíſément où elles ont été formées; en ſorte que ſi on les plaçoit un peu plus en dedans ou en dehors, ou qu'elles fiſſent un angle plus ou moins ouvert avec les arêtes horiſontales des lits à la doële, elles donneroient un faux contour, parce que la doële eſt gauche, & de la nature des conoïdes; ainſi au cas que les pierres ne ſoient pas aſſez longues pour occuper l'épaiſſeur du mur, il faut tracer par la même pratique d'autres arcs rampans entre DE & AB, aux endroits où l'on ſera obligé de faire des joins de doële pour avoir les courbes des têtes de chaque Vouſſoir.

Il nous reſte préſentement à chercher les biveaux des coupes des lits, qui doivent auſſi être pris aux mêmes endroits que les arcs rampans des cerches, par la même raiſon que les doëles ſont gauches.

Ayant tiré les joins de tête à l'ordinaire du centre C de l'arc DHE, qui eſt un cintre primitif de ſupoſition, on remarquera que les coupes des arcs rampans qui répondent à ſes diviſions en Vouſſoirs, doivent être les unes plus inclinées à l'horiſon, les autres moins que celles du cintre primitif, & ces différences d'inclinaiſons ſe trouveront



à peu près de la même maniere qu'on a trouvé les points des arcs rampans.

SOIT, par exemple, le joint de tête 1 q tiré du centre C par le point 1 du cintre primitif, on abaissera sur la ligne horisontale ED, prolongées, une perpendiculaire q X, qui coupera, étant aussi prolongée, la ligne de rampe RDX au point X, & l'horisontale ED au point i; on prendra ensuite la hauteur i q qu'on portera en X z sur X q, où elle donnera le point, par lequel & par le point 1, on tirera la ligne z 1, qui sera la réforme de l'inclinaison du joint de tête, à laquelle celle de l'arc rampant 1^r 5 doit être parallele. On voit que cette tête a sa coupe plus couchée que celle du cintre primitif.

MAIS si l'on cherche la coupe du joint de tête 3^r 7, on verra au contraire qu'elle doit être plus inclinée que celle du cintre primitif, dont le joint est la ligne 3 p; car suivant la même méthode, ayant pris sur ce joint un point p à volonté, & ayant abaissé de ce point une perpendiculaire sur DE, qu'elle coupera au point V, & la ligne de rampe DR au point y; si l'on prend la hauteur V p, & qu'on la porte sur la même ligne prolongée en y 7, elle donnera le point 7, par lequel & par le point 3^r on tirera le joint de tête 7 3^r, qui sera plus incliné que celui de 3 p du cintre primitif.

POUR le démontrer, il faut tirer par le point e^3 où l'aplomb 3 d^3 coupe la ligne de rampe, une ligne e^3 o parallele à DE, qui coupera l'aplomb p V au point o, & qui donne l'excès de hauteur de la rampe y o, lequel étant porté en p Y, la ligne Y 3 sera le joint réformé auquel 7 3^r est parallele, comme il est visible par la construction; donc le joint de tête 7 3^r de l'arc rampant est plus incliné à l'horison que le joint de tête 3 p du cintre primitif, en quoi il differe du joint 1^r 5 qui lui est moins incliné que le joint 1 q.

ON trouvera de même le joint de tête de l'arc rampant intérieur A h^a b, où simplement pour faire les lits en surface plane, on menera par les divisions a^1 a^2 a^3, &c. des paralleles aux joins trouvez pour les divisions du grand cintre 1^r, 2^r, 3^r, &c.

PAR le moyen de la position des joins de tête, on aura deux biveaux dont on fera usage différemment, l'un est le biveau rectiligne de l'angle, que fait chaque joint de tête avec une ligne à plomb, comme 5 1^r e^1, 7 3^r e^3, qui servira pour trouver facilement la position du lit, qui sera la même dans la grande & petite cerche, parce qu'on ne doit pas faire le lit en surface gauche.

L'autre Biveau fera l'angle mixte que fait le joint de tête trouvé avec la courbe de chaque cerche, celui-ci eſt variable d'une cerche à l'autre, par exemple, au premier lit au deſſus de l'impoſte inférieur, ce biveau eſt l'angle mixte 5 1^r *n* D, qui eſt plus ouvert que ſon correſpondant à la cerche intérieure 9 a^1 *f* A : ainſi des autres angles ſur leſquels on doit former les biveaux mixtes.

Pour tracer une cerche courbe à double courbure, ou un panneau fléxible propre à former la tête convexe des Vouſſoirs qui peuvent être aparens au dehors de la Tour ronde en DME. On rectifiera l'arc DME, comme on a fait à la fig. 172. ſur une baſe horiſontale D *e*, qui fera un peu plus grande que DE dans le raport de la corde à l'arc, ſur laquelle on portera toutes les diviſions que donnent ſur cet arc les projections des joins de lit aux points x^1, x^2, x^3, x^4. Puis ayant élevé des perpendiculaires ſur chacune de ces diviſions, égales à celles de la courbe plane D h^r R, on tracera par leurs extrémitez un arc rampant un peu différent, qui ſera le dévelopement de celui qui doit ſe former à la ſurface convexe de la Tour, par les têtes des Vouſſoirs de la Lunette, ſur lequel on formera des panneaux fléxibles, dont on fera uſage, comme pour une porte en Tour ronde.

Corollaire

De la Voute d'Arête tournante & rampante.

Il eſt viſible que ſi la hauteur de la clef d'une Lunette percée dans la Voute de la Vis St. Giles eſt égale à celle de cintre primitif, qui eſt la ſection verticale par le noyau de cette Vis, la Lunette étant prolongée en formera une autre plus étroite du côté du noyau ; par exemple, ſi la Lunette commençoit dans la Tour creuſe ſur la largeur KN, elle deviendroit en ſe retréciſſant juſqu'au milieu de la clef de la Vis en O, d'où elle ſe rélargiroit du côté du noyau juſqu'à un certain point de part & d'autre, comme vers n^4 k_4, & enſuite ſe retréciroit vers le noyau en RP, ce qui formeroit une Voute d'*Arête tournante & rampante*, dont les projections des Arêtes KOP, NOR qui ſe croiſent en O, ſont les mêmes que celles d'une *Voute d'Arête ſur le Noyau* ; leſquelles ne ſont point des arcs de cercles, comme les tracent le P. Deran & M. de la Ruë, mais des courbes Méchaniques, comme nous l'avons remarqué au chap. VIII. de ce Livre.

Sur quoi il faut remarquer que ces ſortes de Voutes ne conviennent qu'aux Berceaux tournans & rampans, ſur un noyau d'un fort grand diametre, & non ſur un pilier mince comme aux Vis St. Giles

proprement dites, parce que la Lunette du côté du noyau deviendroit extrémement ferrée & étroite pour fa hauteur, ce qui feroit difforme par l'exhauffement extraordinaire du cintre à double courbure de fon formereft fur le noyau, & qui rendroit l'ouvrage inutilement difficile & même moins folide.

Aplication du Trait fur la Pierre.

Pour connoître la hauteur que doit avoir la pierre qu'on deftine à faire un Vouffoir qui faffe la longueur de la Lunette, & porte enfourchement dans la Vis; par exemple, pour le fecond rang, on menera par l'angle le plus bas 1^r l'horifontale $1^r f$, au deffous de laquelle on abaiffera l'aplomb $1^r o$ égal à $e^1 d^1$; par le point o on menera l'horifontale o V, qui rencontrera l'aplomb 5 X au point V, par où on tirera la ligne V 1^r, qui exprimera la rampe du retour dans la Vis, la hauteur $6^r o$ ou $o^6 o$ fera celle que l'on cherche.

Pour la longueur on en prendra les mefures fur la projection horifontale en $V^2 l^2 x^2 x^1 l^1 k^1$, dont on levera un panneau pour en tracer le contour, fur le premier parement que l'on doit faire pour un lit de fupofition horifontale, fur lequel on repairera les points G & d^2, obfervant que la pierre foit plus large que le panneau de la longueur i d^r.

On formera enfuite la tête $V^2 l^2$ & S k^1 en Vouffoir de Vis St. Giles, comme s'il n'y avoit point de Lunette, ainfi qu'il a été dit touchant le Trait de cette Vis, au tome précedent pag. 417.

Sur la ligne $l^2 x_2$, on fera un parement à plomb qui fera en retour d'équerre fur le lit horifontal, dont l'interfection fera l'arête $l^2 x^2$, fur laquelle on a dû repairer les points G & d^2, comme nous venons de le dire, pour tracer par ces points les lignes AG & D d^2, par le moyen des angles x^2 GA & G d^2 D, qu'on tranfportera fur ce lit avec la fauterelle ou la fauffe équerre.

Par ces mêmes points G & d^2, on élevera des perpendiculaires fur l'arête du lit de deffous dans le parement à plomb, pour y porter les hauteurs de la retombée de la Lunette e 2^r, par l'extrémité de laquelle on tirera une parallele à l'arête du lit horifontal de fupofition, laquelle déterminera l'arête du lit fupérieur avec la doële.

Pour donner à ce lit fupérieur fon inclinaifon de coupe, on prendra avec la fauffe équerre l'angle 6 2^r e, qu'il fait avec l'aplomb $2^r d^2$, pofant une de fes branches fur la ligne verticale tracée dans le pare-

ment à plomb, & l'autre branche sera tenuë perpendiculairement à l'arête du joint de lit à la doële.

Par le moyen de ce biveau, on abattra la pierre pour former une surface plane, qui sera celle du lit de dessus, laquelle servira à son tour, d'apui à une des branches de chacun des biveaux mixtes qu'on doit former à chaque cerche, l'une du côté du dehors $1^r\ m^r\ 2^r\ 6$, & l'autre du dedans de la Lunette $a^r\ m^a\ a^2\ 6^a$, tenant toujours leurs branches d'équerre à l'arête du lit de dessus.

Les biveaux mixtes étant dans cette position, on creusera deux plumées, dans lesquelles on apliquera exactement leurs branches convexes pour former la concavité de la doële, qui est également creuse dans chacune de ces positions, parce qu'elle est gauche; après quoi il ne restera plus qu'à achever d'abattre la pierre à la regle entre ces deux plumées, pour former cette surface, comme il a été dit pour celle du passage ébrasé.

La rencontre de cette surface avec celle de la Vis qu'on supose déja faite, parce que nous avons commencé par-là, formera sans panneaux, comme par une espace de hazard, l'arête à double courbure, qui est la commune interfection des doëles de la Lunette & de la Vis, laquelle est marquée en projection par la courbe ondée $l^1\ l^2$.

On me demandera peut-être pourquoi la projection totale de cette courbe A z B est égale de chaque côté du point z, & que celle de rencontre de la Lunette faite par une niche dans la Vis St. Giles, est différente d'un côté à l'autre, comme il a été dit à la pag. 262. de ce dernier tome.

La raison de ces différences de rencontres vient de ce que dans le Trait de la niche il s'agit de celle du cylindre avec une Vis, où les directions des joins de lit de la Lunette ne concourent pas au centre du noyau; de sorte que dans la partie inférieure de la Lunette, ce joint prolongé horisontalement, perce & se dégage plûtôt de la Voute de la Vis que dans la supérieure, comme nous l'avons expliqué par un profil; au lieu que dans cette Lunette conoïde, les directions des joins de lits, tendant toutes au centre du noyau, elles coupent les hélices des joints de lit de la Vis à distances égales du rayon du milieu C M.

Il est visible que la doële de la Lunette étant creusée, elle servira à son tour d'apui aux branches convexes des biveaux de lit de dessous & de doële, qui seront formez sur les angles mixtes $5\ 1^r\ m^r\ 2^r$ &

$9\ a^3\ m^4\ a_2$; la largueur de la doële étant déterminée par les cordes des arcs $2^r\ 1^r$ & $a^2\ a^1$, on aura exactement l'arête du lit du dessous & de doële, à laquelle on apliquera perpendiculairement les branches de ces biveaux, avec lesquels on abattra la pierre pour former une surface plane, qui rencontrera la courbe du lit de dessous dans un angle rentrant, au lieu que le lit de dessus avoit rencontré celui de la Vis en angle saillant.

Explication Démonstrative.

Nous avons dit en parlant de la Vis St. Giles au tome précedent, que les diametres de toutes les sections verticales, passant par l'axe de la Vis, étoient des lignes horisontales, & en parlant du passage ébrasé, nous avons aussi remarqué que toutes les sections de ce corps conoïde, qui tendoient à l'axe vertical élevé au point de concours des lignes convergentes de ses impostes, étoient aussi des lignes horisontales ; par conséquent elles seront paralleles aux diametres des sections verticales de la Vis : mais comme tous ces diametres s'élevent à mesure que l'on tourne au tour du noyau, il convient aussi que les lits du passage ébrasé qui fait la Lunette, soient à des niveaux différens qui s'élevent autant que les cintres de la Vis, ce qui convertit le passage ébrasé en Berceau rampant d'une imposte à l'autre, comme la Vis change la Voute sur le noyau en Berceau rampant : la différence qu'il y a dans ces manieres de ramper, c'est que la Vis rampe suivant sa direction courbe, & que la Lunette qui lui est intervale, ne doit point ramper suivant sa direction qui est droite, mais suivant ses sections transversales.

On auroit pû prendre ces sections transversales suivant des lignes courbes concentriques à la Vis, le Trait en seroit un peu plus régulier, j'en conviens, mais il en seroit aussi plus difficile dans l'exécutions. 1°. Parce qu'il faudroit déveloper tous les diametres courbes de ces sections, qui sont des arcs de cercles ou d'Ellipses. 2°. Parce qu'il faudroit se servir de panneaux fléxibles pour apliquer les courbes de ces cintres sur des têtes convexes ou concaves, ce qui est un troisiéme inconvénient qu'on évite en faisant des cerches sur des sections planes.

D'ailleurs la différence de contour, qui en peut résulter, est si petite qu'elle doit être imperceptible à la vûë, c'est pourquoi il est inutile d'alonger l'opération, puisqu'il n'en peut résulter aucun avantage, mais au contraire plus de difficulté.

Voila tout ce que j'avois à dire touchant les Voutes ; je crois n'en avoir oublié aucune de celles qui peuvent être de quelque usage : j'ai taché de me rendre intelligible le plus qu'il m'a été possible, mais je ne me flate pas de l'avoir toujours été à ceux qui ne sont pas un peu initiez dans la pratique des Traits ; je leur conseille de s'aider l'imagination, & de supléer à ce qui manque à mes explications, par le travail des mains, en *coupant du Trait* avec de la craye ou du plâtre.

Quoique les Voutes renferment les plus grandes difficultez de la Stereotomie, il est cependant vrai qu'il s'en trouve encore dans la construction des Escaliers, considerez par leurs Apuis, Limons & Coquilles ; c'est ce qui nous reste à examiner.



CHAPITRE XI.

CHAPITRE ONZIE'ME.

DE L'APAREIL DES ESCALIERS, *confiderez, feulement dans leurs Apuis, Limons & Coquilles.*

APRE'S avoir traité des différentes efpeces de Voutes deftinées à couvrir les Efcaliers, comme la Vis St. Giles ronde pour ceux qui montent en tournant dans une Tour ronde, la Vis St. Giles quarrée pour ceux qui font dans des Tours quarrées ou à pans : les Voutes droites fur les impoftes rampantes & bombées au fommet, avec repos fufpendus & portez par des Trompes, ou des arcs de cloitre, pour les Efcaliers à rampes droites, un quarré ou autre poligone vuide au milieu, &c. Il nous refte à parler des parties effentielles aux Efcaliers, qui font les Marches, les Limons, les Apuis & les Coquilles du parement inférieur des marches droites, qui ont auffi leurs difficultez pour l'apareil ; les moindres font dans les rampes droites, cependant il n'eft pas inutile, pour la pratique, de les faire remarquer.

PREMIÆREMENT,

Du Racordement des Apuis & Limons des rampes droites aux angles de leur rencontre faillans ou rentrans, extérieurs ou intérieurs.

Il y a trois furfaces dans chaque Limon, qui méritent d'être confiderées à part. 1°. La fupérieure, dont les fections perpendiculaires à fes côtez rampans, doivent toujours être des lignes de niveau, ce qui s'étend auffi aux Limons & Apuis courbes.

2°. L'INTERIEURE du côté des marches, qui fait une efpece de focle, dont l'arête doit être parallele à la ligne tangente aux angles des marches.

3°. LA furface extérieure dans les efcaliers vuides au milieu, qui eft ordinairement une plinthe, ou une petite corniche rampante parallele à l'arête de la face intérieure, par conféquent à la tangente des angles des marches.

Quoique ces trois ſurfaces ſoient rélatives, elles peuvent cependant, à l'égard de certaine ſimetrie, être conſiderées comme indépendantes, parce que leurs arêtes peuvent faire des ſuites dans les retours d'un côté, quoiqu'elles ſoient interrompuës de l'autre; & pour traiter cette petite matiere à fond, comme nous croyons avoir fait juſqu'ici celle des autres *Traits*, nous allons établir un Lemme qui en donnera une pleine connoiſſance.

LEMME.

Deux Parallelogrames de différentes directions inclinez à l'horiſon ſuivant un de leurs côtez, & de niveau par l'autre, ne ſe coupent pas ſuivant la diagonale de la projection de l'angle qu'ils font entre eux, mais ſe croiſent ſeulement en un point des côtez qui ſe touchent.

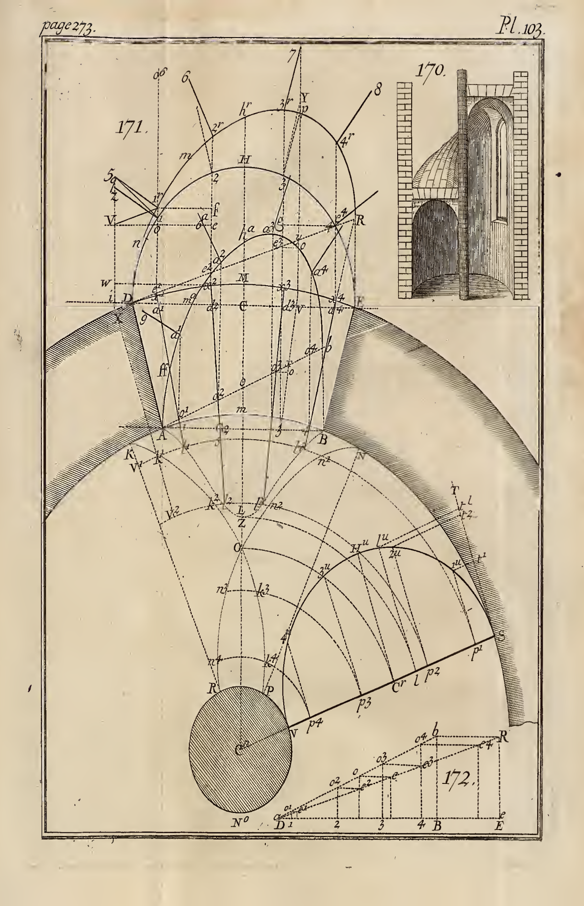
Ou ce qui eſt la même choſe en différens termes; ſi deux Parallelogrames inclinez à l'horiſon font perpendiculaires à deux plans verticaux de différentes directions, ils ne ſe croiſeront qu'en un ſeul point, qui ſera dans la ligne d'interſection des deux plans verticaux.

Suivant ce dernier énoncé, la verité de cette propoſition eſt facile à démontrer, car on peut conſiderer les deux plans inclinez comme projettez ſur les plans verticaux, & alors ils ſe réduiſent chacun à une ſeule ligne inclinée; or deux lignes ne peuvent ſe couper qu'en un ſeul point, par conſéquent ces deux plans ne ſe croiſent qu'en un ſeul point.

Secondement, ces deux plans, étant inclinez à l'horiſon, ne peuvent être coupez par un plan horiſontal, que ſuivant deux lignes horiſontales inclinées entre elles, qui ſont dans des plans différens: or ces deux lignes ne peuvent ſe croiſer qu'en un ſeul point, par conſéquent ces deux plans ne peuvent ſe croiſer qu'en un ſeul point horiſontalement, ſupoſant toujours des Parallelogrames, & non pas des plans prolongez en tout ſens.

Si nous en venons à l'aplication particuliere, nous pouvons conſiderer ce qui arrive, lorſque leurs directions ſont dans des plans verticaux perpendiculaires entre eux, comme à la fig. 177. où les Parallelogrames CK, HE ſont les projections des Parallelogrames qu'on ſupoſe inclinez à l'horiſon, l'un ſuivant l'angle du profil CED ou RE L, ſon opoſé au ſommet, l'autre ſuivant l'angle CGA.

Il faut démontrer que ſi le point F eſt celui de la rencontre des côtez IE, KG, toutes les lignes qu'on peut tirer de ce point F dans l'un & l'autre Parallelograme, ſont divergentes, & qu'aucune ne peut


170.
171.
172.

être la commune interfection des deux plans inclinez, comme dans leur projection horifontale.

Premierement il eft vifible que celles qui feront menées de ce point F perpendiculairement aux côtez KG, IE, feront divergentes, quoique réünies dans la projection, puifque FE confiderée dans le plan CI eft inclinée à l'horifon par la fupofition fuivant l'angle CGA du profil, & que la même ligne FE, confiderée dans le plan CK, eft horifontale auffi par la fupofition; par conféquent ces deux lignes feront inclinées entre elles comme GA & GC, ou par un autre profil, comme GF & F *d* en defcendant, ou comme GF horifontale avec FD en montant, ce qui fait voir auffi que les lignes en FG font encore divergentes comme GF & F *d* ou FD.

Il ne fera pas plus difficile de faire voir que les lignes tirées du point F, fuivant la diagonale FC, ou toute autre F dans chacun des plans, feront auffi divergentes; car fi l'on fait C *a* perpendiculaire à CF, & égale à CA, il eft clair que la ligne *a* F repréfentera un des plans qui monte comme IC, ou qui defcend de K en C; de forte que faifant l'angle de cette defcente en CF d^a, l'angle total *a* F d^a fera le profil de la fection des deux plans par la diagonale de la projection FC, ainfi des autres.

La même démonftration s'aplique fans aucune difficulté à la rencontre des parallelelogrames, dont les directions font obliques, comme à la fig. 179.

Corollaire de Pratique.

Il fuit évidemment de cette propofition que deux tablettes d'apui de rampes, ou deux Limons paralleles à la tangente, qu'on doit imaginer toucher les arêtes des marches de chaque rampe, *ne peuvent fe joindre à leur rencontre que par un reffaut* formé par une troifiéme furface à plomb ou de niveau, qui paffe de l'un à l'autre; quelque précaution qu'on prenne, on ne peut l'éviter, il eft inutile d'y chercher d'autre expedient, ou bien les faire terminer à un pilaftre ou piédeftal, &c. qui en cache la terminaifon; car fi l'on fait enforte par la difpofition des girons des marches, que les côtez intérieurs des limons fe réüniffent dans l'angle rentrant, les côtez intérieurs ne fe réüniront pas dans l'angle faillant opofé; & fi au contraire les côtez intérieurs des limons ou apuis fe réüniffent dans un angle qui eft faillant du côté des marches, ils ne fe rencontreront pas dans l'angle rentrant opofé, ils y feront néceffairement un reffaut.

D'où il fuit que les expédiens que Boffe donne pour éviter les

ressauts à l'arête du socle du côté des marches sont inutiles pour le
Fig. 174. côté extérieur, ou quoiqu'ils ne paroissent pas lorsqu'on le couvre d'une balustrade, ils paroissent à l'apui supérieur, comme on peut le voir à la fig. 174. où il s'en fait nécessairement deux, un triangulaire incliné *b f c*, & un triangulaire vertical *c f g*, ou bien suivant la correction de Desargues, que Bosse apelle une merveilleuse invention, on en peut faire trois en partageant la moitié du ressaut intérieur *f g* en deux, en *m*, d'où on tirera des lignes en *b* & en C, ainsi alors on aura trois ressauts triangulaires, sçavoir deux verticaux *b c m* & *c g m*, & un en pente *b m c*.

La seconde surface que nous considerons dans le limon ou dans l'apui, est l'intérieure du côté des marches où le limon fait ordinairement un bord de quelques pouces de hauteur, qui est la base intérieure des balustrades, ou le *Ressocle* du limon sur lequel on met la rampe de fer, auquel l'arangement des marches aux paliers de retour causent souvent de l'interruption, & oblige l'Architecte d'y faire un ressaut, ce qui arrive lorsque les deux marches DC, BC, fig. 173.
Fig. 173. qui forment le palier de retour ABCD, aboutissent à l'angle saillant C du limon MCL, parce que le point C est la prolongation commune à deux hauteurs de marches, sçavoir à DC du palier sur le giron D*g*, & CB sur le palier AC, ce que l'on voit plus distinctement au profil 176. aux lettres GC & C *6*; de sorte que l'arête MC du socle de la premiere rampe tombe au dessous de la hauteur de l'arête du socle en retour de toute la hauteur d'une marche.

Pour y remédier, il faut faire entrer l'angle C dans le palier de chaque côté de la moitié de la largeur d'une marche, en élargissant le palier par le réculement de l'arête DC en *b* K, & de BC en I *i*, parce qu'alors le point de rencontre des arêtes du socle, ou des tangentes des marches de chaque rampe, se trouvera au dessus du palier de la moitié d'une hauteur de marche, & au dessous de la premiere marche de la seconde rampe, de la moitié d'une marche.

Cette construction qui réünit les arêtes de la surface à plomb intérieure, entraîne aussi avec elle le ressaut de la surface supérieure, qui fait la Tablette du socle, laquelle ne peut se racorder dans le retour que par une surface triangulaire à plomb sur la diagonale, qui change suivant l'angle de rencontre de ces deux surfaces, & si leurs directions horisontales sont paralleles comme lorsqu'elles sont tournées en sens contraire, alors ce triangle est loxigone C *e* K, double de celui du profil d'une demie marche; si les directions sont à angle Droit, il sera rectangle, ayant pour une de ses jambes la largeur du

limon, & pour hauteur une ligne proportionnelle à fa largeur à l'égard des marches ; de forte que fi le Limon avoit deux fois la largeur d'une marche, le reffaut du côté extérieur feroit égal à deux hauteurs de marches, ainfi du refte.

C o r o l l a i r e.

D'ou il fuit que pour ôter totalement ce reffaut vertical, & le changer en une plate-forme horifontale, qui eft plus agréable à la vûë, il faut réculer ler marches du palier du retour jufqu'à l'alignement des côtez du quarré de l'épaiffeur du Limon C *e f g*, fçavoir en *d f*, & *b f* pour les terminer au Limon en *g* & *e*, c'eft-à-dire qu'il faut agrandir le palier jufqu'à ce que toute la largeur du Limon y foit comprife.

Cette correction changeant, la rencontre des Limons de l'angle faillant au rentrant formera une continuation d'arêtes de plinthe ou de corniche, en retour aux angles rentrans, fans aucun reffaut, & c'eft en quoi confifte l'attention qu'on doit avoir à la *troifiéme furface du Limon*, pour donner une fuite de retour à fes arêtes & à fes ornemens ; fi les directions des rampes faifoient entre elles un angle aigus ou obtus, il faudroit tirer de l'angle rentrant P, fig. 179. des perpendiculaires P *p*' P *e* fur les côtez opofez, qui détermineroient la direction & les extrémitez du palier qui fe trouveroit alors moins élargi, que de l'épaiffeur du Limon, parce que la ligne M *e* eft plus petite que *e* P, & il feroit au contraire plus élargi fi l'angle étoit aigu; ce qui eft clair à la feule infpection de la figure, parce que l'angle de la diagonale PM avec le côté MN feroit plus ou moins aigu, par conféquent fon complément MPE donneroit une plus grande ou plus petite diftance entre la perpendiculaire P *e* & le point M.

L'inconvenient qui fuit ce grand élargiffement, qui peut faire perdre deux ou plufieurs marches à chaque palier, ou peut-être l'ignorance des moyens de le lever eft la caufe qu'on voit plufieurs efcaliers où les Limons font des reffauts defagréables à la vûë, comme aux grands Efcaliers du Palais Royal & du Luxembourg à Paris.

Les Architectes françois modernes ont trouvé une invention fort ingenieufe, très agréable à la vûë & très commode pour éviter la difformité des reffauts dans les angles fans perdre de la place, en agrandiffant les paliers ; ils infcrivent un arc de cercle dans l'angle rentrant qui augmente la place du retour, & fauve toute irrégularité ; voici comme il faut le tracer.

Soit l'angle rentrant MCN, qui étoit le faillant du Limon dans le palier ; ayant pris à volonté les points d'atouchemens T & *t* à diftan- *Fig.* 175

ces égales du ſommet C de l'angle donné, on menera par ces points les lignes perpendiculaires 1 C', 8 C', qui ſe rencontreront en C' où ſera le centre de l'arondiſſement, enſuite on diviſera l'arc T *t*, comme il convient pour le collet des marches, par exemple ici en parties égales, qui aprochent de la largeur du giron des autres.

On tirera par chacune de ces parties de l'arc diviſé, & par le centre C' des lignes droites C' *x*, juſqu'à la rencontre des marches qu'elles couperont en *x* & *x*, d'où l'on portera ſur la face de la marche, la diſtance qu'il y a du point *x* à l'arc de cercle d'arondiſſement en *x n*; par le point *n* on tirera une perpendiculaire *n y* ſur *n* ſ, & du point *r* une autre perpendiculaire *r y* ſur C' *x*, qui coupera la précedente en *y* où ſera le centre de l'arc *r n*, ainſi des autres, comme la figure le montre.

M^r^. Hertenſtein, dans ſon petit Traité d'Architecture civile, s'y prend d'une autre façon, pag. 369.

„ Il prend de part & d'autre depuis l'angle du filet intérieur la „ valeur de deux rampes & demie, (il entend aparemment deux girons & demi); „ l'interſection que l'on fera de ces deux points donnera le centre de l'arondiſſement; duquel ayant décrit un quart de „ cercle dans cet angle, on le diviſera en huit parties, & les points „ 1, 3, 5, 7, ſont ceux où doivent aboutir les marches. Cette méthode me paroit bonne lorſque l'arondiſſement du bout des marches eſt peu conſiderable, & qu'il y en a peu à arondir; mais lorſque le nombre en eſt plus grand, il faut en revenir à celle que nous venons de donner, qui dirige ces arondiſſemens le mieux qu'il eſt poſſible, & qui le diminue inſenſiblement juſqu'à ce qu'il s'anéantiſſe.

Des Eſcaliers tournans à Vis.

La difficulté de ces ſortes d'Eſcaliers conſiſte dans la façon des têtes des marches qui portent leur Noyau ou leur Limon, & dans le délardement du parement inférieur qu'on apelle la *Coquille*, ils ſont ſuſceptibles de cinq variations.

1°. La Vis peut être ſoutenuë par un *Noyau plein & à plomb*, c'eſt-à-dire un pilier rond portant de fond.

2°. Par un *Noyau plein* mais *rampant*, en façon de colonne torſe.

3°. Le Noyau peut être ſuprimé, en ſorte que la place demeure vuide, ce qu'on apelle *Vis-à-jour*; alors les marches ne ſont ſoute-

nuës que par leur queue, & par une petite partie de recouvrement ſur leur longueur, continué juſqu'à la tête ſans coupe, ce qu'on apelle en *tas de charge*, terminant ſeulement la tête par une moulure continuée en hélice au tour du vuide, qui doit être une ouverture d'un petit diametre, pour que cette moulure de tête étant peu inclinée en ſoit plus ſolide.

4°. Dans la même circonſtance du Noyau vuide, on peut laiſſer une ouverture d'un aſſez grand diametre, en faiſant porter à chaque tête de marche une portion de Limon tournant, qui ait une bonne épaiſſeur pour que chacune de ſes parties s'apuye ſur l'inférieure partie en *tas de charge* dans ſon milieu, & partie en coupe vers ſes arêtes extérieures & intérieures aux lits de deſſus & de deſſous.

5°. Enfin les marches peuvent être portées à leur tête par un Limon de piéces détachées des marches, qui ſoient capables de ſe ſoutenir étant contretenuës par les marches, & de ſoutenir réciproquement les têtes de ces mêmes marches, qui s'y apuyent par des entailles.

PROBLEME XV.

Faire un Eſcalier à Vis quelconque.

Premierement,

De la Vis à Noyau plein & à plomb.

La conſtruction des Eſcaliers à Vis & à Noyau, plein & à plomb eſt ſi facile que les moindres tailleurs de pierre l'éxecutent, lorſque le parement du deſſous des marches fait un reſſaut à chaque récouvrement, mais lorſqu'il fait une ſurface continuë en *Coquille*, ils n'en viennent à bout qu'en tatonnant.

Les Auteurs qui ont écrit ſur la coupe des pierres n'ont point pourvû à ce Trait; M. de la Ruë qui en parle dans celui de la Vis à jour, dit ſeulement qu'*on délardera le deſſous des marches en conduiſant la regle ſuivant les parties courbes & rampantes, en ſorte qu'elle tende toujours autant que faire ſe pourra au centre de la Vis*; mais il ne donne pas la maniere de tracer une courbe ſur laquelle on doit apuyer la regle par un bout, ni de faire en ſorte que ſa direction par l'autre extrémité tende au centre du noyau, ſoit qu'il ſoit plein ou vuide, quoique ce centre ou plûtôt l'axe de la Vis ſoit inviſible dans l'un & l'autre cas; cependant on ne peut former cette ſurface reguliérement ſi la regle n'eſt

guidée par deux lignes courbes, sur lesquelles elle doit couler dans une certaine position qui change de direction à chaques points de ces courbes ; nous allons tacher d'y supléer.

Fig. 180. Soit (fig. 180.) une portion de Tour creuse HIK, dans laquelle est un Escalier à Vis, dont ABDE est le noyau circulaire, par le centre C duquel on imagine une ligne verticale que nous apellons *l'Axe de la Vis*, auquel toutes les lignes dirigées suivant la longueur des marches doivent tendre comme les rayons du cercle à leur centre ; telles sont les lignes HA, IB, KD, qui expriment le plan horisontal de deux marches.

Il s'agit de faire le parement de dessous de ces marches & des suivantes ; en sorte qu'il soit continué sans ressaut d'une maniere uniforme en Coquille de cette espece que nous pouvons apeller une surface Planohélicoïde, qui différe de l'Annulaire hélicoïde ou Vis St. Giles, en ce que les lignes des sections de tous les plans passans par son axe sont des demis cercles ou d'autres courbes; & qu'ici ce sont des lignes droites, cependant leurs sections par des plans ou des surfaces cylindriques, sont des lignes courbes.

La ligne de l'angle rentrant formé par la rencontre de la Coquille avec la Tour, est une hélice parfaite, laquelle étant une Courbe à double courbure, ne peut être décrite sur une surface plane ; donc on ne peut en faire la cerche sur une planche droite, mais seulement sur une portion de cylindre creuse, ou convexe, auquel cas il est bien aisé de la faire ; car si l'on dévelope en ligne droite l'arc de cercle HIK, qui est le plan horisontal de la portion de la Tour qui porte les marches comme en *q i* fig. 180. & que l'on fasse à son extrémité 4 la hauteur de la marche *q h* ; la ligne *h i* sera le dévelopement de l'hélice.

Si l'on coupe un morceau de madrier suivant le segment de cercle FH 2 IG convexe, & qu'on y aplique le dévelopement *q h i* tracé sur une surface fléxible comme du papier ou du carton ; on y tracera la ligne *h i*, qui donnera sur la surface courbe du madrier, une ligne courbe, qui sera l'hélice qu'on cherche, suivant laquelle le bois étant taillé, on aura la cerche du bout de la marche à la queue. On trouvera de même celle de la tête, qui sera beaucoup moins inclinée à l'horison, comme l'on voit en PM fig. 183. où l'on a tracé l'une & l'autre hélice.

Cette cerche ne sera pas nécessaire si l'on creuse dans la marche la portion de Tour concave qu'elle occupe au dessus du lit horison-tal

tal de sa queue, puisqu'on y pourra apliquer le triangle du dévelopement sur une base de niveau ; mais si la pierre se trouve défournie, elle sera nécessaire pour former exactement les deux extrémitez de la surface en Coquille, sur lesquelles doit couler la regle qui dirige l'Ouvrier pour abatre la pierre qui se trouve entre deux.

Il ne reste plus qu'à placer cette regle sur ces courbes, de maniere qu'elle tende toujours à l'axe de la Vis sans tatonner, non pas *à peu près*, comme dit M. de la Ruë, ce qui peut causer de grandes irrégularitez, mais exactement, ce qui est très facile ; car si l'on divise chacune de ces portions d'hélices extérieure & intérieure en un même nombre de parties égales, par exemple en quatre, & que l'on pose la regle de la seconde division de la grande hélice à la seconde de la petite ; de la 3e. à la 3e., ainsi de suite ; & qu'on abatte toute la pierre qui n'est pas en droite ligne d'un de ces points à l'autre, la regle tendra toujours à l'axe de la Vis.

Cette méthode de former la Coquille est fort simple & très exacte, cependant comme elle est méchanique, on peut trouver des cerches planes, qui serviront à la former aussi facilement entre les deux extrémitez des marches.

Suposant qu'on veuille avoir une cerche qui passe par le point O, on fera du centre C un arc O *o*, qui donnera le point *o* sur l'autre bord de la marche, par lequel on menera la droite *o* O, que l'on divisera en tel nombre de parties qu'on voudra, comme ici en quatre aux points 2, *m*, 3, par lesquels on fera passer d'autres cercles concentriques *n n*, *p p*, dont on fera les dévelopemens sur une ligne droite, comme on voit par la répetition des mêmes lettres à la fig. 183. ensuite ayant porté sur chacune la même hauteur qui est celle de deux marches, on tirera l'hypotenuse H o^d du dévelopement, qu'on divisera aussi en quatre aux points *b* M *d*, par où on menera des petites paralleles à l'horisontale O *k* ; & par les points 2, *m*, 3 de la ligne droite de projection O *b*, qui est plus courte que la dévelopée O^d o^d, on lui élevera des verticales 2 *x* M *m* 3 *y*, qui donneront par leur intersection avec les horisontales *b x*, *d y* les points *x* & *y* ; la ligne courbe menée par les points O *x* M *y* *b* sera celle que l'on cherche. *Fig.* 180.

On pourra former deux cerches concaves de pareilles courbes pour chaque marche, l'une vers le collet, l'autre vers la queue, & les diviser, comme on a dit de l'hélice, en parties égales qui donnent la position de la regle sur des points correspondans, comme de la moitié de l'une à la moitié de l'autre, &c.

Cette espece de cerche peut être aussi très utile pour rectifier la coquille dans l'intervale de deux marches, qui pourroient chacune être bien faites, & cependant faire un pli ou un coude pour avoir été mal posées.

Il y a une observation à faire à l'égard de la construction, touchant l'épaisseur de la pierre qu'on destine pour chaque marche, c'est qu'elle doit être un peu plus épaisse qu'il n'est nécessaire par la hauteur du *pas*, parce que la surface de la coquille faisant des angles *a* S 9, *b f q* très aigus avec celles des *girons a* S, *b f*, il est nécessaire d'en abattre la vive-arête par une coupe *c e* fig. 184. qui lui donne plus de solidité, & parce que le point *q* est au dessous du niveau de *e*, il faut que la pierre ait pour épaisseur la hauteur *e q* de plus que celle du pas *a e*.

Il est visible que cette coupe est plus nécessaire vers la queue de la marche où l'hélice est plus couchée que vers le collet, où elle aproche plus de la verticale, & que si l'on vouloit faire cette coupe dans toutes les regles, en sorte qu'elle fût toujours perpendiculaire à la surface gauche de la Coquille, il faudroit qu'elle fût aussi gauche; cette attention seroit nécessaire si la coupe étoit grande, mais on la fait ordinairement si petite, qu'on peut négliger cette précision; au reste il y a si peu de difficulté à l'observer, qu'on peut la faire sans contrainte; car si l'on trace une ligne du centre de la Vis par le bord de la coupe, comme *c k* à la surface inférieure, son écartement du bord de la marche DK qui se rétrecit vers le collet, donne naturellement le gauche de la coupe, il ne s'agit que d'abattre la pierre de l'une de ces lignes à l'autre, en droite ligne à la regle posée d'équerre sur les arêtes.

Il est aussi visible que le réculement de cette coupe sous la marche est arbitraire, & dépendant du récouvrement que l'on veut donner à une marche sur l'autre, lequel dans cette espece de Vis peut être si petit que l'on voudra, parce que chaque marche étant portée par les deux bouts est suffisamment soutenuë; il n'en est pas de même pour les Vis à jour, comme nous le dirons ci-après.

Explication Démonstrative.

Pour concevoir les raisons des manieres de trouver les courbes de ces deux cerches, il faut se ressouvenir de ce que nous avons dit au Liv. 3e. pag. 342. que le dévelopement d'une hélice étoit un triangle rectangle, dont la base étoit égale au dévelopement de celle du cy-

lindre, au tour duquel elle fait ſes révolutions, ſoit qu'on la conſidere en tout ou en partie. Il eſt donc évident qu'en apliquant ce triangle dans ſa ſituation naturelle ſur une ſurface cylindrique, cette hypotenuſe deviendra l'hélice même que l'on cherche.

Il n'eſt pas moins évident que ſi l'on ſupoſe la ſurface de la coquille coupée par pluſieurs autres cylindriques concentriques au noyau, & que ces ſurfaces courbes ſoient traverſées par une plane parallele à l'axe de la Vis, on aura pour leurs projections horiſontales, les arcs de cercles *o* O, *n n*, *p p*, & la corde *o* O qui les coupe aux points 2 *r a* 3, y donne les projections des ſections du plan qui coupe pluſieurs cylindres parallelement à leur axe, leſquelles ſont par conſéquent des lignes droites verticales, qui ont chacune un point commun avec l'hélice à la ſurface de la coquille dans chaque cylindre & dans le plan qui les coupe tous, *ce qu'il falloit démontrer.*

A l'égard de la maniere de placer la regle ſur des diviſions de parties proportionnelles, il eſt clair qu'à chaque diviſion les deux hélices ſeront parvenues à même hauteur, par conſéquent que la regle qui y ſera ſupoſée aura pris une ſituation de niveau à l'égard de la Vis. Premiere condition pour la formation de la coquille. Secondement, qu'elle ſera dirigée à l'axe, puiſque les arcs horiſontaux de ſa projection ſont proportionnels. Seconde condition eſſentiellement réquiſe à la Vis circulaire.

Si le Noyau & la Tour dans laquelle eſt la Vis étoit Elliptique, au lieu d'être circulaire, il arriveroit de grandes inégalitez aux Girons des marches, ſi on les dirigeoit à l'axe qui paſſeroit par le centre de l'Ellipſe ; c'eſt pourquoi leur direction doit être priſe par des parties égales en nombre dans chaque quart d'Ellipſe de celle de la Tour à celle du Noyau, c'eſt le ſeul changement qu'il y ait à faire à la conſtruction.

Seconde Variation.

Faire une Vis à Noyau rampant.

Soit fig. 182. le cercle A c^1 B, le plan horiſontal de la place qu'occuperoit un noyau plein comme à la fig. 180. on fera un ſecond cercle CDE, dont le centre c^1 ſera à la circonférence du premier, & de tel diametre qu'on jugera à propos, car on peut le faire plus petit ſi l'on veut laiſſer un vuide, mais alors il ſe changeroit en *Vis à jour.* Ayant tiré du centre C par le centre c^1, la ligne CR pour le milieu d'une marche, on en fera le *plan f* 3 2 *e* pour le giron, ajoûtant ſur le derriere une partie GT 3 *f* pour le récouvrement de celle qui ſuit, & *Fig.* 182.

au devant une petite avance en H avec un dégagement d'un Cavet, ſi l'on veut, & l'on fera un panneau de la figure CDGT 2 H *e* EC, qu'on apliquera ſur la pierre pour en tracer le lit de deſſus, où l'on aura ſoin de laiſſer une avance de pierre qui l'excéde en EF; enſuite on fera par deux retours d'équerre au point C & au point 2 des lignes, qui paſſent du lit de deſſus à celui de deſſous, pour y pouvoir apliquer le même panneau, mais dans une poſition différente; on poſera bien le point C de ce panneau ſous le point C du lit de deſſus, mais on poſera le point 3 ſous le point 2; de ſorte qu'il aura changé ſa 1re ſituation en celle de la marche inférieure C 1 *e* 2 I *i* F *c*. Dans cet état on tracera le contour du cercle IHFC, & l'on abattra la pierre d'un de ces cercles à l'autre, ce qui formeroit une portion de cylindre ſcalene, ſi on l'arondiſſoit à la regle ſur ſes côtez; mais parce que c'eſt une portion de cylindre hélicoïde ſemblable à une colone torſe, il faut trouver une cerche qui puiſſe marquer la courbure de ſes côtez; nous choiſiſſons ici DE iſſu du point D milieu du demi cercle CM, comme le plus ſaillant & le plus propre à guider le Tailleur de pierre.

On portera à part la longueur de l'arc DI, qu'on dévelopera ſur la droite *d i*; ſur le point *d*, on lui élevera la perpendiculaire *d* D2, & l'on tirera D2 *i*, qui ſera l'hypotenuſe du triangle rectangle, & le dévelopement de l'hélice qui ſe fait ſur le noyau en DI de la baſe ſupérieure à l'inférieure du cylindre hélicoïde; ainſi ayant arondi un morceau de planche, ſuivant l'arc DI, en portion de cylindre, on y apliquera le triangle *d* D2 *i* tracé ſur une matiere fléxible comme du carton, ſuivant lequel on tracera la courbe qu'on doit apliquer au milieu du noyau, de laquelle on fera deux cerches différentes, l'une convexe, que l'on poſera entre les points D répairez au lit de deſſus, & I au lit de deſſous qui ſera concave, & l'autre concave ou creuſe, que l'on poſera entre les points E & F répairez, l'un au lit de deſſus comme E, l'autre au lit de deſſous F, parce que ce côté eſt un peu convexe ſuivant la direction EF.

Comme les arcs DI & EF, qui ſont les baſes de la ſurface de cylindre, dans laquelle ſe trouve l'hélice que décrit le côté du noyau en Vis, ſont très peu différens de la ligne droite, il arrive que l'hélice eſt auſſi très peu différente de la ligne droite de l'hypotenuſe D *i*; de ſorte que les Ouvriers mépriſent cette différence, parce qu'elle eſt peu ſenſible en œuvre, ils en ſont quittes pour quelques ragrémens. C'eſt aparemment par cette raiſon que le P. Deran n'en a pas parlé, mais il fait paroitre dans ſa maniere de trouver la courbe des ornemens de la Vis à jour, qu'il n'à pas bien entendu cette matiere, puiſ-

qu'il donne une fauſſe méthode pour trouver ces cerches, de même que M. de la Ruë dans le quartier de Vis ſuſpendu qu'il exécute par la même fauſſe méthode.

Ce n'eſt pas aſſez d'avoir fait une tête de marche pour bien conduire le noyau rampant, il faut être guidé par des cerches à plomb pour redreſſer les petites fautes qui peuvent ſe faire dans l'exécution d'une portion du noyau, c'eſt pourquoi il convient d'en faire un profil, & même deux, pris ſur des baſes qui ſe croiſent à angle Droit dans la projection horiſontale, comme en H*g* & LK.

Soit, par exemple, la longueur LK du grand diametre du cercle de révolution tranſportée en F *m* à la fig. 181. on décrira du milieu C le demi cercle *r s* c^a, qu'on diviſera en autant de parties égales qu'il y aura de girons de marches dans ſon contour, par exemple en 8, & par ces points de diviſions 1, 2, 3, &c. on menera des paralleles à la ligne du milieu CX, qui repréſenteront les changemens de poſition de l'arc ou centre du noyau vis-à-vis chaque marche.

On portera enſuite ſur cette verticale du milieu CX, les hauteurs des marches en montant aux points 1, 2, 3, &c. par leſquels on tirera des horiſontales *n m*, *n m*, qui couperont les verticales qu'on vient de tracer aux points 1^a, 2^a, 3^a, &c. qui feront les milieux du noyau, à côté deſquels ſi l'on porte de part & d'autre ſon demi diametre c^a *m*; on aura d'un côté les points *m*, *m* aux collets des marches, & de l'autre les points *n*, *n*, par leſquels on tracera avec une regle pliante les courbes égales *m m m*, & C *n n n*, qui feront les projections verticales des courbes à double courbure en hélices, qui paſſeroient par les attouchemens du noyau avec des perpendiculaires aux diametres *n m*, *n m*.

Ainsi faiſant une cerche concavo-convexe ſur ces courbes, on pourra la poſer à plomb ſur la ligne FC, dans la partie du vuide ſous le noyau, & dans la ſituation où la courbe doit être par le moyen d'un aplomb *n r*; puis faiſant couler une équerre horiſontalement ſur les prolongations des lignes *m n* tracées ſur la cerche, on verra ſi le noyau panche trop ou ne panche pas aſſez.

Il faut remarquer que cette cerche ne peut ſervir qu'à l'endroit pour lequel elle a été faite, parce que la courbe C 6^n eſt concave depuis C en n^4, où il faut que la cerche ſoit convexe, & au deſſus ou cette courbe devient convexe, la cerche au contraire doit être concave.

Explication Démonſtrative.

Si l'on ſupoſe une hélice cylindrique d'un diametre égal à la ligne AB, dont l'axe eſt vertical ſur la centre C, la projection horiſontale de cette hélice ſera le cercle ABN.

Suposant encore un cercle horiſontal DMEC d'un diametre égal à AB, & qui ſoit enfilé par ſon centre dans l'hélice comme un morceau de carton dans un *tirebourre*, ſi l'on fait mouvoir ce cercle en l'élevant au long de cette hélice, enſorte qu'il conſerve ſa ſituation horiſontale ; il décrira par ce mouvement un corps hélicoïde que l'on apelle une *Colonne torſe*, laquelle ſert de noyau à notre Eſcalier à Vis.

Il eſt évident par cette génération que ce corps hélicoïde tournant au tour du centre C de la projection, eſt traverſé du haut en bas par la ligne droite verticale qu'on peut ſupoſer élevée ſur ce point C ſans qu'elle entre dans ce corps.

D'ou il ſuit que ſi le rayon du cercle générateur DHC étoit plus court que celui de l'hélice CA ou CB, le corps hélicoïde laiſſeroit un vuide au milieu, dans lequel on pourroit introduire un corps cylindrique, qui auroit pour axe la verticale ſur le point C, & qui ſeroit plus ou moins gros, ſuivant la différence qu'il y auroit entre le rayon *c* D du cercle & CA de l'hélice.

Si au contraire le diametre ou le rayon du cercle générateur *c* D étoit plus grand que le rayon de l'hélice AC, le corps hélicoïde ſeroit fermé dans ſon milieu, c'eſt-à-dire qu'on n'y pourroit introduire aucune ligne droite.

D'ou il ſuit que les noyaux tournans & rampans peuvent être variez d'une infinité de façons.

1°. Par l'hélice centrale, je veux dire dans laquelle paſſe le centre du cercle générateur, laquelle peut être plus ou moins ouverte, c'eſt-à-dire d'un plus grand ou plus petit diametre AB dans ſa projection horiſontale.

2°. En ce qu'elle peut être en cylindre circulaire, ou cylindrique Elliptique.

3°. En ce qu'elle peut changer d'ouverture du bas en haut, comme ſi elle étoit conique, c'eſt-à-dire deſcriptible ſur la ſurface d'un cône.

4°. Enfin en ce qu'elle peut s'ouvrir inégalement, comme si elle étoit sphéroïde, c'est-à-dire qu'elle pût être décrite sur la surface d'un sphéroïde.

Secondement le corps hélicoïde peut varier par la grandeur du cercle générateur, en ce que la longueur de son rayon rend le corps hélicoïde plus ou moins délicat ou massif, plus ou moins ouvert ou fermé dans son milieu consideré verticalement.

Presentement, si au lieu du cercle générateur, nous ne considerons que son diametre HC, qui se meut en s'élevant en situation horisontale sur l'hélice, conservant toujours sa direction au centre ou plûtôt à l'axe vertical; on reconnoitra suivant ce qui a été dit au Corol. II. de la pag. 38. du second tome, que tous les points de cette ligne génératrice forment (en tournant suivant ces conditions) autant d'hélices différentes, dont les plus éloignées du centre C sont les plus inclinées à l'horison, & au contraire les points qui en aprochent le plus décrivent les hélices plus droites; en sorte que celle qui est formée par le point C est infiniment peu courbe, c'est-à-dire qu'elle dégenere en une ligne droite verticale, qui est une tangente aux révolutions du corps hélicoïde.

D'ou il suit qu'on ne peut faire usage des panneaux de développement pour ce noyau, comme on a fait pour la Vis St. Giles, parce que dans celle-là il ne s'agit que de quelques hélices distinctes & séparées les unes des autres. Ici ce sont celles qui se forment par les points du contour d'un lit circulaire, de sorte que l'on ne peut faire que quelques cerches de projection verticale, comme nous avons fait, lesquelles ne sont pas toujours immédiatement aplicables à la surface du noyau, mais seulement propres à diriger les saillies des Tambours par des perpendiculaires tirées sur le contour de la cerche.

Cependant lorsque le corps hélicoïde est fermé dans son milieu, comme le sont ordinairement les colonnes torses, on peut faire des cerches aplicables dans le plan de l'axe vertical de la colonne, & cette précaution convient très fort pour une exacte exécution.

On voit en Alsace beaucoup de ces sortes d'Escaliers à noyaux rampans dans les anciennes maisons des particuliers, au milieu desquels on fait pendre une corde pour s'y apuyer, parce que ce noyau est trop gros pour qu'on puisse l'empoigner, mais cette précaution qui est bonne devient inutile pour les gens un peu délicats sur la propreté, qui ont de la répugnance à porter la main sur une corde grasse & dégoutante.

Corollaire

De-la on peut tirer la méthode de *faire la colonne torse*, qui n'est autre chose qu'un noyau rampant & tournant, dont les révolutions sont un peu plus serrées & fréquentes que dans les Limons d'escaliers qui ne font guere plus d'une révolution & demie à chaque étage, au lieu que la colonne torse en fait au moins 6 ou 6 & demi dans la hauteur de 7 ou 8 des diametres de sa projection.

D'ou il suit que les révolutions des Vis d'escaliers étant fort écartées, le noyau devient une colonne fort peu torse.

Ce noyau differe aussi de la colonne torse, en ce que ses sections horisontales sont des cercles dont les projections se touchent, comme on voit les cerches C*g* & CH se toucher en C, au lieu que ceux des projections des sections horisontales de la colonne torse se croisent le plus souvent des trois quarts de leur diametre.

Ainsi on peut considerer les noyaux rampans des Vis, à l'obliquité près, comme une pile de dames à jouer, tournant au tour d'une ligne à plomb ; mais la même comparaison ne convient pas toujours & à toute sorte de colonne torse, parce que lorsque les révolutions sont inégales, leur diametre changeroit non seulement dans la projection mais aussi dans l'élevation.

C'est pourquoi il faut les considerer comme une suite de boules, par exemple, des grains de chapelets enfilez dans un tirebourre, que l'on couvriroit ensuite d'une surface courbe tangente à ces boules, ce que l'on verra plus clairement lorsque nous parlerons des colonnes torses à révolutions inégales, dont nous donnerons un exemple singulier, plûtôt pour la curiosité que pour en conseiller l'usage.

On peut encore considerer la colonne torse comme la trace du mouvement d'un cercle enfilé dans une hélice par son centre, supofant le plan de ce cercle toujours perpendiculaire aux parties infiniment petites de cette hélice, au lieu que nous l'avons supofé de niveau pour la génération de notre noyau de Vis tournant & rampant.

D'ou il suit que les sections horisontales de la colonne torse formée par cette génération, ne sont plus des cercles comme dans notre noyau tournant, mais des ovales plus ou moins alongées, suivant l'obliquité de l'hélice à l'égard de l'horison.

C'est pourquoi lorsqu'on veut faire l'élevation d'une colonne torse, après

après avoir tracé l'hélice centrale, il faut décrire plusieurs cercles égaux au long de cette hélice ; les courbes tangentes menées par les extrémitez de leurs diametres donneront en projection verticale les contours de la colonne torse, comme l'on voit à la fig. 207.

De la Vis à Pressoir.

Nous joignons ici le Trait de la Vis simple avec celui de la colonne torse, parce que c'est le même dans le fond, qui ne differe qu'en ce que les *Pas* de la Vis sont des angles rentrans & saillans, dont les sections par l'axe sont rectilignes, & que les intervales des révolutions de la colonne torse coupée par son axe, sont des courbes ondées rentrantes & saillantes, dont les points d'infléxions sont rangez suivant une hélice, qui est la même que celle du sommet des angles de la Vis, soit dans le rentrant, soit dans le saillant.

A l'égard du plus ou moins de révolutions, ce n'est qu'une différence accidentelle qu'on ne doit pas compter.

Pratique du Trait pour toutes sortes de Vis.

On commencera par faire un corps cylindrique, s'il s'agit d'une Vis ou d'une colonne sans diminution, & pour une colonne torse, on fera un corps conoïde tel que les Architectes le demandent pour les colonnes unies diminuées depuis le tiers de leurs hauteurs, ou renflées dès le bas jusqu'au tiers, & diminuées au dessus, dont le diametre sera reglé par la proportion qu'il doit avoir avec la hauteur de la colonne, comme d'un septiéme ou d'un huitiéme de cette hauteur, & par la mesure que l'on veut donner à l'écartement de chaque révolution de la colonne à l'égard de l'axe droit qu'on supose dans son milieu.

Soit pour exemple, un cylindre *a b* IF fig. 184. † Pl. 105. dont le plan horisontal ou section perpendiculaire à l'axe *x* X est le cercle ALBK, dont le diametre est AB & le centre C, on divisera le rayon AC en trois ou en quatre parties, pour faire du centre C un cercle avec le rayon DC quart du rayon AB, ou de son tiers, suivant que l'on voudra que la colonne soit plus ou moins torse.

On divisera ces deux cercles concentriques en un certain nombre de parties à volonté, par exemple en huit par quatre diametre AB *n n* LK *m m*, & par les points A *n* L *m* B, &c. on menera sur la surface cylindrique autant de paralleles à son axe par le Prob. 31. du 2e. Liv. page

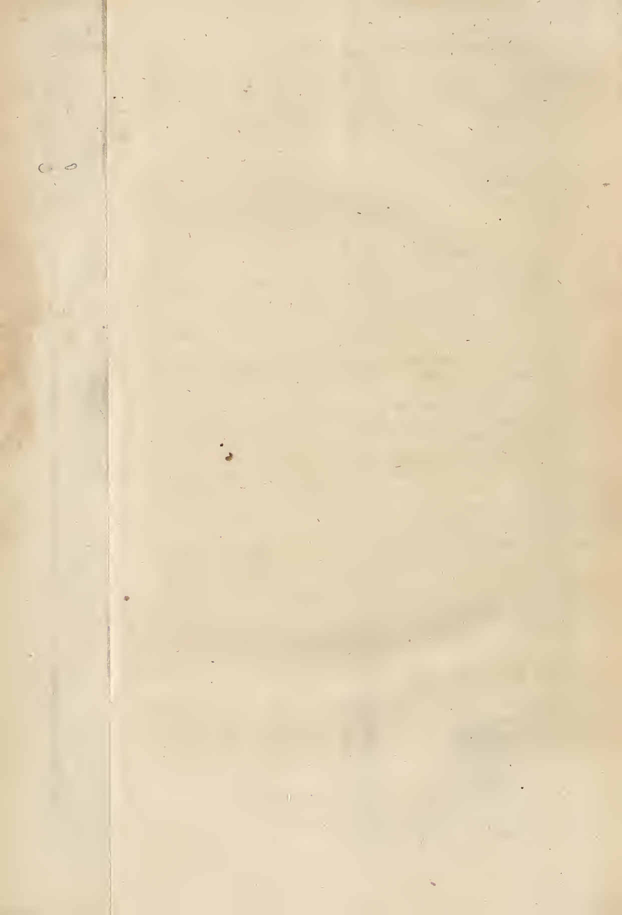
215. ensuite on divisera la hauteur AF en six ou six & demi, pour former autant de révolutions, & parce que le contour de la base a été divisé en huit parties égales, on divisera aussi l'intervale *a* 1 en huit parties égales, & le tout par conséquent en 48, & commençant à l'axe sur la projection, & à une parallele sur le relief, on portera successivement sur chacune de ses paralleles à la circonférence du cylindre une de ces divisions de plus qu'à l'autre, par exemple, une sur la premiere, deux sur la seconde, trois sur la troisiéme, ainsi de suite; & l'on aura une hélice qui fera six révolutions dans quarante-huit parties de hauteur, ou six & demi en 52.

On tracera par parties cette courbe avec une regle pliante de point en point sur la surface cylindrique; & dans la projection verticale ou profil de l'épure, on tracera l'hélice, du milieu des points de laquelle, comme centres de chaque section circulaire, on tirera à droite & à gauche des lignes égales, qui représentent les demis diametres de ces sections, lesquelles donneront les points de la courbe extérieure des deux côtez qu'on tracera à la main.

Cette courbe du profil étant considerée comme le contour d'une section plane de la colonne torse coupée suivant son axe, servira à former une cerche pour la tailler dans la pierre ou dans le bois.

Si la colonne étoit sans diminution, la cerche d'une seule révolution suffiroit; mais si elle est diminuée ou renflée, cette cerche doit être taillée dans une planche de toute la hauteur de la colonne, parce que les contours de chaque révolution sont inégaux entre eux, les uns plus écartez de leur axe, & les autres moins; de sorte que la colone torse des Architectes n'est pas une surface hélicoïde proprement dite, qui est composée d'hélices, mais en Limace double, dont les révolutions depuis le tiers de la hauteur en haut & en bas se resserrent de plus en plus, suivant une progression qui est celle des ordonnées à l'axe de la Conchoïde de Nicodeme, comme l'a trouvé M^r. Blondel, suivant laquelle on formera le corps conoïde, qui sert de préparation pour contourner & creuser les ondulations des révolutions de la colonne torse, comme on peut le voir dans les Livres d'Architecture, particulierement dans celui de Daviler.

L'Aplication du Trait sur le bois ou la pierre, dont on fait la colonne torse, ne consiste qu'à tracer des lignes qui ne sont pas paralleles à l'axe, puisqu'elle est diminuée depuis son tiers en haut, & souvent encore depuis son tiers en bas, si elle est renflée, mais qui sont dans une section par l'axe; de sorte qu'il faut que les diametres ou rayons qui aboutissent à ces lignes dans la base supérieure & dans l'inférieure,



ſoient dans un même plan, ce qui ſe fait, comme nous l'avons dit au Prob. I. de ce Liv. en bornoyant avec deux regles qu'on place l'une à l'égard de l'autre de maniere qu'elles ne ſe croiſent pas ; après quoi avec une regle pliante, on trace des lignes courbes d'une baſe à l'autre, ſuivant leſquelles ayant fait le tracé du contour de l'hélice, comme nous l'avons dit, on creuſe le bois ou la pierre, de maniere que la cerche du contour de la ſection par l'axe s'y puiſſe apliquer exactement, tenant toujours le plan de cette cerche dans une direction qui tend à l'axe, ce qui eſt facile à faire, puiſqu'il n'y a qu'à poſer ſur les baſes de deſſous & de deſſus de la colonne, des regles dégauchées paſſant par les centres de ces baſes, & ajuſtant la planche dans laquelle on a coupé la courbe de la cerche ſuivant ces deux regles.

Par ce moyen on peut ſe diſpenſer de faire *un modele en grand* pour guider les Apareilleurs, comme le demande Daviler ; car il leur eſt impoſſible de ſe tromper s'ils ſont autant de cerches que de ces paralleles, c'eſt-à-dire des courbes à la ſurface du noyau qui eſt un fuſt en cylindroïde, leſquelles ſont des ſections par l'axe, ce qui n'eſt pas fort difficile ni fort embaraſſant, car ſi l'on en fait 8, ce ſont 8 planches à contourner ſur des profils différens.

Le ſeul cas où les modeles en grand ſont néceſſaires, c'eſt lorſque la matiere eſt précieuſe comme du marbre, & que les creux de la colonne ſont remplis d'ornemens comme de ſepts de vignes rampans avec leurs feüilles & fruits. L'exécution de ces ſortes de colonnes eſt aſſez fréquente en France, mais encore beaucoup plus en Eſpagne & en Portugal, où l'on voit dans toutes les Egliſes de ces colonnes ainſi ornées de vignes mélées ſouvent avec des épis de bled, pour ſervir de ſymboles de l'Euchariſtie.

Quoiqu'on ne puiſſe trop décorer la maiſon du Seigneur, on peut dire que la ſimplicité des Egliſes des premiers ſiécles, n'admettant point toutes ces choſes qui amuſent les yeux, étoit ſelon moi beaucoup plus majeſtueuſe, & plus propre à inſpirer le récüeillement ſi néceſſaire à la priere.

Troiſiéme Variation.

De la Vis à jour, ou *à Noyau vuide.*

Lorsqu'on veut ſuprimer le noyau d'un Eſcalier à Vis, il faut conſiderer quelle eſt la grandeur de l'ouverture horiſontale, qui doit reſter à la place qu'il auroit occupé ; & ſuivant la grandeur de cette ouver-

ture, il faut operer différemment pour supléer à l'apui qu'il auroit donné aux têtes des marches.

Premiere Espece de Vis à jour.

Lorsque le vuide du Noyau est d'un petit diametre, comme depuis 4 jusqu'à 8 ou 10 pouces, on peut supléer à l'apui qu'il auroit donné aux têtes des marches par un petit élargissement de la tête qu'on orne d'une grosse moulure pratiquée dans la même pierre en faillie, comme elle est représentée à la fig. 187. en perspective ; par ce moyen chaque marche est apuyée par les deux bouts, sçavoir à la queuë dans la muraille de la Tour où elle est engagée, & du côté du vuide sur la faillie de la moulure, qui forme un Limon, dont les parties adhérentes à la marche sont posées les unes sur les autres en *Tas de charge* sans coupe, parce que l'hélice que forment ces moulures étant fort rapide, je veux dire, aprochant beaucoup de l'aplomb, ne forment pas des angles trop aigus avec les lits horisontaux des têtes des marches, ce qui n'arrive pas de même lorsque le diametre du vuide est fort grand, parce qu'alors les hélices deviennent plus inclinées à l'horison, avec lesquelles elles font par conséquent des angles plus aigus.

Ainsi il faut considerer chaque marche comme composée de deux parties dans une seule piece de pierre, sçavoir de la marche composée de *Pas* vertical, & de giron horisontal, qui doivent faire de continuels ressauts, & du Limon tournant qui ne doit point faire de ressaut, mais une suite continuée au travers du vuide triangulaire du ressaut que fait le giron d'une marche avec le *pas*, ou contre-marche de l'autre ; cela supofé.

Pl. 105. Fig. 185. Soit (fig. 185.) le cercle ABN, la projection horisontale du vuide que l'on veut laisser au milieu de l'Escalier à Vis à la place que devoit occuper le Noyau.

On fera le panneau de la marche avec les ornemens de moulures, qui doivent composer le Limon, dans lesquelles il faut ménager un gros tore ou boudin rond, pour qu'on y puisse couler la main lorsqu'on veut s'apuyer en montant ou en descendant, & pour dégager ce boudin il convient qu'il y ait à côté un grand Cavet qui marque le collet de la marche où doit se terminer la partie verticale du pas ou contre-marche, laquelle est aussi ornée d'un quart de rond sur son arête
Fig. 187. qui vient finir à ce Cavet, comme l'on peut voir à la figure 187. en perspective.

Le panneau étant fait comme il convient à la grandeur de la Cage

& au nombre des marches de chaque révolution, & la pierre étant jaugée de l'épaiſſeur qu'éxige la hauteur de chaque *pas*, on le poſera ſur le lit de deſſus, c'eſt-à-dire ſur le giron pour en tracer le contour comme en POED ; on fera en même tems par un retour d'équerre ſur le point E un repaire au lit de deſſous, où il ſervira pour y poſer le panneau après qu'on aura renverſé la pierre ; on en uſera de même au point O.

Dans cette ſeconde ſituation, on poſera le panneau d'une maniere différente de la premiere, en plaçant le point P ſous le point O, c'eſt-à-dire ſur le repaire qu'on vient de faire par un retour d'équerre à ce point, & le point D ſous le point E, ou ce qui eſt la même choſe ſur ſon repaire, & dans cette ſituation du panneau on tracera la tête EF plus avancée que la premiere DE de l'intervale d'une marche à ſon Collet, laquelle avance ſe prend dans l'eſpace triangulaire OFE que forme le rétréciſſement de la marche OE.

La pierre étant ainſi tracée, on abattra toute la partie compriſe dans le triangle OH *n*, pour former à l'équerre ſur le giron le pas de la marche, & ſa moulure, laiſſant la partie EF ſaillante au de-là, dans laquelle jointe à la précedente DE, on creuſera à l'équerre ſur les lits la partie concave DEF par le moyen d'un cercle formé ſur le demi cercle AEB.

Ensuite ayant rectifié l'arc de cercle EF, on le portera à part en *e f*, puis ayant fait *e i* perpendiculaire ſur le point *e*, & égale à la hauteur donnée d'une marche, on tirera l'hypotenuſe *i f* qui ſera le dévelopement de l'hélice que forme le Limon depuis le lit de deſſus juſqu'au lit de deſſous, ainſi on tracera ce triangle ſur du carton pour être apliqué & plié dans le creux cylindrique de la tête, afin qu'on puiſſe tracer l'hélice qui s'y forme au filet de la moulure, & par ce moyen les autres hélices des moulures paralleles au deſſus & au deſſous de celle-ci, ou plûtôt en avant & en arriere.

Il eſt viſible que cette conſtruction changeroit un peu ſi la projection horiſontale du vuide du noyau étoit Elliptique au lieu de la circulaire que nous avons ſupoſé, en ce qu'il faudroit changer autant de fois la tête du panneau qu'il y auroit d'avances de Limon, au lieu que dans le cas du vuide circulaire, il ſuffit de le renverſer & de l'avancer ; c'eſt un avertiſſement que le P. Deran & M. de la Ruë ont obmis.

Il ſe préſente une difficulté dans la ſuite de ces têtes lorſque l'on fait quelques paliers. La premiere eſt la difformité des jarrets qui s'y

font, parce que l'intervale horiſontal d'un giron au ſuivant étant plus grand que les autres, le Limon qui paſſe d'une arête à l'autre n'eſt pas continué d'une maniere uniforme, mais devient beaucoup plus couché au palier ſelon le plus ou le moins de largeur de ſon giron.

D'ou il réſulte un autre inconvénient, c'eſt que l'arête du lit inférieur devient trop aiguë, & par conſéquent ſujette à caſſer.

Pour remédier au jarret on ſe prépare de loin à le corriger; au lieu de n'avancer la tête qui fait ſaillie au devant de la contre-marche que de la largeur du Collet du giron, on la fait avancer un peu d'avantage, par exemple d'une ſixiéme partie de plus, ſi l'on veut racheter l'excès du Collet du palier ſur ſix marches, tenant toujours cette tête à la circonférence du cercle du vuide de la Vis, & pour cet effet on la guide par des diviſions ſur la queuë, qui correſpondent à celles de la tête, pour avoir des rayons qui tendent exactement au centre. Il eſt cependant vrai que ces précautions ne font que pallier & diminuer un peu la difformité du jarret qu'on ne peut effacer totalement. D'où il ſuit que ſi l'on aime la perfection & l'uniformité, on ne doit pas faire de palier à ces ſortes d'Eſcaliers.

Remarques ſur l'uſage des Eſcaliers à Vis à jour, & des autres à Noyaux pleins.

Lorsqu'on a peu d'eſpace pour pratiquer un Eſcalier, on doit préferer la Vis à jour à toutes les autres, parce que l'on gagne la place qu'occuperoit un noyau, laquelle donne une grande aiſance au paſſage des corps à la hauteur des coudes & des épaules; mais il ne convient pas que le diametre du vuide ſoit un peu grand, parce qu'il inſpire de la frayeur de tomber au travers au cas que l'on vienne à faire un faux pas.

Ce que j'ai vû de plus petit mais de plus parfait en ce genre d'ouvrage ſont les petits Eſcaliers de marbre qui montent dans les piliers de la nef de St. Jean de Latran à Rome, qui ont pour Limons des moulures à peu près comme celles de ce profil, ſur leſquelles on coule la main pour s'apuyer.

Quoique dans les Noyaux rampans il n'y ait aucun vuide à plomb, on y eſt encore moins exempt de la frayeur d'y tomber qu'aux Vis à jour, parce qu'il ne préſente point de ces moulures pour apui, mais un corps rond & trop gros pour qu'on puiſſe l'empoigner, ainſi ils ont le défaut du noyau vuide ſans en avoir l'agrément qui conſiſte à

voir du haut en bas tout l'Escalier par le moyen de cette petite ouverture en forme de Puis.

Seconde Espece de Vis à jour,

Où les têtes des Marches forment un Limon propre à porter une rampe de fer.

LORSQUE les Vis à jours sont ouvertes au milieu de plus de 9 à 10 pouces de diametre de Noyau vuide, & que les marches sont plus longues de 3 pieds, on ne peut se garantir de la peur & même du danger de tomber par cet intervale vuide sans une rampe de fer, qui sert d'apui & de garde-fou. Alors au lieu de faire le Limon en boudin rond, comme au Trait précedent, il faut le faire plat par dessus pour y asseoir la rampe ou balustrade, & une tête à plomb assez épaisse pour lui servir de base & de soutient au Collet des marches, qui en ont plus besoin qu'aux petites Vis à jours, parce que les hélices des Limons sont nécessairement plus couchées, dans le raport des distances des Limons à l'axe vertical de l'hélice, les hauteurs des marches qui sont presque toujours les mêmes étant supośées égales dans l'une & dans l'autre grandeur de Vis à jour.

DE cette différence d'inclinaison des Limons, il suit aussi que les angles de leurs sections horisontales, c'est-à-dire des lits avec le parement rampant, deviennent aussi beaucoup plus aigus que dans les petites Vis, où le Limon est fort près de l'axe vertical supośé au milieu du vuide ; de sorte que ces angles n'auroient aucune force si on posoit les têtes des marches en tas de charge par lits de niveau.

POUR remédier à cette foiblesse d'arête, on est obligé de les tailler en coupe perpendiculaire à la face supérieure du Limon, ce qui en fortifie encore la construction, en ce que cette portion de coupe empêche la tête de la marche de se dégager en glissant sur le devant ou sur le derriere de son lit.

Aux deux différences de construction dont nous venons de parler, on en peut ajoûter une troisiéme, qui consiste, en ce que dans les petites Vis à jours on donne peu de recouvrement aux girons des marches, parce qu'on laisse paroitre les ressauts qui se font d'une marche à l'autre au parement inférieur qu'on apelle la Coquille. Mais dans les grandes Vis à jours ornées de balustrades, il convient de faire en sorte que la surface de la Coquille soit sans ressauts, comme aux deux Escaliers de la Chapelle de Versailles, ce qui occasionne un grand recouvrement

ſur les girons, qui s'élargit depuis le Collet à la queuë en raiſon de leur diſtance du milieu du vuide, comme on va le montrer dans le Trait.

Fig. 188. Soit (fig. 188.) le demi cercle AFB, la projection horiſontale du vuide de la Vis, dont la circonference a été diviſée en un certain nombre de parties égales pour regler la largeur des marches, à commencer où l'on juge à propos, par exemple ici aux points 1, 2, 3, 4, 5, 6, par leſquels on tirera du centre C les lignes 3 Z, 4 Z, 5 Z, 6 r^c, &c. juſqu'au mur de la Cage qu'on peut ſupoſer de telle figure qu'on voudra, ronde, quarrée, ou à pans; nous n'en mettons ici qu'une partie pour marquer ſeulement leurs directions, qu'il eſt aiſé de prolonger dans le rond ou dans le quarré, &c.

On déterminera enſuite l'épaiſſeur qu'on veut donner au Limon, comme 6 D, pour en marquer le côté intérieur par un arc de cercle DL 12 concentrique au cercle AFB, leſquels arcs comprendront ſa partie ſupérieure, ſur laquelle doit ſe poſer la baluſtrade ou garde-fou; mais comme il convient de faire la partie inférieure de ce Limon plus large pour lui donner plus de ſolidité, on en déterminera la largeur par un arc concentrique plus éloigné du centre C, comme *d x* TV, ſur lequel on reglera le recouvrement d'une marche ſur l'autre tel qu'on le jugera convenable, obſervant qu'il contribuera d'autant plus à la ſolidité de l'Eſcalier qu'il ſera grand, parce qu'il élargira la queuë de la marche qui porte le mur, & la largeur du Limon à ſa tête.

Suposant le recouvrement déterminé environ de la moitié du giron 1 2 au point *x*, on tirera du centre C la droite R*xg*, qui ſera le bord ſupérieur du derriere de ce recouvrement.

Il s'agit à preſent de faire le panneau de la tête du Limon, qui comprend deux girons, & le recouvrement d'une marche ſur l'autre, c'eſt-à-dire les arcs FR & F 4 qu'on ſupoſe ici égaux, prenant le point F pour le milieu.

Ayant pris à volonté le point H ſur la ligne CF, on lui tirera une perpendiculaire indéfinie GHI, & ayant porté de H en O la hauteur d'une marche, on lui menera une parallele PM par le point O, enſuite on dévelopera l'arc FR ſur la droite HG qu'on lui fera égale, & qu'on portera auſſi de O en M; de même l'arc F 5 de H en I & de O en P; le Rhomboïde GPMI ſera le dévelopement de la ſurface concave de la tête de la marche qui porte ſon Limon depuis l'arête du *pas* inférieur 5 3 *q* juſqu'à celle du *pas* ſupérieur 6 *d* r^c. Mais parce que l'on veut, pour augmenter la ſolidité & la beauté, que ce Limon excede

cede les arêtes des marches, & faſſe un ſocle deſſus & un reſſocle deſſous, on y ajoûte une longueur de coupe perpendiculaire au Limon en IK pour le deſſus, & en GS pour le deſſous, par l'extrémité de laquelle longueur on mene des paralleles KN, SQ, qui donnent pour l'un & l'autre les rectangles MK QG.

Du point G, on abaiſſera une perpendiculaire ſur S *f* ou ſur GI ſa parallele, qui coupera la ligne S *f* en *r*; l'on portera S *r* en R *ſ* & en *p q*, & même en 5 *k* & en 4 *n*, ſi l'on fait le ſocle ſupérieur égal en hauteur à l'inférieur, & par les points *ſ*, *q*, *k*, *n*, on menera la ligne *ſ* T parallele à R *g*, *q u* parallele à *p p*ʳ, *k k*¹ parallele à 5 3⁹, & *n m* parallele à 4 *z*₃, & l'on aura tous les points auſquels doit s'adapter le panneau de tête fait ſur une matiere fléxible, & apliqué dans la ſurface concave du Limon.

Il faut obſerver que parce que le *Reſſocle* SGPQ déborde le deſſous de la ſurface des marches qui fait la Coquille, d'une certaine quantité priſe à volonté comme T *t*, moitié de T *x*, on menera par le point *t* la ligne *t z* parallele à *x g*, qui marquera la largeur de la coupe qu'on doit faire au derriere de la marche pour abattre l'arête trop aiguë que formeroit la rencontre de la Coquille & du lit de deſſus de la marche.

On en uſera de même pour le reſſaut que fait la Coquille avec le lit de la marche ſuivante, qu'on a marqué ici en *q*ʳ *p*ʳ ſur un profil de marche renverſée en *t* X *h o p*ʳ *q*ʳ *t*, qui eſt mis là ſans autre beſoin que celui de marquer la deſtination des lignes de l'épure.

Par un autre profil redreſſé à la queue de la marche en *a b c d e f a*, on voit le raport & l'uſage des lignes de la projection que l'on peut comparer aux profils des figures de tête 192. & de queue 191. de deux marches poſées l'une ſur l'autre.

Il faut encore remarquer qu'on a fait toutes les lignes des arêtes de coupe paralleles entre elles, pour ne pas les faire gauches; par exemple on a fait la ligne *ſ* T parallele à R *x*, & *t z* parallele à *x g*; quoique ſuivant les bonnes regles elles dûſſent être tirées toutes les deux, comme des rayons du centre C, parce que les intervales 10 *x* & *ſ* R étant inégaux, & ſervant de baſe à des hauteurs égales à G *r* de l'élevation de la coupe de la tête, la ſurface qui paſſeroit par ces lignes ſeroit gauche hélicoïde, & non pas plane, par les raiſons qui ont été données au commencement du ſecond tome pag. 37.

Il en ſeroit de même de la petite coupe *x t*, qui s'élargiroit du côté

de la queue, comme on voit en 11 *g*, & ainſi des autres KL, *n* 14 *qu* & *p* p^r; rien n'empêche cependant qu'on ne les puiſſe faire gauches, les joins en feront plus réguliers, l'exécution en ſera ſeulement un peu moins aiſée, au reſte on doit regler les bonnes coupes ſur les joins de tête les plus aparens.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Avant que de regler l'épaiſſeur de la pierre qui doit ſervir de marche, il faut conſiderer que puiſqu'on veut que la tête qui porte le Limon ſoit d'une même piece que le reſte, on ſera obligé de la faire plus épaiſſe qu'il ne feroit néceſſaire ſi la tête étoit d'une piece ſéparée, parce que les parties du Limon IK, SG, QP, MN, qui ſont en coupe, excedent les lits de deſſus & de deſſous de la marche, ce qui oblige l'Apareilleur à en faire de ſupoſez pour préparation, qui ſont élevez au deſſus des vrais lits de la hauteur K *e* pour le lit de deſſus, & 7 Q pour celui de deſſous qu'il faudra abattre dans l'exécution, à ces petites parties de coupe près, c'eſt-à-dire en ne conſervant ſeulement que le petit priſme triangulaire, dont le profil eſt le triangle IK *e* au lit de deſſus (fig. 188. & 192.) & le triangle *d* QP au lit de deſſous.

On commencera donc par faire un panneau d'un lit de toute la marche qui comprenne la tête L *nl* *n* F *ſ* T *t z* avec la queue qu'on n'a pas marqué ici & le retour ZL, & ayant tracé le contour de ce panneau ſur les lits de deſſus & de deſſous en retour d'équerre, on abattra quarrément toute la pierre qui excede le Trait, & l'on apliquera dans le parement creux de la tête du Limon, le panneau SG IK NM PQ, tracé ſur du carton pour l'apliquer à cette ſurface concave cylindrique en peſant deſſus pour le faire joindre dans le creux; dans cet état on en tracera le contour, ſuivant lequel on abattra la pierre quarrément, tenant toujours une des branches de l'équerre parallele au Trait du milieu HO, & l'autre ſuivant le biveau mixte de la coupe 3·4·7.

On pourroit pour plus de ſûreté faire un panneau de l'intérieur du Limon en dévelopant l'arc k^l n^l pour en faire la baſe d'un triangle rectangle, qui auroit pour hauteur celle de la marche, plus celle de la coupe priſe en K *e*; l'hypotenuſe de ce triangle fait de carton apliqué & plié dans la ſurface cylindrique du Limon intérieur, formeroit l'hélice de ſon arête. Les figures 189. 190. 191. & 192. ſerviront de ſuplément à ce qui manque à cette explication.

La fig. 189. fait voir la tête d'une marche par dehors avec la partie

du Limon qu'elle porte, en perſpective, avec les petites coupes IK, SG au lit de deſſus, & QP, MN au lit de deſſous.

La fig. 190. marquée des mêmes lettres, montre la même tête de marche, vûë par dedans auſſi en perſpective.

La fig. 191. montre par un profil de quelle maniere les marches ſe recouvrent vers la queuë, où l'on a diſtingué par une hachure la partie de la pierre qui doit être enlevée après la premiere ébauche des deux lits de préparation, & par une ponctuation le profil de ce qui reſte en œuvre.

La fig. 192. montre par un profil le recouvrement d'une marche ſur l'autre au Collet, qui eſt beaucoup plus petite qu'à la queuë, & la ſaillie triangulaire KLN du Limon au devant de l'angle rentrant des marches, laquelle eſt marquée par une hachure croiſée, cette partie a auſſi été repréſentée à la fig. 190. Les parties en parallelogrames IN & GQ repréſentent le ſocle & le reſſocle, qui débordent le deſſus des arêtes des marches, & le deſſous du parement inférieur de la Coquille.

Obſervation ſur le Trait de M. de la Ruë.

Je crois devoir faire remarquer ici une erreur du Trait de M. de la Ruë, laquelle peut ne pas être de grande conſéquence, lorſque les marches ſont en grand nombre à chaque révolution de la Vis, & que l'eſpace du vuide du milieu eſt d'un grand diametre, mais qu'il eſt encore meilleur de ne pas faire.

Cet Auteur trace le panneau de tête de la marche qui porte Limon par une projection verticale : or il eſt évident que le panneau fléxible formé ſur une telle épure ſera trop court étant apliqué dans la ſurface concave cylindrique du vuide du noyau, ſuivant le raport de la corde *ſn* à l'arc *ſ* F *n*, qui eſt conſiderable dans cet exemple.

Secondement il eſt clair que la projection qui ſe fait d'une ſurface plane ſur un arc, ou d'un arc ſur une ſurface plane, ne donne pas ſur cette ſurface des parties proportionnelles aux diviſions de l'arc, puiſque les parties de cet arc ſont toutes inégalement inclinées à celles de la ſurface ou de la ligne droite qui lui ſert de baſe, par conſéquent les unes ſe racourciront plus, & les autres moins par la projection; il eſt, par exemple, viſible que l'arc S 6 ſe racourcira plus que ſon égal 6 5, qui eſt preſque parallele à GI.

Enfin si l'on supose le creux cylindrique vertical *f* F *n* coupé par un plan incliné à l'horison comme KN, qui soit perpendiculaire au plan vertical passant par AB, la section de ce plan sera une Ellipse, & par la nature de la Vis la courbe de l'arête du Limon doit être une hélice ; par conséquent *la pratique du Trait de cet Auteur est fausse en tous points.*

Quant à la justesse de celui que je viens de donner, elle est claire par la seule construction, & par l'exposition de ce que l'on doit faire, par laquelle nous avons commencé à rendre raison des dévelopemens des lits horisontaux circulaires, des petits lits en coupe & des hélices des arêtes du Limon ; il ne paroit pas nécessaire d'y ajoûter d'autre démonstration.

Troisiéme Espece de Vis à jour,

Où les Limons sont détachez des marches, & s'étendent sur plusieurs têtes.

En termes de l'Art.

DE LA COURBE RAMPANTE.

PREMIEREMENT,

De la circulaire d'une seule piece à l'usage de la Charpenterie & Menuiserie.

Dans le Trait précedent chaque tête de marche portoit son Limon d'une même piece ; dans celui-ci le Limon est un ouvrage à part, dans lequel on fait des entailles, ou si c'est en Charpente, des mortoises, pour y loger plusieurs têtes des Collets des marches tournantes, c'est-à-dire qu'il s'agit ici de faire, d'une grande piece, les parties du Limon qu'on faisoit de plusieurs assises de peu de hauteur égale à celles des marches ausquelles elles étoient adhérentes, ce qui donne occasion à un changement de construction.

Pl. 106. Fig. 193. Fig. 194. & 195. Soit (fig. 193.) la portion de couronne de cercle AGED 4 B le plan horisontal d'un mur déchifre de Vis à jour, portant de fond comme en *a b m* DE de la fig. 194. ou la projection horisontale d'un Limon soutenu en l'air en saillie, comme le convexe AB de la fig. 195. qui est un *quartier de Vis suspendu* ; ou enfin la projection d'un Limon concave comme A^e B^e *d e* de la fig. 193.



Par tous les points A, B, C, D, E du diametre AE, on lui élevera des perpendiculaires indéfinies, comme AI, CM, EL, &c. puis on divisera le demi cercle B 4 D en autant de parties égales qu'il y aura de marches dans cette partie d'Escaliers.

Nous suposerons dans cet exemple qu'il y en a sept, sçavoir six Collets de marches entiers entre les points 1 & 7, & deux moitiez de Collets entre les points B 1 & D 7, suposant leurs autres moitiez dans une rampe droite, ou en continuation de révolution dans un autre demi cercle.

Par tous les points des divisions des marches 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, on tirera du centre C des lignes 1 1^x, 2 2^x, 7 7^x, 6 6^x, &c. qui couperont le côté convexe du Limon AGE aux points 7^x 6^x, &c. par toutes les extrémitez de ces lignes 1 1^x, 2 2^x, &c. on menera des verticales paralleles à la ligne AI.

On prendra ensuite une base d'élevation sur une ligne A^2 O, parallele à la ligne AE à telle distance qu'on voudra de cette ligne, laquelle ligne A^2 O coupera toutes les perpendiculaires provenant des points A, C, E, aux points o^1, o^2, o^3 m^e &c.

On portera au dessus du point o^1 successivement les hauteurs données des marches aux points 2, 3, 4, 5, 6, 7, & les demies hauteurs des demis Collets B 1, D 7, l'une en dessous de o^1 en z^1, l'autre en dessus de la plus haute de 7 en E^2; & par tous ces points O, 1, 2, 3, &c. on tirera autant de paralleles à la ligne AE, qui couperont les verticales élevées sur tous les points A 1^x 2^x, &c. qui sont au contour convexe AGB en des points y^1, y^2, y^3, y^4, &c. par lesquels on tracera à la main la ligne A^2 y m y E^2, qui représentera en projection verticale l'hélice qui se forme à l'arête convexe du dessous du Limon, qui passe par les angles de dessous de chaque marche du côté de la Vis.

Les mêmes lignes horisontales passans par les points 1, 2, 3, 4, &c. de la verticale EL, couperont les verticales provenant des points 1, 2, 3, 4, &c. de l'arc B 4 D, en des points z^1, z^2, z^3, z^4, &c. par lesquels on tracera la courbe B^2 z m z D^2, qui sera la projection verticale de la courbe de l'arête concave du Limon du côté du noyau vuide, laquelle courbe croisera la précedente A^2 m E^2 au point m, qui représente lui seul les deux points de la projection horisontale 4 & G du milieu du Limon entre les points A & E vers les marches, & B & D vers le vuide.

Ces deux courbes étant tracées, on prendra la hauteur que l'on veut donner au Limon, qui doit exceder celle des marches par dessus & par dessous d'une certaine quantité qui est arbitraire, comme de trois ou quatre pouces par plusieurs raisons. 1°. Parce que ce Limon sert d'*Eschiffre* pour y loger les têtes des Collets des marches. 2°. Pour lui donner plus de solidité. 3°. Pour déborder les ressauts que les angles des marches font de l'une à l'autre ; l'une de ces hauteurs en dessus s'apelle le *Socle* du Limon, l'autre en dessous le *Ressocle.*

La hauteur verticale du Limon étant déterminée, par exemple A^2 *a*, on la portera sur toutes les verticales au dessus des points *y* de suite, pour avoir la courbe d'arête convexe sur les marches *a* M *e*, & de même sur tous les points *z* pour avoir la courbe concave vers le vuide *b* M *d*, laquelle croisera la précedente en M, comme celle de dessous en *m*.

Les quatre courbes des arêtes du Limon étant tracées, comme on les voit dans la figure, on leur menera des tangentes, à vûë seulement en dessus & en dessous, par exemple en dessus par l'angle *d* qui est le plus avancé, & à peu près vers T où la courbe s'éleve le plus; on tirera la ligne LI, à laquelle on menera par le point B^2 une parallele *i l* au dessous.

Par ce moyen toute la projection verticale du Limon se trouvera comprise dans le Rhumboïde IL *l i*, qui montre quelle doit être l'épaisseur & la longueur de la pierre ou de la piece de bois qu'on doit tailler pour en faire le Limon, comme il est représenté à la fig. 196. par les mêmes lettres IL *l i*.

Presentement il faut tracer les courbes b^2 *g d* & I 4^r L, qui sont les sections planes du creux cylindrique du noyau vuide B 4 D, & du rond ou convexe du côté des marches AGE, lesquelles courbes, qui sont des Ellipses, comprennent un espace I 4^r L *d g* b^2, dont il faut lever un panneau.

Il sera facile de tracer chacune de ces demies Ellipses par le Prob. VII. du 2e. Liv. pag. 135. ou par le Prob. IX. pag. 145 du même Livre tome I. parce que les grands axes IL de la convexe, & b^2 *d* de la concave sont donnez, & la moitié de leurs petits axes C^2 4^r, & C^2 *g* sont aussi donnez au plan vertical en CG & C 4 ; ainsi on pourra tracer ces demies Ellipses par un mouvement continu ou par plusieurs points, comme on a coutume de faire les cerches ralongées.

Nous avons supposé que le Limon faisoit une demie révolution B 4 D

185.
186.
184.
187.
188.
189.
190.
191.
192.

à la fig. 193. mais s'il en faisoit moins, comme par exemple moins d'un quart en A n B (fig. 198.) la construction seroit encore la même. Ayant tiré du centre C de l'arc A n B les lignes CD, CE, CN, il s'agira de changer les arcs de cercles A n B & DNE en arcs d'Ellipses de même profondeur, & sur des cordes données, qui seront celles que la hauteur des marches comprises dans l'intervale DNE donneront; par exemple, dans cette figure ces cordes seront les lignes de rampe $a\,b^2$, $d\,E^2$, qui se croisent en M, avec lesquelles on fera des cerches ralongées par le Corol. III. du Prob. IX. du 2e. Liv. pag. 147. mais comme nous devons parler plus au long de cette construction, lorsque nous traiterons des Limons tournans & rampans faits de plusieurs pieces, nous passons à la pratique de la taille du cas dont il s'agit à la fig. 193. Pl. 107. Fig. 198.

Aplication du Trait sur la pierre ou sur le bois.

Pour trouver la longueur de la pierre ou de la piece de bois qu'on doit employer à faire le Limon d'une piece, on tirera par le point L qui est le plus éloigné, une perpendiculaire L p sur la ligne $i\,l$ prolongée en p; la distance $i\,p$ sera la longueur qu'il convient de donner à la pierre ou à la piece de bois, quoique dans la rigueur elle puisse être plus courte de l'intervale $e\,f$ par le haut bout, & $i\,q$ par le bas; mais alors la courbe convexe ne seroit pas toute tracée sur les lits de la pierre où le panneau doit être apliqué, sçavoir à droite vers L au lit de dessus, & à gauche vers i au lit incliné de dessous; c'est pourquoi il convient pour la commodité & l'exactitude de l'exécution que la pierre soit un peu plus longue qu'il ne faut absolument. Fig. 193.

L'epaisseur de la pierre ou du bois sera donnée par la ligne L p, & sa largeur par la ligne CG du plan horisontal; ainsi avec ces trois dimentions on formera en pierre ou en bois selon la matiere dont on doit faire l'Escalier le Parallelepipede P r de la fig. 196. laquelle n'est pas rélative de grandeur à la fig. 193. faute de place.

On prendra ensuite la longueur L d de la fig. 193. qu'on portera en L d de la fig. 196. puis ouvrant la fausse équerre sur l'angle obtus L d D, on portera cet angle sur la pierre en L d V de la fig. 106. pour y tracer la ligne d V, qui doit être en œuvre à plomb comme d D de la fig. 193. on prendra ensuite l'intervale $d\,b^2$ qu'on portera en $d\,b$ sur l'arête IL de le fig. 196. pour tracer par ce point b une ligne $b\,u$ parallele à d V. Les quatre points b, d, V & u serviront à poser le panneau I g L d 4^r b^2 sur les paremens de dessus & de dessous de la piece de bois, comme il est représenté à la fig. 196.

Le contour de ce panneau étant tracé tant deſſus que deſſous, on abattra la pierre d'une courbe à l'autre avec la regle, qu'on tiendra toujours parallele à la ligne *d* V ou *b u* ; par ce moyen on formera une ſurface cylindrique *b* 4 *d* V *m u*, qui ſera le parement creux vû du côté du vuide.

Par la même maniere, on abattra la pierre qui excede le contour convexe IGL, pour former le parement rond du côté des marches, dans lequel on doit loger par des entailles les têtes de leurs Collets.

Voila déja deux ſurfaces verticales du Limon formées, deſquelles il faudra rétrancher les parties qui excedent trop le deſſus & le deſſous des marches, dont les angles s'élevent les uns au deſſus des autres ſuivant les courbes en hélices, auſquelles les arêtes du ſocle & du reſſocle du Limon doivent être paralleles.

Il faut donc tracer ces courbes ſur les ſurfaces cylindriques concaves & convexes chacune en deux endroits parallelement entre elles, l'une en deſſus pour l'arête du ſocle, l'autre en deſſous pour l'arête du reſſocle qui forme avec ſa compagne le platfond, ou plûtôt une portion de coquille égale à la ſurface de l'épaiſſeur ſupérieure, ce que l'on peut faire de trois manieres différentes.

La premiere par le moyen des panneaux fléxibles, qui ſoient les dévelopemens des portions de ſurfaces cylindriques, dont l'une eſt concave, & l'autre convexe, ſuivant ce qui a été enſeigné au Trait de la Vis St. Giles pag. 419. & fig. 230. du tome précedent, ce que nous repeterons en deux mots pour n'y pas renvoyer le Lecteur.

On fera, par exemple, pour le creux du Limon un triangle rectangle, qui aura, 1°. pour baſe horiſontale l'arc B 4 D dévelopé, c'eſt-à-dire rectifié en ligne droite, 2°. pour hauteur à plomb la ligne *r d* de la fig. 293. qui eſt celle du point *d*, ſur une ligne de niveau *b r*; l'hypotenuſe de ce triangle rectangle achevera le panneau qu'on tracera ſur du carton.

Si l'on aplique le côté *d r* ſur l'arête *d* V de la fig. 196. & qu'on apuye ſur le carton pour le faire plier, & joindre exactement dans la ſurface concave *b* SV le côté du panneau qui en eſt l'hypotenuſe, marquera exactement le contour de l'hélice concave qui eſt marquée en projection verticale à la fig. 193. en *b* M *d*.

Il ſera facile de tracer l'hélice parallele en deſſus ou en deſſous, en faiſant le panneau en lozange, c'eſt-à-dire en parallelograme obliquangle,

quangle, qui aura pour grands côtez l'hypotenuſe trouvée, & pour les deux petits côtez la hauteur verticale du Limon a A².

Par la même méthode, on fera le panneau fléxible pour tracer l'hélice convexe qui eſt du côté des marches, en rectifiant l'arc AGE du plan horiſontal pour faire la baſe du triangle rectangle, & ſe ſervant de la même hauteur d r qu'on a pris pour l'hélice concave, parce qu'elle eſt égale à e R pour la convexe, on a repréſenté deux pareils panneaux à la fig. 199. qui ne ſont pas rélatifs à la fig. 193. mais qui ſuffiſent pour l'intelligence de ce qu'on vient de dire.

La *ſeconde maniere* de tracer les hélices des arêtes ſupérieures & inférieures des Limons ſur leurs ſurfaces concaves & convexes eſt un peu moins ſimple, c'eſt de tracer dans la ſurface concave & ſur la ſurface convexe cylindrique autant de lignes paralleles à l'axe, ou ce qui eſt la même choſe aux arêtes d V, b B² de la fig. 196. qu'on éleve de perpendiculaires à l'épure de la fig. 193. ſur le plan horiſontal, c'eſt-à-dire dans cet exemple, ſix en dedans, & autant en dehors, ſuivant les diſtances priſes quarrément égales à celles du plan horiſontal B 1, 1'2, 2'3, &c. pour le creux, & A 1ˣ, 1ˣ 2ˣ, 2ˣ 3ˣ; &c. pour le rond convexe du côté des marches. Enſuite on prendra ſucceſſivement toutes les hauteurs de ces lignes ſur la baſe horiſontale A² O, ſi le Limon porte de fond comme à la fig. 194. mais s'il eſt en l'air comme à la fig. 193. on ne peut prendre ces hauteurs pour les porter dans la pierre ébauchée à la fig. 196. parce qu'elle eſt vuide au deſſous de l'arête B² V; alors il faut prendre la différence de chacune de ces hauteurs, & la porter ſucceſſivement au deſſus de la ligne de niveau que donnoit la hauteur précedente, comme 4'o, 5'o, 6'o, ſur leſquelles on portera les differences des hauteurs om, oz^5, oz^6, &c. de la fig. 193. qui donneront les points s, 5, 6, d, &c. par leſquels on tracera à la main ou avec une régle pliante l'hélice concave, que l'on cherche, & ſa parallele au deſſous, de même la convexe & ſa parallele en deſſous pour le plat-fond du limon.

La *troiſiéme méthode*, qui eſt celle dont ſe ſert M. de la Ruë, eſt encore plus compoſée, ordinairement peu correcte dans l'exécution, & demande une autre épure que celle de la fig. 193. c'eſt de faire deux cerches ralongées ſur les lignes droites a e & b d, qu'on n'y a pas tracé pour éviter la confuſion, mais qu'il eſt aiſé de faire; car ſi le Limon fait une demie révolution complete, ce ſont deux demies Ellipſes à décrire ſur des axes donnez; ſçavoir, pour la concave le grand axe b d, & le demi petit axe C 4 du plan horiſontal, & pour la convexe on a le grand axe a e, & pour moitié du petit axe la ligne CG du plan

Asymptotiques *ac.bc::ec.dc*, & en divisant *ac—bc=ab.ec—dc=ed::ac.ec::bc.dc*; or *ac* moitié du grand axe est plus grand que *ec*, donc *ab* est plus grand que *ed*; *ce qu'il falloit démontrer.*

Il en est de même des autres diametres conjuguez, qui ne sont pas égaux, donc les Ellipses Asymptotiques ne peuvent avoir leurs circonférences équidistantes, car si *ab* est égal à *ed*, *ac* sera égal à *ce* & *bc=dc*, alors les courbes sont des cercles & non des Ellipses.

D'où il suit que si la circonférence du vuide du noyau est Elliptique, l'arête du Limon, qu'on veut faire d'égale épaisseur ne peut être une Ellipse, mais une Epicycloïde, qu'il faut décrire, comme nous l'avons dit au 2e. Liv. pag. 141. en prenant au contour de l'Ellipse donnée plusieurs points à volonté, pour servir de centres à autant d'arcs que l'on fera avec la mesure de l'épaisseur du Limon, donnée pour rayon; la ligne courbe tangente à tous ces petits arcs sera l'Epicycloïde demandée, laquelle n'étant pas semblable à l'Ellipse donnée, fera nécessairement des jarrets aux extrémitez du grand axe; comme le montre la fig. 117. du 2e. Liv. & ce jarret sera d'autant plus sensible & choquant, que l'épaisseur du Limon sera grande à l'égard des diametres de l'Ellipse donnée, parce que les rayons des petits arcs de cercles qui forment l'Epicycloïde, se croisent vers le grand axe, où ils font un angle rentrant.

La seconde raison de l'impossibilité de faire un Limon d'égale épaisseur, lorsqu'une de ses arêtes est Elliptique, même par imitation, comme lorsque l'espace Elliptique est changée en Ovale par un assemblage d'arcs de cercles, est démontrée au 2e. tome à la pag. 390. & à la fig. 205. où l'on fait voir que les arcs concentriques sont impossibles, lorsque la distance de l'arc intérieur à l'extérieur est plus grande que celle du centre qui a été pris pour foyer sur le grand axe: car alors la figure inscrite n'ayant plus quatre centres comme la grande ovale, & les suivantes jusqu'au foyer, elle n'est plus une ovale, mais une figure de fuseaux comprise par deux arcs de cercles égaux, qui se croisent sur le grand axe, ce que le Graveur a mal exprimé à la fig. 205. où il a cru, malgré le modele de mon dessein, qu'il devoit arondir les pointes F & *f*; c'est une faute à corriger à la planche 59.

Les irrégularitez sont donc inévitables aux Limons qu'on veut faire d'égale épaisseur sur un contour Elliptique ou Ovale, à l'une de ses arêtes du dedans ou du dehors.

Ainsi il n'est pas étonnant que Maître Blanchard se soit aperçû de

193.

194.

195.

196.

quelque jarret vers les extrémitez des grands axes de la courbe rampante ſur une ovale ; cette obſervation fait voir qu'il travaille avec ſoin, & qu'il a du gout dans ce qu'il fait, puiſqu'il a découvert ſans le ſecours de la Géometrie, une imperfection peu ſenſible, qui avoit échapé aux Artiſtes qui l'ont précedé ; mais le reméde qu'il a voulu apporter fait voir qu'il auroit eu beſoin de cette ſcience, & ſon ſtile, qu'il avoit beſoin d'un peu d'étude pour écrire.

„ J'AI remarqué (dit-il, chap. 15.) dans le Traité de la courbe „ rampante de quelques Auteurs, qui diſent qu'on peut faire toutes „ ſortes de plans tant réguliers qu'irréguliers ; ils enſeignent par leurs „ principes que les lignes des courbes ou Echiffres qui croiſent, doi- „ vent partir du dedans de l'extrémité de la courbe rampante ; mais „ ayant fait la preuve de leur opération, j'ai remarqué (ſur pluſieurs „ plans irréguliers tel qu'eſt celui-ci *, qui eſt demi-ovale,) qu'ils ſe „ ſont trompez, & que la courbe ſe trouve eſtropiée dans ſon flanc : „ il faut que les ſuſdites lignes ſoient prolongées plus que de l'extrémité „ du dedans & du dehors ; ce qui cauſe cette difficulté, ſont les têtes „ de l'ovale, qui ſont plus concaves que les flancs ; ceux qui en feront „ en grand ou petit, traceront leurs marches ſur la courbe débillardée „ ſeulement, ils en verront la verité, & l'expérience la leur fera mieux „ voir que la plume ne le peut expliquer, ni le Trait le faire con- „ noitre.

* *La figure* 197 *eſt le même plan réduit en petit.*

CE diſcours eſt d'un Ouvrier ſans théorie, qui ne conçoit d'autre moyen de s'inſtruire que celui de la pratique, ignorant que la plume (tout au contraire de ce qu'il dit) peut *mieux exprimer* les défauts que l'expérience, parce que les raiſonnemens Géometriques vont à un point de délicateſſe, où le deſſein le plus parfait ne peut atteindre ; c'eſt par ce raiſonnement que nous condamnons la correction qu'il veut faire au défaut qu'il a remarqué ; car quoiqu'elle ſoit ſi mal énoncée, & ſi peu rélative à ſa figure, qu'elle eſt à moitié indevinable, il y établit une regle de hauteur conſtante pour des cas variables de hauteur & de contour d'hélice, „ comme il eſt d'uſage, dit-il, pag. 47. au verſo, que l'on ne „ donne que ſix pouces de hauteur de chaque marche ; à la premiere, „ vous n'en donnerez que quatre & demi ; qu'elle ſoit plus haute ou plus „ baſſe, vous ſuivrez toujours la même proportion. Par cet expoſé on peut juger de la juſteſſe de ſa correction, mais ſuivons notre examen.

C'EST le propre des hélices mal décrites de faire des jarrets ; or celles qui ſont tracées ſur des plans ovales par des points provenans des diviſions égales des girons & des hauteurs des marches, ſont mal décrites, donc elles doivent faire des jarrets.

Premierement il eſt clair par ce que nous avons dit ci-devant, que les projections des arêtes des Limons ovales d'égale épaiſſeur n'étant pas des figures ſemblables ni ſemblablement diviſées, ne produiſent pas des hélices ſemblables ; ainſi faiſant l'hélice de l'arête du côté des marches rélativement à leurs girons & hauteurs, celle du côté du vuide, faite par le même raport, aura des parties diféremment inclinées à l'horiſon, je veux dire, d'une maniere qui ne ſera pas uniforme, comme on le démontrera ci-après.

Blanchard ſemble avoir ſenti cette différence, lorſqu'il a dit, pag. 52. & 54. *qu'il ne falloit pas s'arrêter aux hauteurs préciſes des marches.*

Comme la courbe du côté du vuide de la Vis à jour eſt la plus aparente, il ſemble qu'on doit en faire l'hélice primitive & la plus réguliere, parce que la ſecondaire, qui eſt ſa compagne du côté des marches, ſera toujours moins réguliere dans les Limons ſur baſe ovale d'égale épaiſſeur.

Pour le prouver nous ſupoſerons, ſi l'on veut, que la projection de la Vis eſt une ovale plus correctement tracée que celle de la planche 20e. du livre du Sr. Blanchard, qui eſt compoſée d'arcs de cercles qui font des jarrets à leur jonction, ſur laquelle cependant réduite en petite, & marquée des mêmes lettres, nous allons faire notre raiſonnement.

Premierement, ſi l'on fait l'hélice primitive à l'arête du Limon du côté des marches, il eſt clair par la nature de l'Ellipſe qui en eſt la projection, ou de l'ovale qui eſt l'imitation de l'Ellipſe, que les largeurs des girons étant égales au Collet contre le Limon courbe, les cordes de ces diviſions égales n'auront pas, comme dans le cercle, même raport à leurs arcs, mais que ces arcs feront d'autant plus grands à l'égard de leurs cordes, qu'ils aprocheront du grand axe, & d'autant plus petits qu'ils aprocheront du petit axe.

Or faiſant les girons des marches, ſuivant l'uſage ordinaire, d'égale largeur & hauteur, les arcs d'hélice, qui répondent à des diviſions égales de leur baſe auprès du grand axe, auront une égale hauteur à parcourir en rampe, que ceux qui feront près du petit axe, quoiqu'ils ſoient plus grands en contour, donc l'hélice ſera plus couchée vers le grand que vers le petit axe, ce qui eſt contraire à la correction de Maître Blanchard, & qui eſt cependant évident & ſans réplique.

Secondement, ſi l'on fait les diviſions des girons de marches égales ſur une ovale moyenne priſe au milieu de leur longueur, comme il

le pratique à la fig. 22. & que l'on tire ces marches d'un ſeul & même centre à la projection. Il eſt clair que ſi l'on prend ce point au centre D de l'Ellipſe, le défaut de la diviſion augmentera au collet ou à la queuë des marches, ou elles ſeront inégales ; & ſi l'on prend ce point en F dans le petit axe prolongé, comme il fait à la fig. 120. hors du centre de l'ovale, & qu'il diviſe en parties égales un contour de la baſe du Limon en dedans ou en dehors ; celui de l'ovale qui répond à l'autre arête ſera diviſé en parties d'autant plus inégales que ce point F ſera près ou loin du grand axe, & cependant ces arcs inégaux ſeront les baſes des hauteurs des marches égales ; donc l'inclinaiſon de l'hélice changera à chaque marche, & par conſéquent la progreſſion de ſon élevation en rampe, n'étant pas uniforme, elle fera des jarrets, *ce qu'il falloit ſecondement démontrer.*

Ainsi ſupoſant l'hélice primitive priſe à une des arêtes du Limon, par exemple au dedans ſans jarret, ſa compagne à l'arête extérieure en fera néceſſairement ſi le Limon eſt d'égale épaiſſeur.

Et ſupoſant la baſe de deux Ellipſes ſemblables, il eſt encore vrai que les diviſions des arêtes des marches prolongées ne pourroient couper ces deux courbes en parties proportionnelles tant qu'elles ſeront droites ; une telle diviſion ne peut ſe faire que par une ligne courbe, comme nous l'avons fait voir au 2e. tome, en parlant des Voutes en Sphéroïdes pag. 392. Nous allons rendre plus ſenſible ce que nous venons d'avancer par la fig. 197. qui eſt celle de Maître Blanchard *Fig.* 197.
reduite en petit.

Soit la ligne ND, la moitié du grand axe de la projection en ovale de la courbe rampante, DM celle du petit axe, ſoit E le centre des marches, F celui de l'arc YM ſur le petit axe, C celui de l'arc NY ſur le grand axe, & de ſon concentrique H *q*.

Il eſt dejà évident que la premiere marche tirée du centre E par le point H retranche du contour de l'ovale extérieure l'arc N 13 ; par conſéquent que l'arc d'ovale 13 M n'eſt plus ſemblable à l'arc HI intérieur, puiſque celui-ci eſt un quart complet, & que l'autre eſt tronqué de ſa partie 13 N, donc l'hélice extérieure de l'arête de la courbe rampante ne ſera plus compagne de celle du dedans, puiſqu'elle parcourt une moindre partie du contour de ſa baſe que l'intérieure, ainſi dans ſon eſpece elle ſera plus roide.

Ce n'eſt pas encore là toute la différence de ces hélices entre elles, car non ſeulement leurs mouvemens d'élevation ſont inégaux de l'une

à l'autre, mais encore dans chacune en particulier, de sorte qu'elles font encore des jarrets respectivement.

Suposant le point Y à la jonction des deux arcs de cercles tracez de différens centres pour former l'ovale, sçavoir NY du centre C, & MY du centre F ; il est clair que la ligne YE, qui sera la direction d'une des marches, ou de son arête, ou de son milieu, ou du tiers de son giron, &c. ne passera par aucun de ces centres, ou tout au plus ne pourra passer que par un des deux, puisque les trois points F, E, C, ne sont pas en ligne droite ; par conséquent elle ne peut passer par les jonctions des deux arcs Y & *q*, qui doit être suivant la bonne construction dans la ligne FY, qui passe par le centre C, donc la ligne EY ne peut diviser proportionnellement les contours des ovales extérieures & intérieures.

Car si la ligne de direction de la marche passe par le point Y à l'arc extérieur, elle passera par un point *y* à l'intérieur en dessus du point *q* de la jonction, donc l'arc H *y* est d'un plus grand nombre de dégrez que l'extérieur NY, lequel est dejà tronqué par la direction E 13 de la premiere marche de la partie N 13, par conséquent l'arc Y *z* 13 est considerablement plus petit en nombre de dégrez que l'arc *y* RH, mais les hélices ausquelles ils servent de base doivent s'élever à même hauteur depuis leur départ H 13 qui est de niveau, jusqu'à leur arrivée à la hauteur donnée *y* Y, qui est aussi égale en Y & *y*, donc l'hélice extérieure sera considerablement plus inclinée que l'intérieure sur H *y*, ce que nous avons dejà prouvé ci-devant.

Mais on va voir que le contraire de ces différences d'inclinaisons arrivera depuis les points *y* & Y vers le petit axe DM ; car puisque les arcs NM & HI sont semblables en ce qu'ils sont chacun un quart d'ovale, & que l'arc *y* H est plus grand que l'arc YN, l'arc MY sera plus grand que l'arc I *y*, & cependant les hélices qui les ont pour bases s'élevent à même hauteur l'une & l'autre, depuis la ligne Y *y*, qui est essentiellement de niveau à la ligne MI, laquelle est aussi de niveau à une hauteur donnée d'une marche & un tiers, par exemple de huit pouces, donc la partie d'hélice extérieure YM sera plus inclinée que celle de l'intérieure *y* I, quoique son autre partie Y 13 fût plus roide que l'intérieure *y* H ; par conséquent ces deux hélices ne s'élevent pas d'un mouvement uniforme, donc chacune d'elles fait un jarret respectivement en différent sens à la jonction des arcs de cercle de leur base suivant la ligne Y *y*, *ce qu'il falloit en second lieu démontrer.*

Donc si l'intérieure est réguliere, l'extérieure fait nécessairement des jarrets, & au contraire.

De

De cette connoiſſance des hélices ſur une baſe ovale, on conclura facilement que Maître Blanchard, n'ayant pas connu d'où venoient les jarrets, n'a pû y aporter un bon remede ; on peut même dire que les irrégularitez, ou dans les girons des marches, ou dans les arêtes de la courbe rampante du Limon, ſont inévitables.

Car 1°. ſi l'on veut que l'hélice primitive en dedans ſoit réguliere, l'extérieure ne le ſera pas, ou la ſurface ſupérieure du Limon, que j'apelle Plano-hélicoïde, ne ſera pas réguliére à ſon tour, parce qu'elle ne ſera pas compriſe entre deux hélices compagnes; ſi l'on prend l'hélice extérieure primitive réguliére, il en ſera de même à l'égard de l'intérieure ſecondaire.

2°. Si l'on veut que les girons des marches au collet ou à la queuë, ſelon que le Limon eſt concave ou convexe, ſoient parfaitement égaux à la jonction de la courbe rampante, les jarrets de cette courbe ſont inévitables au dedans & au dehors, comme on vient de le démontrer.

3°. Si l'on fait la courbe de l'hélice réguliere, & qu'on veüille qu'elle paſſe par les arêtes des marches, ou parallelement à ces arêtes, il faut que les girons ſoient inégaux au cóllet, ou à la queuë ſi le limon y eſt, ou ce qui eſt tout-à-fait impraticable que leurs hauteurs ſoient inégales, c'eſt cependant l'expédient que prend Maître Blanchard pour faire ſa correction du jarret, lorſqu'il dit qu'il ne faut donner que *quatre pouces & demi de hauteur à la premiere marche*, quoique les autres en ayent ſix, & qu'il faut diviſer le reſte en parties égales, ce qui ne peut en aucune façon ôter le jarret, comme nous venons de le démontrer. Il faudroit diminuer ſur les hauteurs de ſuite proportionnellement, ou élargir, & reſſerrer les girons, comme le demanderoit l'hélice de la courbe rampante débillardée, & faite ſur une hauteur totale donnée pour un certain nombre de marches, faiſant l'arête de l'hélice primitive du côté le plus aparent, lequel eſt quelquefois le convexe comme aux rampes des chaires de Prédicateurs fig. 195. & au quartier de Vis ſuſpendu, & le concave dans les Eſcaliers de Vis à jour, ſans s'embarraſſer du paralleliſme de cette hélice avec les arêtes des marches, ſi on les veut abſolument égales à la queuë ou au collet, ou leur donnant un peu plus & moins de largeur, ſi l'on veut conſerver ce paralleliſme de l'arête de la courbe avec celles des angles des marches.

Quant à cette correction, ſoit des hauteurs, ſoit des largeurs des girons, il eſt évident qu'elle dépend de l'inégalité des axes des ovales qui rendent les hélices plus ou moins rampantes vers le grand & vers le petit axe, à quoi Maître Blanchard n'a eu aucun égard.

De ce que nous venons de dire des inégalitez des hélices aux arêtes extérieures & intérieures des Limons en courbes rampantes, il eſt aiſé de conclure que plus les intervales de ces hélices feront grands, plus auſſi les jarrets de la ſecondaire feront ſenſibles, ſi elle eſt formée ſur le même Trait provenant des marches égales tracées d'un même centre E ; de ſorte que ſi ces intervales devenoient très grands, comme dans ces Vis vûës des deux côtez, à doubles Limons aparens vers le creux & vers le rond, comme on en voit ſouvent à des perrons ; les jarrets deviendroient extrémement ſenſibles, ſi on pouvoit les voir tous les deux enſemble ; mais alors chacun des Limons doit être fait à part rélativement à la partie des marches qu'il termine au collet ou à la queuë.

Seconde conſtruction de la Courbe rampante, lorſqu'elle eſt faite de pierre de pluſieurs pieces.

La différence qu'il y a dans la conſtruction des Courbes rampantes de bois avec celles de pierre de pluſieurs pieces, conſiſte en ce que pour le bois on fait les joins en lit à plomb, pour aſſembler les pieces ſuivant le fil du bois à tenons & à mortoiſes, ou à clef, & que pour la pierre il faut faire ces joins en coupe inclinée à l'horiſon, à peu près perpendiculairement à la direction rampante du Limon, afin que les pieces puiſſent s'apuyer les unes ſur les autres, ce qui occaſionne une différence de conſtruction.

Fig. 198. Soit (fig. 198.) une portion de couronne de cercle DNEB *n* A, la projection horiſontale du Limon tournant & rampant, que nous apellons ſimplement avec les Ouvriers, *Courbe rampante*, laquelle projection eſt compriſe par deux arcs de cercles ſemblables A *n* B, DNE, dont le centre commun eſt en C, & qui ont pour cordes les lignes AB, DE, qui ſont traverſées à leur milieu par une verticale CM c^2 prolongée indéfiniment, laquelle eſt par conſéquent perpendiculaire à ces cordes.

On menera des paralleles à cette verticale par les points A, B, D E, pour ſervir à former l'élevation de la courbe rampante, & on les traverſera par une ligne horiſontale OR, placée à volonté, pour lui ſervir de baſe.

Par un point *a* pris à volonté ſur la verticale A *a*, on menera *a d* parallele à OR, qui donnera le point *d* ſur la verticale D *d* ; puis ayant prolongé l'horiſontale *d a* en O', où elle coupera la verticale E *e*, on portera au deſſus du point O' la hauteur de toutes les mar-

ches, & parties de marches comprifes entre les points A & B, qui eft la même que celle qui eft comprife entre les points D & E, qui fera par exemple, la hauteur O' E²; & parce que les points B & E font de niveau, on tirera par le point E² l'horifontale E² b^2, qui coupera la verticale B b^2 au point b^2, par lequel, & par le point d, on menera l'inclinée d b^2; & fi l'arc AB ou DE eft un peu grand, on prendra un point t un peu plus haut que d, pour tirer t T.

On tirera auffi par les points d & E² la ligne dE, & par les points a & b^2 la ligne a b^2, qui croifera la verticale du milieu CM au point M; ces lignes font les projections verticales des cordes AB & DE du plan horifontal, ralongées par la rampe, & ainfi croifées pour que leurs extrémitez d & a, b^2 & E² foient à même hauteur.

Presentement il faut déterminer la pofition des joins de lit en coupe fur un plan vertical paffant per la corde AB du parement creux de la portion de tour, dont l'arc A n B eft la projection, ce que l'on peut faire en deux manieres.

Premierement fi l'on veut fe contenter pour abreger l'opération d'une coupe à peu près perpendiculaire, il fuffira de tirer au point a une perpendiculaire a P à la ligne a b^2, fur laquelle ayant pris à volonté un point P, qui détermine la largeur a P de la courbe rampante, c'eft-à-dire du Limon, on tirera par le point P une parallele à a b^2, qui coupera la verticale B b^2 au point b, d'où l'on tirera une autre perpendiculaire à la ligne a b^2 qu'elle coupera au point K, le parallelograme a K b P fera le panneau de doële plate à faire au devant du parement creux & vertical du Limon.

Comme cette opération ne fait pas le joint de lit exactement à angle droit fur les arêtes courbes du Limon, parce qu'il faut qu'il foit un peu obtus dans la projection verticale pour être droit dans le creux, il faut opérer fur le dévelopement de la furface concave du Limon du côté du vuide, & fur celui de la furface convexe du côté des marches, ce qui rend l'opération plus longue & plus embarraffante fans beaucoup de néceffité, fi l'arc A n B eft d'un petit nombre de dégrez, comme lorfqu'il eft au deffous du quart de cercle; mais elle fera convenable fi l'arc, qu'une des pieces du Limon peut comprendre, étoit beaucoup plus grand; nous la mettons ici pour qu'on puiffe opérer avec toute la précifion poffible, quand on le jugera à propos.

On rectifiera l'arc de cercle n A pour en porter la longueur fur la bafe OR de l'élevation, depuis fon milieu m' en a^d d'un côté, & en b^d de l'autre

Par le point a^d on élevera la verticale a^d V, qui coupera l'horifontale a d en V, par où on tirera la droite VM, fur laquelle on fera un angle droit MV u ; la ligne V u fera la pofition du joint de lit en coupe fur le dévelopement, fur laquelle on prendra la largeur V u que l'on veut donner au Limon dans fon parement creux.

Par le point u, on menera une horifontale u x perpendiculaire à l'axe CM, qu'elle coupera en x, & prenant cette longueur u x par parties, on la repliera fur l'arc n A de n en p, par où on menera une parallele à l'axe CM, qui coupera la ligne u x en un point P, plus près de x que le point u, par lequel P on tirera au point a une ligne a P, qui fera la projection verticale du joint de lit en coupe que l'on cherche, ou plûtôt ce fera la corde de fa projection qui devroit être une ligne courbe un peu Elliptique.

On menera enfuite par le point u une parallele à la ligne VM, pour avoir l'arête inférieure du Limon ; mais comme le point u eft ici, & ordinairement très près du point P, nous n'avons pas jugé à propos, pour éviter la confufion, de multiplier les lignes qui peuvent fe confondre ; cette ligne coupera la verticale provenant du dévelopement en un point près de b, que je prends auffi pour b à l'interfection de la ligne verticale B b^2, & de l'inclinée P b.

On menera par le point b une parallele à la ligne a P, qui coupera a M prolongée en H, où le dévolepement ne peut donner aucune différence fenfible, parce qu'il eft trop près de l'axe CM ; le parallelograme a H b P fera la projection verticale de l'intérieur creux de la piece de Limon en coupe.

Pour avoir la projection verticale de la partie convexe du côté des marches, il faudroit faire de même le dévelopement de la furface cylindrique, fi l'on vouloit opérer avec une grande précifion ; c'eft ainfi qu'en ufe M. de la Ruë, mais il en réfulte un inconvénient qui doit faire rejetter fon Trait, c'eft qu'il rend la furface du lit gauche, au lieu qu'elle doit être plane, parce que les joins montans qu'on avoit fait paralleles entre eux au dévelopement, ne le font plus dans le renvelopement à la projection verticale, d'où il fuit que le lit eft gauche.

Il fuffira pour la pratique de mener par le point m^r, où la ligne P b coupe celle du milieu MC, une parallele GL à la ligne d E^2, & par le point d, une parallele au joint a P, laquelle coupera GL au point G, duquel ayant tiré la ligne GP, on aura le trapeze a PG d, qui fera la projection verticale du lit inférieur de la piece de Limon qui fait la courbe rampante.

POUR la facilité de l'exécution, on prolongera le côté *a* P en F, où il coupera l'horisontale GF menée par le point G, & alors le panneau de lit se changera en un autre trapeze *a* FGD, dont on verra ci-après l'utilité.

LA projection verticale du lit de dessus se tracera de la même maniere ; par le point H, on menera l'horisontale HI parallele à OR, qui coupera la ligne de rampe convexe *d* E² au point I, par lequel on menera une parallele au joint HB, qui coupera GL au point L ; le trapeze HIL *b* sera la projection verticale du lit supérieur, qu'on changera pour la commodité de l'exécution en un plus grand HILQ, en prolongeant H *b* jusqu'à l'horisontale LQ.

PAR le moyen de ces projections verticales, on cherchera les projections horisontales. Premierement en menant G *g* parallele à CM, on aura le point *g* d'intersection avec l'arc DNE ; & menant à la même une parallele F *f*, on aura par son intersection avec la corde AB un quatriéme point *f* du trapeze D *g f* A, qui sera la projection horisontale du lit *d* GF *a*, & en même tems D *g p* A sera celle du vrai lit *d* GP *a*.

LA projection du lit de dessus sera un peu différente ; on menera par le point L la verticale L *l*, qui coupera l'arc DNE au point *l*, & par I la verticale I *i*, qui donnera sur le même arc le point *i*, on prolongera la corde AB vers *q* ; la verticale abaissée du point Q donnera par son intersection le point *q*, & celle qui sera abaissée du point H sur l'arc A *n* B, donnera sur cet arc le point *h* ; le pentagone mixte *i l q* B *h* sera la projection du lit de dessus ; mais pour la commodité de l'exécution, il convient de prolonger le côté *i h* en K où il coupe la corde AB, & du point K, élever une verticale K *k*, qui coupera l'horisontale IH en *k*, ce qui change la projection verticale du lit de dessus HILQ en une plus grande *k* ILQ.

LES projections verticales & horisontales étant données ; il sera aisé de former les panneaux de lit suivant nos regles générales expliquées au 3ᵉ. Liv. dans les Prob. X & XI, nous prendrons la méthode du XI qui employe les diagonales.

PAR exemple, pour le lit de dessus, ayant tiré à la projection horisontale la diagonale *l*K, & à la verticale la diagonale *k* L, on en cherchera la valeur, parce que l'une & l'autre sont racourcies par la projection.

POUR cet effet, on prolongera l'horisontale LQ jusqu'à ce qu'elle

rencontre en S la verticale *k* K, ſur laquelle elle donnera la hauteur *k* S du point *k* ſur le point L ; on portera enſuite la longueur de la diagonale K *l* de la projection horiſontale en S *b* ; puis ayant pris la longueur *b k*, on la portera en une figure à part, comme à celle cot-
Fig. 200. tée 200. pour ſervir de baſe à un triangle K *b l*, qu'on formera avec le côté *k b* pris à la projection verticale, & la valeur du côté *b l* qu'il faut trouver en portant la projection horiſontale ſur la ligne LS de W en *6* ; la diſtance *6 b* ſera la valeur que l'on cherche, avec laquelle, comme rayon, & du point *b* de la fig. 200. pour centre, on ſera un arc, qui coupera celui qui a été fait avec *k b* de la projection verticale au point *b* de la fig. 200. enſuite ſur la même baſe K *l*, on ſera un ſecond triangle KI *l* avec la ligne KI priſe à la projection horiſontale en K *i*, & la valeur de la corde *i l*, qu'on trouvera en portant cette corde du point Λ en *x* qui eſt un peu au-delà de L ; la diſtance *x* I ſera cette valeur avec laquelle pour rayon, & du point *l* de la fig. 200. pour centre, on ſera un arc qui coupera au point I, celui qui aura été fait avec le rayon K *i*, & du point K de la fig. 200. pour centre, le trapezoïde K *b l* I ſera le panneau ébauché du lit de deſſus que l'on cherche, lequel eſt un peu plus grand qu'il ne faut d'un triangle mixte K *b b*, c'eſt pourquoi on portera la longueur K *b* du plan horiſontal en K *b* de la fig. 200. & l'on tirera la corde *b b*.

Il reſte préſentement à tracer les côtez courbes de ce panneau *b n b* & I *e* L, qui ſont des arcs d'Ellipſe, leſquels ſont ordinairement ſi peu courbes, qu'il ſuffit d'en avoir les points de leur milieu pour les tracer avec une regle pliante.

Ces points de milieu ſeront faciles à trouver en diviſant les cordes de la projection horiſontale *i l* & *b* B en deux également aux points 9 & 8, ſur leſquels on élevera les perpendiculaires *e* 9, *n* 8, qui ſeront les fléches de ces arcs qu'on tranſportera à la fig. 200. aux endroits marquez des mêmes lettres *e* 9, *n* 8, & le panneau du lit de deſſus ſera achevé.

On tracera de même celui de deſſous, tel qu'on le voit à la fig. 201. par le moyen de la valeur de la diagonale D *f*, qu'on trouvera en portant ſa longueur ſur l'horiſontal *r* F de l'élevation en *r z* ; la diſtance *z d* ſera la valeur qu'on cherche, laquelle étant tranſportée à la fig. 201. en *d f* ſervira de baſe commune aux deux triangles *d* G *f*, & *d a f* qui ſervent à donner les points des angles du panneau ; du point *d* pour centre, & de l'intervale DA pris à la projection pour rayon, on décrira un arc vers *a* à la fig. 201. & du point *f* pour centre, & de l'intervale F *d* pour rayon pris à l'élevation, on décrira un autre

arc, qui coupera le précedent en *a* de la fig. 201. ensuite du même point *f* pour centre, & de l'intervale *f g* pris à la projection horisontale, on décrira un arc vers G de la fig. 201. & du point *d* pour centre, & de l'intervale de la valeur de *d* G pour rayon, on en décrira un autre qui donnera le point G ; cette valeur se trouvera en portant la corde D *g* de la projection horisontale en *r æ* sur l'horisontale *r* G prolongé, l'intervale *d æ* sera la valeur demandée.

On aura donc le trapezoïde *d a f* G de la fig. 201. pour l'ébauche du panneau du lit de dessus, qui est trop grand de deux triangles G *f* P & *a* PY qu'il en faut retrancher ; pour cet effet, on prendra la longueur PF de l'élevation, qu'on portera en P *f* de la fig. 201. & l'on tirera la ligne PG ; ensuite on prendra la longueur *p f* de la projection horisontale, qu'on portera sur *f* G de la fig. 201. en *f p*, & l'on tirera la ligne *p a* qui coupera PG en Y ; la figure *d a* YG sera le panneau que l'on cherche, dont les côtez *d e* G, *a n* Y seront arondis, comme ceux du lit de dessus dont nous venons de parler, par le moyen des fléches 5 *n*, 7 *e*, pour changer les arcs de cercles D *e g*, A *n p* en arcs d'Ellipses, comme il a été dit au Prob. IX. du 2e. Liv.

Il reste présentement à tracer les panneaux de sections cylindriques inclinées, qui sont nécessaires pour former les portions de tour creuse du côté du vuide, & de tour ronde du côté des marches, qui sont les paremens verticaux du Limon, c'est-à-dire qu'il faut faire des courbes ralongées de la même maniere que nous l'avons dit pour la courbe rampante d'une piece pag. 302. la seule différence qu'il y a, c'est que les joins de lit n'étant pas à plomb, les panneaux du dessus & du dessous ne sont pas les mêmes ; dans cet exemple le panneau du dessus est la portion de couronne d'Ellipse d^r I H^r a^r, & pour celui de dessous, c'est la portion de couronne g^r l^r b^2 p^r, qui sera portion de la même Ellipse si le vuide est circulaire, mais celle-ci sera une portion de couronne d'Ellipse différente de celle du panneau précedent, en ce qu'elle sera plus ou moins concave selon qu'elle s'aprochera ou s'éloignera du grand axe.

La terminaison de ces deux panneaux de section oblique suivant la ligne *d e*, ou si l'on veut *t* T prise à volonté, est donnée par la prolongation des verticales jusqu'à cette ligne de *p* P en P^n, où faisant en retour d'équerre P^n p^r égale à *z p* de la projection, on aura le point p^r qu'on cherche, ainsi du point H^r, *r*, d^r, I^r, l^r en dehors.

La maniere de tracer ces arcs d'Ellipses ralongez des arcs de cercles dont on a la projection horisontale, a été donnée en plusieurs endroits

de cet ouvrage, & en dernier lieu en parlant des joins de tête de la porte en Tour ronde ou creuſe.

M. de la Ruë au lieu des panneaux que j'employe pour la formation des ſurfaces cylindriques concaves & convexes, ſe ſert des cerches formées ſur les cordes rampantes $a\ b^2$, $d\ E^2$, mais cette méthode me paroit plus embarraſſante, & même moins correcte dans l'exécution, parce que pour faire uſage de ces cerches, il faut prendre garde de ne les pas incliner plus ou moins qu'il ne faut à l'égard du plan vertical auquel elles doivent être perpendiculaires, ce qui eſt difficile d'obſerver, & qui peut occaſionner de fauſſes plumées dans leur contour.

Nous ne parlons point ici de panneaux de dévelopement pour tracer les hélices ſur les ſurfaces courbes des paremens verticaux; comme les pieces de Limon de pierre ſont rarement bien longues, on peut ſupléer aux panneaux fléxibles par l'aplication d'une regle pliante apuyée ſur les deux extrémitez données aux angles de la pierre du côté convexe & du côté concave.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir d'une eſpece de doële plate au devant de la ſurface concave du Limon, qui eſt en ſituation verticale, on y apliquera un panneau à cinq côtez pris à l'épure ſur la figure $a^r\ f\ b^n$ F $a\ a^r$, dont le côté $a^r\ a$ eſt à plomb; ce qu'il faut obſerver pour bien faire l'excavation du parement creux.

On abattra la pierre ſuivant cette ligne $a^r\ a$ avec le biveau formé ſur l'angle DAB de la projection horiſontale, tenant ſes deux branches d'équerre à la verticale $a^r\ a$; puis on fera couler le biveau dans la même ſituation toujours parallelement à lui-même le long du côté a F, abattant la pierre ſuivant cette ligne, à laquelle les branches du biveau, feront obliques; mais il ſera facile de les tenir dans cette ſituation en obſervant que l'une ſoit parallele à l'arête $d\ a$, & l'autre à une ligne $a\ m^1$, qu'on peut tracer ſur le panneau perpendiculairement à l'aplomb $a^r\ a$.

Ou plus ſimplement, ayant tiré une ligne $d\ a$ d'équerre ſur $a^r\ a$, & ſur le ſecond parement qu'on vient de faire, on prendra dans cette ligne un point d à diſtance priſe à volonté, & par les trois points donnez d, a, F, on fera paſſer une ſurface plane ſuivant le Prob. I. du 2e. tome.

On

On abattra ensuite à l'équerre toute la pierre qui excede les lignes a^r S, & b^n F, tant en dessus qu'en dessous, pour y former deux paremens, sur lesquels on apliquera les panneaux de la section oblique, sçavoir, premierement sur le parement supérieur, le panneau mixte d^r a^r k H^r i^r compris par les trois lignes droites d^r a^r, a^r k, k I^r, & l'arc I^r d^r ; secondement sur le parement ou lit de dessous, on apliquera le panneau mixte q^r F^r b^2 l^r, posant le point F^r sur le point F à l'angle du parement vertical, & la ligne F^r b^2 sur le côté F b^n de ce parement; on abattra ensuite la pierre suivant les côtez droits donnez I^r k, k b^n, & b^2 l^r au lit de dessous pour former la surface du lit en coupe de dessus.

On apliquera ensuite sur les lits en coupe de dessus & dessous, les panneaux qu'on a tracé aux figures 200. & 201. dans la situation où ils doivent être, posant la ligne droite k q de la fig. 200. sur le côté k b^n de la fig. 198. dans cette situation on repairera le point b de la fig. 200. sur le lit rampant supérieur, & l'on tracera le contour du côté courbe I e l; on posera de même le panneau de la fig. 201. sur le lit en coupe de dessous, plaçant la ligne a f sur le côté a F de la fig. 198. & traçant le contour courbe d e G.

On aura donc ainsi les quatre côtez de la surface cylindrique convexe, suivant lesquels il faut abattre la pierre pour la former à la regle, dont il faut observer exactement la bonne position en situation de suposition verticale, ce que l'on fera facilement par le moyen d'une seconde regle posée sur l'arête a^r a, à laquelle la regle qui sert à former la surface cylindrique, doit toujours être parallele; c'est pourquoi il faudra borneyer celle qui est mouvante par la fixe sur a^r a, pendant qu'on la fera couler en l'apuyant sur les lignes courbes, le long desquels elle doit être apliquée ; & la surface convexe cylindrique, qui est celle du côté des marches dans les Vis à jours dans une Tour, sera exactement formée.

Il faut former de même la surface concave, dont les quatre angles sont donnez par les panneaux de lit, desquels angles il n'y en a que deux dans la surface plane du premier parement qui a servi de doële plate diagonalement oposez ; les deux autres sont repairez en dedans de ce parement sur les lits, l'un au lit de dessus en b de la fig. 200. l'autre au lit de dessous en Y, & dans les sections planes rampantes, ils sont renvoyez l'un en arriere suivant la ligne p^r, F^r au lit de dessous, suivant l'arête inférieure du lit marquée au panneau p f de la fig. 201. l'autre en H^r S au lit de dessus, suivant l'arête inférieure de ce lit au long de son arête, avec la section plane inclinée marquée f t au panneau de la fig. 200.

Sur les points donnez dans chacune des fections planes inclinées, on pofera les extrémitez de la cerche ou du panneau concave $a\ p^r\ H^r$ pour celle de deffus, & l'arc $p^r\ H^r\ b^2$ pour la fection inclinée du lit de deffous.

Ces arcs étant tracez fuivant le contour des panneaux, on aura les quatre côtez de la portion cylindrique concave qui refte à faire, laquelle fera creufée à la regle, comme il a été dit pour la convexe, en la faifant couler fur ces arcs, deftinez pour lui fervir d'apui, parallelement à la ligne verticale donnée fur le panneau vertical $a^r\ a$.

Il ne refte plus à prefent qu'à former les deux furfaces du deffus & du deffous du Limon que nous avons apellé plano-hélicoïdes, dont les arêtes font des hélices qu'on pourra tracer avec un panneau fléxible, comme nous l'avons dit pour les Limons en courbe rampante d'une piece, ou fimplement avec une regle pliante pofée fur les angles des panneaux de lit correfpondans dans chaque furface, fçavoir depuis le fupérieur convexe à l'inférieur convexe de la même fection du deffus au deffus, du deffous au deffous, & de même à la furface creufe, ce qui donnera quatre hélices, deux rondes & deux creufes, fuivant lefquelles on abattra la pierre à la regle, qui doit être tenuë toujours horifontale en s'élevant en tournant, & toujours dirigée à l'axe du cylindre, comme il a été dit au commencement du fecond tome pag. 37 & 38.

Explication Démonftrative.

Puisque nous fupofons que la courbe rampante a pour projection horifontale un cercle en dedans & en dehors, il eft vifible qu'elle doit être à la furface d'un cylindre, qui a pour bafe ce cercle, & parce que le Limon eft d'une égale épaiffeur, il fera terminé par deux furfaces cylindriques, l'une concave, l'autre convexe; la concave eft du côté du vuide dans les Vis à jours, & du côté du plein dans les Efcaliers tournans à vuide au tour d'un noyau plein, comme font fouvent ceux des chaires de Prédicateur.

On pourroit donc ébaucher la pierre en portion de cylindre Droit fur la bafe, & y tracer les hélices des arêtes du Limon par le moyen de leur dévelopement tracé fur du carton ou des lames de plomb, pour être apliqué dans la furface *creufe* ou fur la furface *ronde*; mais comme il y auroit trop de perte de pierre en retranchant les deux triangles folides cylindriques tournez en fens contraire, l'un en deffus du Limon à droite, par exemple, l'autre en deffous à gauche; nous

avons feulement formé la tranche cylindrique, qui comprend les hélices des arêtes les plus éloignées en deffus & en deffous, laquelle tranche eft comprife par deux portions de couronnes d'Ellipfes femblables, mais qui ne font pas équidiftantes, comme il eft démontré au Théor. IV. pag. 31. du 1er tome ; cependant elles produifent des hélices équidiftantes, parce que les fections rampantes cylindriques font obliques à la furface du cylindre, & les rayons des hélices lui font toujours perpendiculaires.

Il n'eft pas néceffaire de démontrer ici la jufteffe de l'opération, par laquelle nous avons trouvé les fections planes rampantes du cylindre fur lequel eft formé le Limon ou *Courbe rampante*, parce qu'il eft vifible qu'elle eft la même que celle du Prob. IX. du 2e Liv. tome I. pag. 145. qui enfeigne la maniere de trouver les fections obliques d'un cylindre, d'autant plus que nous l'avons déja mis en œuvre, & démontré au fecond tome en parlant de la Vis St. Giles ronde, tome 2e. depuis la pag. 419. jufqu'à la pag. 424. & démontré à la pag. 429.

Quant à la formation des furfaces gauches plano-hélicoïdes, il eft clair qu'elle eft conforme à ce qui a été enfeigné de leurs générations au Corol. I. pag. 38. du 2e. tome.

REMARQUE.

Il faut remarquer que dans la conftruction de cette hélice nous n'avons aucun égard aux marches de l'Efcalier de la Vis à jour, par les raifons que nous avons dit touchant les Vis de bafe Elliptique, où les cordes égales prifes pour les largeurs des girons foûtiennent des arcs inégaux ; d'ailleurs cette courbe peut être indépendante de toute marche, comme peut être le couronnement ou l'apui d'une terraffe rampante, ou celui d'une fenêtre en rampe dans une Tour, qui font des courbes rampantes de même efpèce que celles des Limons des Vis à jours.

Si l'on entre dans le détail de la conftruction d'un Limon, qui doit faire une efpece de focle parallele à la tangente des arêtes des marches, il y a plufieurs petites obfervations à faire, par exemple, que fi le vuide de la Vis, c'eft-à-dire le mur d'échiffre, a pour bafe un demi cercle, qui fe joint à deux branches de rampes droites paralleles entre elles, il ne faut pas commencer la divifion des marches à fon diametre perpendiculaire à la direction de ces rampes, ou fi on l'y commence, il faut alonger le Limon, parce que dans la rampe defcendante, il faut qu'il avance en defcendant de la hauteur de la

marche pour gagner le niveau de la ſuivante ; & dans la rampe montante, il faut qu'il s'éleve auſſi d'une partie que donne la hauteur de ce ſocle ſur la tangente de l'arête des marches.

Secondement, que cette partie de Limon, qui excede la marche, doit être ſeulement obſervée dans les Limons, dont les joins de tête ſont à plomb, comme en Charpente où on les fait ainſi pour ne pas couper le fil du bois, & dans les Limons où ces joins ſont en lits, non pas à plomb, mais fort inclinez, comme ſont ceux du quartier de Vis ſuſpendu, dont nous parlerons ci-après.

A l'égard des lits en joins de tête des Limons, qui ſont perpendiculaires aux arêtes tournantes, ou pour mieux dire à leur développement, comme ſont ceux de la fig. 198. dont nous venons de donner le Trait, il n'eſt pas néceſſaire de pourvoir à ces excès de longueur ſur les marches ; ce ſont de ces petites choſes dont il ſuffit que l'Appareilleur ſoit averti pour prendre ſes précautions dans la deſtination de ſa pierre, ou le Charpentier dans la coupe de ſon bois, parce que l'habitude que l'un a du Trait, l'autre de l'aſſemblage lui fait d'abord concevoir ce qu'il doit faire, lorſqu'il eſt prévenu de ces petites remarques.

Corollaire.

Du Quartier de Vis ſuſpendu.

Si l'on faiſoit une portion de Limon ou *Courbe rampante* d'une ſeule piece, qui fut aſſez engagée par ſes extrémitez du haut & du bas dans un mur concave, ou plûtôt en angle rentrant, cet ouvrage s'apelleroit *Quartier de Vis ſuſpendu*, ſans égard au nombre de degrez du cercle, qui en feroit la projection horiſontale.

Mais il eſt viſible que ſi le contour de cette projection étoit un demi cercle, il faudroit qu'un tel Limon fût bien fortement retenu par ſes extrémitez pour ſoûtenir un ſi grand *porte-à-faux* ; de ſorte que pour donner à cet ouvrage quelque ſolidité, il ne convient pas qu'il ſoit plus grand que le quart du cercle dans ſa projection, d'où vient le nom de quartier de Vis ; encore faut-il que les ſommiers qui ſont les premiers & derniers Vouſſoirs ayent de longues queuës bien engagées dans les murs.

Il eſt auſſi viſible que ce quartier ne peut être fait de pieces, dont la direction des lits & de leurs joints horiſontaux concourent à l'axe de la Vis, comme dans la courbe rampante dont nous venons de par-

ler, parce que les Vouſſoirs étant plus étroits par dedans que par dehors, ils pouſſeroient au vuide & ne pourroient ſubſiſter ; c'eſt pourquoi il faut changer la direction horiſontale des lits en les faiſant paralleles entre eux, & à la perpendiculaire ſur le milieu de la corde de l'arc de la projection horiſontale du *quartier*, afin de déterminer leur pouſſée ſuivant la direction de cette corde, qui a des apuis à ſes deux extrémitez dans les murs qui concourent en angle Droit ou à peu près, ou aux piédroits d'une Tour creuſe, car on ne peut ſolidement établir un quartier ſuſpendu ſur une ligne droite.

Il faut donc donner aux lits une direction ſemblable à celle qu'on donne aux Vouſſoirs d'une porte en Tour ronde, & c'eſt en quoi conſiſte toute la différence du Limon en courbe rampante pour les Vis à jours, avec le quartier de Vis ſuſpendu, ſupoſant qu'il s'agiſſe de faire l'un & l'autre en pierre ; car s'il s'agit de Charpenterie ou de Menuiſerie comme aux chaires de Prédicateurs, qui ſont des quartiers de Vis ſuſpendus, le Trait peut changer ſuivant la nature de l'aſſemblage convenable au fil du bois, & à l'eſpece du bois qui peut être affermi par les têtes des marches, ou par d'autres moyens dont il n'eſt pas ici queſtion, comme des barres de fer, ſur leſquels on ne doit jamais compter dans l'apareil ; cela ſupoſé, il ſera facile de faire le quartier de Vis ſuſpendu par les mêmes moyens qu'on a fait la courbe rampante de pluſieurs pieces, en changeant ſeulement la direction des lits en coupe ; mais pour ne pas embroüiller le Trait de trop de lignes, nous allons en mettre un à part avec une petite différence pour la diſpoſition des cerches ralongées ſuivant l'idée du P. Deran, corrigée de l'erreur qu'il fait, & après lui M. de la Ruë, en les traçant en arcs de cercles au lieu d'arcs d'Ellipſes.

Soit (fig. 202.) le quart de cercle ACB, qui comprend un quartier d'Eſcalier tournant CDE, dont les queuës des marches doivent être portées & ſoûtenuës en l'air par le Limon DABE, qui eſt une courbe rampante de la même eſpece que les précedentes, mais dont les pieces ou clavaux ſont diſpoſées différemment. *Fig. 202.*

On fera l'élevation, c'eſt-à-dire la projection verticale de ce Quartier, comme au Trait précedent, ſupoſant qu'il comprenne quatre marches marquées au plan horiſontal 1, 2, 3 E, on portera ſur la ligne de baſe $A^o B^o$ la hauteur de ces quatre marches de E^o en E^2, & l'on tirera les lignes $D^o E^2$ & $A^o B^2$, qui feront les cordes des ſections planes qui coupent la ſurface creuſe D 2 E, & la ronde ANB obliquement ; de ſorte que les arcs qu'elles ſouſtendent ſont des arcs d'Ellipſes, qu'il ſera facile de décrire par pluſieurs points, comme

nous l'avons déja dit plusieurs fois, pour changer un arc de cercle, qui est la base d'un cylindre, en arc d'Ellipse qui soit la section de sa surface coupée par un plan, dont l'inclinaison à l'axe du cylindre est donnée; il ne s'agit que de diviser la corde *d e* rampante proportionnellement à la corde DE de niveau par le moyen des verticales *t r*, *m* M, *t r*, & de porter sur ces divisions d'abscisses, les ordonnées *t* 1, *m* 2, *t* 3, quarrément sur les divisions correspondantes *r* 1ⁿ, M 2ⁿ, *r* 3ⁿ, pour avoir les points *d* 1ⁿ, 2ⁿ, 3ⁿ *e*.

On tracera de la même maniere la courbe extérieure ANB sur la corde donnée *a b* rampante correspondante à la corde AB de niveau, & l'on aura les cerches ralongées nécessaires pour former les paremens creux & ronds, c'est-à-dire concave du côté de l'Escalier, & convexe dans le parement extérieur, ce qui est le contraire des Vis à jours, dont nous avons parlé ci-devant.

Il faut présentement donner une coupe convenable aux lits des clavaux, de maniere qu'ils concourent tous à un même point de la ligne du milieu M *m* ; ce point ou centre de coupe peut être pris à volonté, cependant il faut observer qu'il ne soit ni trop loin, ni trop près, parce que s'il est pris fort près des clavaux, il rendra les arêtes des coupes fort aiguës vers *e*, & s'il est pris trop loin la partie suspenduë en aura moins de force.

Suposant ce point en *m*, on menera par les points G & *e* les lignes *e m*, G *m*, qui feront les coupes du sommier supérieur en *e m*, & de l'inférieur en G *m*.

Entre ces deux joins de lit, on fera la division de la quantité de clavaux qu'on se propose de faire, par exemple ici seulement de trois. M. de la Ruë prend pour termes de cette division l'intervale IK de l'intersection des coupes avec la projection verticale D' E² de la corde rampante de la partie creuse au bas des clavaux ; mais le P. Deran faisant aparamment attention que si l'on prend les termes des divisions au haut ou au bas du sommier, & qu'on en divise l'intervale en parties égales, l'arête oposée est divisée par cette opération en parties inégales, ne fait sa division ni au haut ni au bas, mais sur une ligne H *h* moyenne entre les hauteurs des arêtes du dedans & du dehors c'est-à-dire du creux & du rond, en partageant *e f* en H, & G D' en *h*, ce qui me paroit plus convenable que la maniere de M. de la Ruë, qui n'a pas senti, ou fait cas de cette raison.

On divisera donc l'intervale L *l* en trois également aux points 5, 6, par où on tirera du centre de division *m* les coupes *m* 1ᵛ, *m* 2ᵛ,

m 3ᵛ, qui couperont les cordes rampantes en des points marquez au dessus x^1, x^2, x^3, & au dessous y^1, y^2, y^3, & z_1, z^2, z^3.

PRESENTEMENT on doit considerer ces lignes $x^1 z^1$, $x^2 z^2$ &c. comme les projections verticales des surfaces planes des lits des clavaux, qui sont perpendiculaires au plan vertical, passant par la corde de la projection DE ou AB, ce qui revient au même, & la projection horisontale de ces mêmes lits sera le quadriligne mixte X^e Z^e X^1 Z^1, dont on prolongera les côtez droits en P & k pour l'apliquer à la corde DE, alors cette projection sera X^e Z^e P k.

CES deux projections étant données, il sera facile de tracer les panneaux du lit de chaque Voussoir, prenant, par exemple, celui du lit de dessous du premier clavau, qui est celui du lit de dessus du sommier; on portera donc la ligne GK de l'élevation de la fig. 202. en g k de la fig. 203. avec ses divisions V, q, par lesquelles on lui menera des perpendiculaires indéfinies, dont on prendra les longueurs au plan horisontal; ainsi on portera la longueur P X^e de la fig. 202. en g X, p o en r O, f t en q t, k Z^e en K, & l'on aura la courbe XO t z pour le côté convexe, qu'on tracera par ces quatre points avec une regle pliante.

ENSUITE pour le côté concave, on prendra P x qu'on portera de g en x, p y de r en y, t u de q en V, & k z de la fig. 202. en k z, de la fig. 203. puis on tirera les lignes à peu près droites de y en X, & de z^n en t, & une courbe par les quatre points x y V z^n, le quadriligne mixte y X t z^n sera le panneau que l'on cherche.

ON tracera de même les panneaux des coupes tirées par les points 1ᵘ 2ᵘ 3ᵘ, en quoi l'on voit la conformité de ce Trait avec le précedent.

IL faut observer que quoique nous ayons tiré des lignes droites de y en X, & de z^n en t, ces lignes considerées dans la rigueur doivent être courbes, parce que ce sont des sections d'une surface plano-hélicoïde par des directions qui ne tendent pas à l'axe vertical de l'hélice, mais elles sont si peu courbes que ce seroit s'amuser à la bagatelle que d'en vouloir chercher la courbure par plusieurs points, ce qui n'est pas difficile, mais qui rendroit l'opération inutilement plus longue & plus composée; aussi le P. Deran & M. de la Ruë ont-ils pris toutes ces lignes pour des droites, ne s'étant aperçû d'aucune courbure dans l'exécution, quoiqu'il s'en trouve en effet dans le raisonnement, parce que par la génération des surfaces mixtilimes hélicoïdes, dont nous avons parlé au commencement du second tome pag. 37.

il eſt clair qu'il n'y a de lignes droites que dans les ſections par l'axe de l'hélice.

Pour ne pas faire les panneaux plus larges qu'il n'eſt néceſſaire, il n'y a qu'à retrancher la partie $x\,d$ par une parallele à $g\,k$ menée en $x\,d$, & de même au lit de deſſus une partie égale à celle qui a été retranchée au lit de deſſous, qui eſt le plus près du parement de ſupoſition verticale pour l'aplication du Trait.

Aplication du Trait ſur la Pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir en quelque façon de doële plate, c'eſt-à-dire de ſurface plane verticale, par exemple, pour un premier clavau, on y apliquera le panneau du trapezoïde G 1, 1^n K pris à l'élevation de tout l'eſpace qu'occupe ce clavau ; puis on abattra la pierre à l'équerre ſur les deux côtez des joins montans pour former deux nouveaux paremens, ſur leſquels on apliquera les panneaux de lit, poſant la ligne $g\,k$ de la fig. 203. ou ſa parallele $x\,d$ ſur l'arête du lit & du premier parement, & traçant le reſte du contour ſur lequel on repairera les points o^a o^n pour tracer par ces deux points la ligne inſenſiblement courbe concave o^a o^n.

On en fera de même au lit de deſſus, puis avec une cerche formée ſur l'arc concave d 2^n e, on fera une plumée au premier parement, obſervant de pôſer les parties de cette cerche immédiatement ſur celles de l'arête rampante à laquelle chacune convient ſuivant les aplombs pris dans l'épure, c'eſt-à-dire, par exemple, que le point N ſoit précifement à l'équerre ſur le point 1^u, parce que cette cerche étant Elliptique, ce point N ne doit être ni plus haut ni plus bas ſans donner un faux contour, en ce que l'Ellipſe devient plus creuſe vers les bouts que vers le milieu, je veux dire du côté des extrémitez des grands axes, ce qui eſt évident.

Par le moyen de ces plumées, & d'une ligne aplomb repairée de l'arête du deſſus à celle du deſſous, par exemple, l'aplomb 1^v L, on creuſera la ſurface verticale concave cylindrique à la regle tenuë toujours parallelement à elle-même, & à la premiere ligne, dont on a déterminé les extrémitez ſuivant la verticale 1^v L.

On formera de même la ſurface convexe du dehors, puis poſant une regle pliante ſur les angles du panneau de lit du dedans au dedans aux arêtes du deſſus & du deſſous, on tracera dans le creux les deux courbes des hélices que doivent former ces arêtes, & on achevera,

vera, comme il a été dit au Trait précedent, pour former les paremens gauches fupérieurs & inférieurs des Limons ou courbes rampantes.

Quatriéme Eſpece de Vis.

Lorſque la baſe eſt une Spirale, & l'Hélice en Limace.

En termes de l'Art.

Des Volutes, Colimaçons, & Colonnes torſes.

Toutes les Hélices, dont nous avons parlé juſqu'ici, font leurs révolutions ſur des ſurfaces cylindriques de baſe circulaire ou Elliptique ; celles dont il s'agit préſentement font leurs révolutions ſur des ſurfaces coniques ſphéroïdes ou cylindroïdes de baſes en ſpirale, telles ſont les Volutes en ſituation quelconque. Nous nous attachons ici particulierement à celles que les ouvriers apellent *Colimaçons* d'Echiffres, que l'on exécute ordinairement au bas des Eſcaliers, tant pour en orner l'entrée que pour former une eſpece de colonne qui affermit les rampes de fer, dont on forme les apuis dreſſez ſur le Limon.

Ayant choiſi & tracé l'eſpece de ſpirale dont on veut faire la baſe du Colimaçon, comme par exemple à la fig. 207. la ſpirale circulaire *a* 2, 4 C, on lui tracera une compagne équidiſtante à la diſtance qu'on voudra, ſuivant l'épaiſſeur que l'on donne au Limon, & l'on en fera l'élevation ſuivant les regles ordinaires expliquées au 2ᵉ. Liv. pag. 267. & au 3ᵉ. pag. 205. en élevant des perpendiculaires ſur la baſe, qu'on terminera ſuivant telle progreſſion qu'on jugera à propos, obſervant d'accorder autant qu'il ſera poſſible ſans jarrets la pente du Limon droit avec la naiſſance de celle du Colimaçon, & de cette jonction on viendra en baiſſant toujours moins juſqu'à *l'œil* du Colimaçon, afin qu'il ne s'enfonce pas en finiſſant tout d'un coup dans un trou.

La ſerie que l'on doit obſerver dans cette diminution ou augmentation de hauteur des perpendiculaires élevées ſur la baſe eſt aſſez arbitraire, & au choix de l'Architecte qui doit ſe regler ſur le nombre des révolutions de la ſpirale de ſon plan horiſontal : nous propoſerons ici la maniere la plus ſimple, & qui eſt d'un bel effet.

Soit (fig. 207.) la ſpirale double ou volute *a* H 5 C 2ⁱ *b*, le plan horiſontal du Colimaçon, on diviſera le cercle de révolution GHEF en autant de parties égales qu'on voudra, par exemple en ſix, par leſ- *Fig.* 207.

quelles on tirera du centre C des rayons prolongez, qui couperont la ſpirale convexe aux points 1, 2, 3, 4, 5, &c. par leſquels on tirera, par le Prob. XXIX. du 2ᵉ. Liv. pag. 199. des perpendiculaires à la ſpirale 1 1ⁱ, 2 2ⁱ, 3 3ⁱ, &c. qui donneront les directions des coupes des joins, ſi l'on fait le Colimaçon de pluſieurs pieces, mais qui ſerviront particulierement à former l'élevation de la partie concave proportionnellement à la ſurface convexe.

On fera enſuite l'élevation du Colimaçon en prenant une ligne de baſe BA, ou celle d'un petit ſocle au deſſus OR, à laquelle on menera des perpendiculaires indéfinies venant des points repairez au plan horiſontal, comme *b* F, *g* Gᵉ, 7 K, 4 4ᵉ, &c. ſur leſquelles on portera les différentes hauteurs que doivent avoir les points du contour des arêtes du Colimaçon, ſuivant la progreſſion de l'inclinaiſon qu'on ſe propoſe de donner au Limon tournant & rampant.

Cette progreſſion de pente eſt arbitraire, on peut la varier d'une infinité de façons en faiſant plonger la volute dans ſon *œil*, ou en relevant l'œil au bas de la Volute; nous propoſerons ici une maniere qui me paroit une des plus convenables.

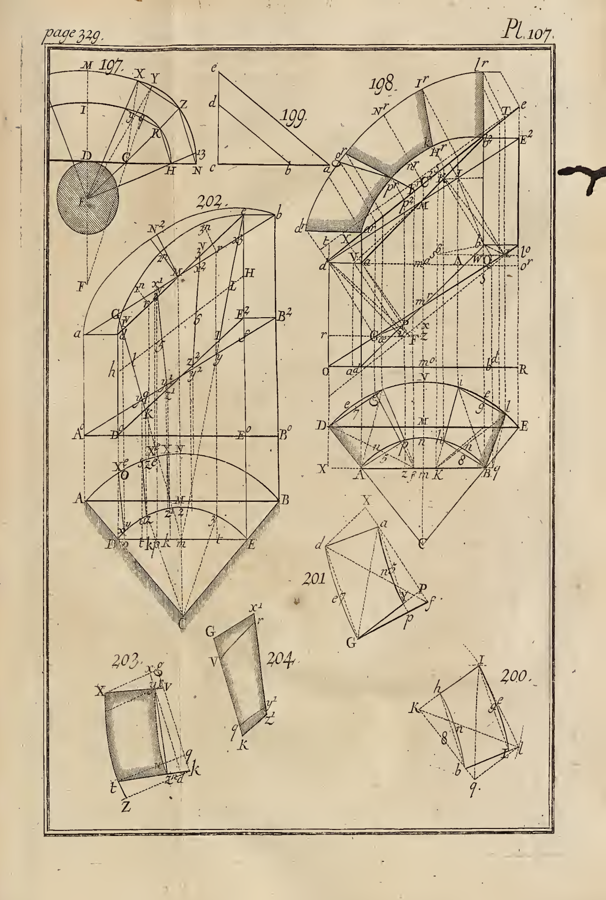
Suposant, par exemple, que le Colimaçon termine trois marches, comme on l'a repréſenté en perſpective à la fig. 205. on prendra la ſomme de la hauteur de ces trois marches que je ſupoſe égale à FO de la fig. 206. pour en faire le rayon d'un quart de cercle CD 10, qu'on tracera à part (fig. 209.) qu'on inſcrira dans un quarré DC 10 P, dont on diviſera le côté P 10 en dix parties égales, ſur leſquelles on élevera des paralleles à DP, qui couperont le quart de cercle aux points 1^b, 2^b, 3^b, &c. les lignes 1^b 1, 2^b 2, 3^b 3, &c. ſeront les hauteurs décroiſſantes du Colimaçon.

Fig. 205. & 206.

Fig. 209.

Pour raporter ces hauteurs à l'élevation 206. il faut diviſer le contour de la ſpirale de la baſe 207. en dix parties non pas égales entre elles, mais inégales ſuivant la progreſſion de la ſpirale qui ſe reſſerre à meſure qu'elle aproche de ſon centre, ce qu'il eſt facile de faire en diviſant le contour de ſon cercle de révolution GHEF en parties égales, comme ici en ſix, dont les diametres prolongez donneront les points 1, 2, 3, 4, 5, &c. au contour extérieur de la ſpirale.

A l'égard des diviſions du contour intérieur *g b* 10, elles ſeront données par les perpendiculaires menées à la ſpirale extérieure, comme 1 1ⁱ, 2 2ⁱ, 3 3ⁱ, &c. leſquelles pourront être tracées à vûë d'œil, ou plus exactement par le Prob. XXIX. du 2ᵉ. Livre pag. 199. ces perpendiculaires donneront les points 1ⁱ, 2ⁱ, 3ⁱ, &c.


197.
198.
199.
200.
201
202.
203.
204.

On tirera donc par tous les points de la ſpirale 1, 2, 3, 4, &c. 1^i, 2^i, 3^i, &c. des perpendiculaires à la ligne OR, ſur leſquelles on portera les hauteurs correſpondantes de la fig. 209. ſçavoir, la hauteur 1^b 1 en 1° 1^x de la fig. 206. la hauteur 2^b 2 de la fig. 209. en 2° 2^x de la fig. 206. ainſi du reſte, & par tous les points trouvez tant au contour extérieur F 1^x 2^x 4e, &c. on tracera à la main une courbe telle qu'on la voit ponctuée depuis F en b^x, parce qu'elle eſt cenſée derriere l'objet aparent, & continuée par une ligne ſuivie depuis b^x e juſqu'en K.

On trouvera de même la courbe de l'arête intérieure G^e b^v N n, & l'on aura la projection verticale du Colimaçon, de laquelle on peut faire uſage pour ébaucher la pierre.

Mais pour tracer ces arêtes avec plus de préciſion & de commodité, il convient de faire le dévelopement des deux ſurfaces extérieure & intérieure du Colimaçon.

On rectifiera le contour de la baſe extérieure b H 4·7 10, qu'on portera par petites parties de ſuite ſur une horiſontale O 10 de la fig. 209. faiſant la longueur O 1^a égale à l'arc b 1 de la fig. 207. 1^a 2^a égale à l'arc 1·2 de la ſpirale 207. 2^a 3^a égale à l'arc 2·3, &c. & par tous les points 1^a, 2^a, 3^a, &c. ayant élevé des verticales indéfinies, on les terminera par des horiſontales menées par les points 1^b, 2^b, 3^b, &c. qui donneront par leurs interſections avec ces verticales les points 1^d, 2^d, 3^d, 4^d, &c. la courbe menée par tous ces points à la main ou avec une regle pliante ſera celle du dévelopement de l'arête extérieure du Limon tournant au Colimaçon.

De la même maniere, ayant dévelopé le contour intérieur de la ſpirale g b 10 du point O au point N à la fig. 209. avec ſes diviſions 1^i, 2^i, 3^i, &c. on aura pour dévelopement de l'arête intérieure la courbe D 1^n 2^n 3^n n, dont tous les points 1^n 2^n, &c. ſont ſur les mêmes horiſontales que les points 1^d 2^d du contour extérieur, afin que cette courbe ſoit toujours équidiſtante horiſontalement de ſa compagne, quoiqu'elle ſoit ſi différente dans le dévelopement.

Ces dévelopemens ſerviront à faire des panneaux fléxibles ſur du carton, du fer blanc, ou des lames de plomb, qu'on apliquera ſur les ſurfaces cylindroïdes, qui auront pour baſe les ſpirales de la fig. 207.

Il eſt viſible que cette progreſſion de lignes croiſſantes ou décroiſſantes tirées du cercle ſuivant une progreſſion de ſinus verſes f2 10,

$ſ3$ 10, peuvent être changées en un autre de ſinus droits $ſ^2 2^b$, $ſ^3 3^b$, &c. ce qui auroit donné une courbe d'inclinaiſon différente au Limon du Colimaçon.

Il eſt encore viſible que ſi au lieu du quart de cercle D 10, on avoit pris un quart d'Ellipſe ſur le grand ou ſur le petit axe, on auroit eu encore une courbe d'inclinaiſon différente, & que ſi l'on vouloit faire reſſortir l'œil de la volute, au lieu d'un quart de cercle on auroit dû prendre un plus grand arc, qui auroit rémonté au deſſus de la ligne PX, qui eſt le ſocle où nous voulons que ſe termine la volute.

Une des principales attentions que l'on doit avoir dans le choix de la courbe d'inclinaiſon du Limon du Colimaçon, eſt de faire en ſorte que le Limon droit qui termine les marches ſupérieures ne faſſe pas de jarret avec le Limon tournant du Colimaçon à la ligne horiſontale de leur jonction, c'eſt pourquoi il faut faire le profil du Limon droit à la premiere marche au deſſus du Colimaçon, par exemple en *a b* fig. 208. à l'égard d'une horiſontale DC ; puis ayant porté la longueur *b* 1 du plan horiſontal rectifiée en O 1^a de la fig. 209. on élevera la verticale 1^a 1^d, qu'on terminera par l'horiſontale 1^h 1^d, & l'on tirera la ligne D 1^d dont on comparera l'inclinaiſon avec celle du profil du Limon droit *ab* de la fig. 208. ſi ces lignes ſont paralleles, c'eſt une marque que le Limon droit & ſa continuation au Colimaçon en tournant ne feront pas de jarret, ſi au contraire le profil du Limon droit étoit plus couché, comme en *a d* de la fig. 208. il faudroit lui tirer une parallele par le point D, qui couperoit l'horiſontale menée par le point 2^h au point 2^d, ce qui marque que le changement d'inclinaiſon du Limon ne doit commencer qu'au point 2 du Colimaçon à la fig. 207. dont la ligne O 2^a de la fig. 209. eſt le dévelopement.

Aplication du Trait ſur la pierre.

Ayant dreſſé un parement pour ſervir de lit horiſontal, on y apliquera le panneau de la partie du Colimaçon que la grandeur & hauteur de la pierre peut comprendre, par exemple 2 H 4 7 2, dont on tracera le contour, & les repaires des diviſions 2, 3, 4, 5, 6, &c. puis on abattra la pierre, ſuivant ce contour, à l'équerre au lit de deſſous, & on vuidera de même, autant qu'il ſera poſſible, l'intervale qui reſte entre les circonvolutions pour en former un cylindroïde ſemblable à un rouleau de carton de l'épaiſſeur du Limon.

Ce corps étant ainſi formé, on élevera des perpendiculaires ſur le

lit de dessous par les points repairez à son contour 2, 3, 4, &c. qu'on fera égales à celles qui correspondent à ces nombres dans le quart de cercle de la fig. 209. & par les points de leurs hauteurs, on tracera avec la main ou avec une baguette ronde, droite & fléxible le contour de l'arête extérieure, l'intérieure se tracera de même ; puis avec la regle posée de niveau sur les points correspondans de la surface concave à la surface convexe, on abattra la pierre, comme il a été dit pour la courbe rampante sur une base Elliptique, c'est-à-dire en tenant toujours la regle quarrément sur la tangente de la surface, avec cette différence qu'au Limon Elliptique la regle doit être dirigée au centre sur les axes de l'Ellipse, & qu'ici elle ne doit jamais être dirigée au centre de la spirale, mais toujours un peu à côté, comme on le voit à la fig. 207. par les directions 1 1ⁱ, 2 2ⁱ, 3 3ⁱ, mais elle doit toujours être tenuë de niveau.

Au lieu de se donner la peine de tracer les courbes par des points sur les deux surfaces concaves & convexes de l'ébauche du Colimaçon, on peut tout d'un coup en tracer les arêtes par le moyen d'un panneau fléxible tracé & contourné sur l'épure du dévelopement de la fig. 209. sçavoir D *o* 10 X pour le parement convexe extérieur, & D *o* N *n* 4ⁿ D pour le parement creux, dans lequel on apliquera le panneau de carton ou de lame de plomb qu'on fera plier, en sorte qu'il joigne exactement à la surface concave, & que son côté droit ON soit posé sur l'arête du lit de dessous; dans cette situation, on tracera nettement l'arête du Limon, on en usera de même pour le côté convexe.

Seconde Espece de Limaces Cylindroïdes.

En termes de l'Art.

Des Colonnes Torses quelconques.

Vignole, à ce que dit Daviler, est le premier qui ait donné des regles pour tracer les Colonnes torses, & tous les Architectes ont suivi son Trait, cependant on peut dire qu'il ne vaut rien, si l'on a intention de faire un corps régulier dans son espece, parce qu'il lui a donné sans s'en apercevoir des épaisseurs inégales à chaque circonvolution, comme nous le démontrerons ci-après.

Cette espece de Colonne est un composé de trois hélices ; sçavoir 1°. d'une demie circonvolution en Limace, qui s'ouvre depuis le milieu de la base jusqu'à la douziéme partie de la hauteur ; 2°. d'une

hélice cylindrique en continuation qui comprend cinq circonvolutions égales, & enfin d'une feconde Limace égale à la premiere, mais tournée en fens contraire, qui va en fe fermant depuis la onziéme partie de la colonne jufqu'à fon fommet où elle fe termine à l'axe droit que les Architectes apellent *Cathete*.

Nous avons dit que la feconde hélice étoit cylindrique, parce que Vignole ne donne aucun renflement à la Colonne torfe dans fa formation.

Pour donner au Trait de la Colonne torfe, toute le généralité des variations dont elle eft fufceptible, nous la formerons de deux Limaces inégales tournées en continuation en fens contraire, dont les intervales des circonvolutions feront inégaux contre l'ufage ordinaire, afin que le Lecteur fe rende maître de cette petite matiere.

Apre's quoi nous examinerons la Colonne torfe de Vignole, qui eft la feule ufitée depuis long-tems.

Fig. 211. Soit (fig. 211.) le cercle A 30 B 18 la projection horifontale de la plus grande amplitude que l'on veut donner à l'axe tortueux héli-coïde de la Colonne, qui doit être compofé d'une double Limace, dont la premiere s'éleve du milieu de fa bafe en s'ouvrant jufqu'à une certaine hauteur, & la feconde reprend en continuation à cette hauteur & remonte au fommet où elle vient en fe refferrant pour finir au milieu du couronnement au même axe droit ou Cathete, au bas duquel la premiere Limace avoit pris fon origine.

D'ou il fuit que fi l'intervale du diametre AB eft plus grand que les deux demies épaiffeurs du corps cylindroïde plié en colonne torfe; il reftera au milieu un vuide comme dans les Vis à jours, avec cette différence, qu'il ne fera pas cylindrique, ni continué du haut en bas, mais en forme de fufeau comme HLK *l*, qui fe ferme en H & en K, & dont la partie la plus renflée n'eft pas au milieu, dans la fupofition que les Limaces foient d'inégale hauteur.

Comme ces deux Limaces doivent fe joindre par continuation, elles doivent avoir pour amplitude commune le diametre AB, & comme l'on veut qu'elles faffent chacune un même nombre de circonvolutions fur des hauteurs inégales, il faut déterminer les inégalitez croiffantes ou décroiffantes de leurs intervales, ce que l'on peut faire de différentes manieres & fuivant différens raports: nous nous arrêterons à la plus commode, qui eft celle du raport des tangentes.

Sur la bafe de la colonne *b a* prolongée, on prendra un point R

à diſtance arbitraire de la Cathete 60* Q, par exemple, de deux fois la longueur du diametre AB plus ou moins ſelon la hauteur de la colonne, & le plus ou moins d'inégalité que l'on voudra donner aux circonvolutions, car il eſt clair qu'elles ſeront d'autant moins différentes que le point R ſera loin, & au contraire d'autant plus inégales qu'il ſera près.

De ce point R pour centre, & d'un rayon pris à volonté, on décrira un arc de cercle Q 60, qui ſera déterminé au point 60 par la ligne R 60* tirée au ſommet de la Cathete ; on diviſera cet arc en tel nombre de parties que l'on voudra, qui ſont ici ſoixante, leſquelles ne ſont pas des dégrez, en commençant par le diviſer en 6, & chaque ſixiéme en dix.

Par toutes ces diviſions 10, 20, 30, &c. & par le point R, on tirera des lignes droites qui couperont la Cathete 60* Q en ſoixante parties inégales, par chacune deſquelles on tirera des horiſontales indéfinies paralleles à la baſe *a b*, & perpendiculaires à la Cathete que l'on cottera des mêmes nombres des diviſions primitives comme 10*, 20*, 30*, &c.

Il faut préſentement faire les projections des Limaces ſupérieures & inférieures de la Colonne, qui doivent être la même tournée en ſens contraire, parce que l'inférieure s'élargit en montant, & la ſupérieure ſe retrecit.

Ces projections doivent être des ſpirales qu'on peut décrire, comme la ſpirale d'Archimede, dont nous avons parlé au 2e. Liv. page 165. du tome I. Mais comme deux ſpirales de cette nature tournées en ſens contraire, quoique ſur un même centre, ne ſe touchent pas, mais ſe croiſent en angle ſaillant à leur interſection, on peut ſe relacher de la régularité de la deſcription de cette courbe, & ſe contenter d'une imitation imparfaite par des arcs de cercles, afin que la jonction des Limaces inférieure & ſupérieure ſe faſſe ſans jarret, ou du moins ſi l'on ſe ſert de la ſpirale d'Archimede retournée, il faut effacer l'angle de la projection par un arc de cercle tangent à l'une & à l'autre : nous opérerons avec peu de délicateſſe pour plus de facilité.

Soit le rayon C 30^b diviſé en deux également au point 6, on décrira ſur C 6 comme diametre, le demi cercle C 3.6; puis ayant diviſé l'intervale 6 18, qui eſt le reſte du diametre de la projection, en deux également, on décrira le demi cercle 6 10 18, qui touchera le précedent au point 6, & le demi cercle de projection 18 A 30^b au

point 18 ; la ſpirale C 6 18 A 30ᵇ ſera la projection de l'axe tortueux de la Limace inférieure, qui s'étend juſqu'au point de hauteur 30ˣ au deſſus de Q.

La même ſpirale ſera repetée au ſommet de la Colonne en ſens contraire, c'eſt-à-dire la partie de la droite poſée à la gauche pour ſervir de projection d'une maniere renverſée du haut en bas à l'axe de la Limace ſupérieure qui ſe renferme en montant.

Il faut préſentement raporter les parties de ces ſpirales de projection aux diviſions de l'axe droit ou Cathete, par leſquelles on a mené des horiſontales indéfinies ; c'eſt pourquoi il faut que le contour de la ſpirale ſoit diviſé en un même nombre de parties inégales que l'axe l'a été par les ſecantes provenant du point R ; ainſi puiſque nous avons diviſé cet axe en 60 parties, il faut auſſi que la ſpirale ſoit diviſée en 60. parties auſſi inégales, la progreſſion de cette inégalité devroit être la même que celle des tangentes, ſi la choſe valoit la peine d'être faite avec grande préciſion ; mais dans une choſe de peu d'uſage nous nous contenterons des à-peu-près faits à vûë d'œil.

Premierement, puiſque les tangentes, depuis la baſe juſqu'à la diviſion 10ˣ, ſe ſurpaſſent d'un excès à peu près egal, on pourra diviſer également le petit demi-cercle C 3 6 en ſix parties égales, & le ſecond demi-cercle 6 10, 18 en douze parties ; enſuite le troiſiéme demi-cercle 18, A 30ᵇ en douze autres, non pas égales, mais un peu élargies à meſure qu'on s'éloigne du centre C, ſe réglant à vûë ſur le raport des intervales de l'axe 10ˣ, 20ˣ, 30ˣ, &c. On en fera de même à la ſpirale ſupérieure en ſens contraire, c'eſt-à-dire, en s'élargiſſant vers le centre.

Si l'on vouloit operer avec plus de préciſion, il faudroit rectifier le contour de la ſpirale, & le diviſer proportionellement aux parties de l'axe, auſquelles elle répond, ce qui eſt fort aiſé ; obſervant, par exemple, que cette ſpirale coupe trois fois le diametre 30ᵇ, 18 ; ſçavoir, au point 6, au point 18, & au point 30ᵇ. Ainſi puiſque la hauteur totale Q 30ˣ eſt diviſée en 30. parties, chaque demie révolution complette en doit contenir 12, leſquelles ſont enſemble 24 parties, à quoi ajoûtant le quart de révolution, qui doit en contenir ſix, on aura trente parties en circonference de ſpirale, comme on en a trente en hauteur donnée ſur la baſe pour la premiere Limace, qui monte en s'ouvrant.

Par la même raiſon la ſupérieure, qui monte en ſe reſſerrant, doit

être

être divifé en même nombre de parties, parce que toute la hauteur a été divifée arbitrairement en foixante.

PRESENTEMENT, puifque les parties de la fpirale font rélatives à celles des hauteurs des lignes horifontales, menées par les divifions de l'axe droit, il eft clair qu'en menant des paralleles à cet axe par les divifions de la fpirale, correfpondantes à celles de la hauteur, on aura par l'interfection de ces lignes les points de projection verticale de l'axe courbe de la Colonne torfe ; ainfi la verticale menée par le point 10 de la fpirale, coupant l'horifontale menée par le point 10ˣ de l'axe, donnera le point *y* de l'axe courbe ; l'interfection de la verticale 20 *z* avec l'horifontale *z* 20ˣ menée par le point 20ˣ de l'axe droit, donnera le point *z* de la projection verticale de l'axe courbe de la Colonne torfe, ainfi des autres.

DE même la verticale abaiffée de la fpirale fupérieure par le point 35 de fa divifion, qui eft faite en continuation de celle de la fpirale de la bafe, donnera par fon interfection avec l'horifontale 35ˣ Y, le point Y de l'axe courbe en projection verticale, celle qui vient de la divifion 50, coupant l'horifontale 50ˣ X, donnera le point X de même axe, ainfi du refte.

LA projection verticale de l'axe étant tracée par plufieurs points, comme on la voit à la fig. 211. on la repétera à part, comme à la fig. 210. puis avec le rayon donné DA pour la demie épaiffeur de la Colonne, & d'autant de points que l'on voudra prendre fur l'axe courbe, comme en *e*, *c*, *c* près & à volonté, on décrira des cercles, aufquels on menera une courbe à la main, qui les touche fans les couper, tant d'un côté que de l'autre, & l'on aura l'élevation de la Colonne.

PRESENTEMENT fi l'on veut faire une Colonne torfe réguliere un peu renflée vers le tiers de fa hauteur, il eft vifible qu'au lieu des intervales inégaux des circonvolutions, on doit divifer la Cathete en autant de parties égales qu'on veut de circonvolutions, ainfi l'opération devient plus fimple, parce qu'on doit fuprimer celle qui dépend du fecteur de cercle Q 30 R : au refte on fera l'élevation de l'axe courbe de la même maniere, & les contours de la Colonne, comme nous venons de le dire, & non pas fuivant le Trait de Vignole que voici : il divife le cercle de la bafe de la Colonne en huit parties égales, & la hauteur en quarante-huit, par chacune defquelles il mene des paralleles à la bafe comme E *p*, *e q*, CP, qui lui fervent à trouver l'axe courbe de la Colonne de la même maniere que nous avons fait ci-devant, que nous fupofons ici la courbe P *a n m c* S ; puis ayant déter-

miné son épaisseur, il en porte la moitié de part & d'autre, de l'axe courbe, comme en *m* E & *mp*, *ne* & *nq*, *o* E & *o* Q, &c. puis par les points trouvez E, *e*, E; *p*, *q*, Q, il trace les contours de sa Colonne, qui sont parfaitement semblables à celui de l'axe courbe, ce qui ne convient pas à l'uniformité de l'épaisseur de la Colonne, comme on va le voir.

Démonstration de l'irrégularité de l'ancien Trait de la Colonne torse de Vignole.

Il est sans doute de la régularité de la Colonne torse qu'elle soit faite d'un corps rond d'épaisseur uniforme dans toutes ses parties; or la Colonne tracée suivant la construction de Vignole, change continuellement d'épaisseur d'une circonvolution à l'autre, donc elle n'est pas réguliere ni formée par un corps exactement rond dans toutes ses sections perpendiculaires aux tangentes de l'axe courbe.

Fig. 213. Pour prouver la mineure, soit une portion d'une courbe K *a b c d* considerée comme composée d'une infinité de petites lignes droites différemment inclinées à l'horison, comme le sont en effet toutes les petites cordes d'une hélice projettée sur un plan vertical, ainsi la partie *a b* peut être considerée comme verticale, la partie *b c* comme inclinée à l'horison, par exemple, de 30 dégrez, & la partie *c d* de 60 plus ou moins.

Cela supposé, il est clair que la véritable épaisseur de la Colonne à la partie de l'axe *a b* verticale, sera l'épaisseur horisontale *e m*, & *m p*, & sur l'inclinée *b c*; l'épaisseur doit être prise sur l'inclinée FG perpendiculaire à *b c*, & égale à *e p*; mais par la construction de Vignole cette épaisseur est prise en E *b* & *b* P parallelement à *e p*, donc le point E est au dedans de l'épaisseur uniforme de la Colonne de la quantité FE: or supposant l'angle E *b c* de 30 dégrez, la longueur E *i* ne sera que la moitié de E *b*, laquelle hypotenuse E *b* est égale par la supposition à F *i*, donc dans ce cas la Colonne se trouve rétrecie en EP d'une moitié de l'épaisseur qu'on lui a donnée en *e p*; par conséquent si le corps de la Colonne est rond, c'est-à-dire si la section en *e p* est circulaire, la section en E *p* sera ovale, & si la section en *e p* n'est pas circulaire, la Colonne ne sera pas exactement ronde, *ce qu'il falloit démontrer.*

Il est donc visible à la seule inspection de la fig. 213. que l'ancien Trait qui donne le contour *e* E *e* d'un côté & *p* P *p* de l'autre, s'écarte

considerablement des vrais contours *e* F *x e*, & *p y* G, qui font la Colonne torse d'épaisseur uniforme.

D'ou il suit que les courbes hélicoïdes, cylindriques ou en Limace des côtez oposez de la projection verticale de la Colonne ne doivent pas être semblables à la courbe de son axe, contre la pratique du Trait de Vignole, ce que nous avons déja démontré ailleurs en d'autres occasions, lorsque nous avons parlé de la Vis St. Giles ronde, où nous avons montré que les hélices compagnes, quoiqu'équidistantes entre elles, ne sont pas pour cela semblables, parce que celle qui aproche de l'axe droit vertical est plus roide que celle qui s'en éloigne davantage, laquelle est plus couchée, ainsi de suite.

D'ou il suit encore que l'axe courbe ne partage pas en deux également toutes les sections horisontales de la Colonne, car suposant, ce qui est possible, les points *n* & *b* de la fig. 213. réünis en un seul, il est clair que F *n* est plus grand que E*b*, qui est par la construction égale à *n o*, donc F *n* est plus grande que *n o*, par conséquent le Trait de Vignole, qui porte des parties égales de part & d'autre du point de l'axe *n*, ne peut donner qu'un faux contour, *ce qu'il falloit démontrer.*

Donc pour corriger le Trait de Vignole, l'axe courbe étant tracé, il faut en venir au notre, en traçant une grande quantité de cercles ou d'arcs à droite & à gauche de cet axe, pour mener par leurs extrémitez une courbe tangente, qui est un Epicycloïde différente de chaque côté.

On pourroit aussi ce me semble faire encore une petite réforme au Trait de Vignole, qui seroit de faire les deux Limaces du bas & du haut un peu plus hautes, en leur faisant faire une circonvolution complete au lieu d'une moitié à chacune; ma raison est qu'étant ainsi plus alongées, elles se joindroient plus insensiblement à l'hélice cylindrique qui fait le corps de la Colonne.

Enfin si l'on veut lui donner du renflement, il en faut venir à notre premier Trait, sans cependant rehausser ni rebaisser les intervales des circonvolutions que d'une quantité peu sensible à la vûë, ce que l'on peut faire en éloignant beaucoup le point R de l'axe droit Q 60.

Aplication du Trait sur la Pierre ou sur le Bois.

Si la Colonne torse est cylindrique, comme celle de Vignole, on commencera par former un rouleau du diametre & de la longueur de la Colonne, ou de la hauteur que la pierre pourra porter si elle est

faite de tambours, & ayant divifé le cercle de la bafe en huit parties égales par quatre diametres, on mettra une regle fur un des diametres où on la fera tenir par quelqu'un, puis on en pofera une autre à l'autre bout de la Colonne fur le centre de la bafe opofée, qui fera celle du fommet fi la premiere eft le lit de deffous, qu'on dégauchira en la borneyant par la premiere regle, la faifant tourner fur le centre, en forte que l'une couvre l'autre fans la croifer, à la vûë on marquera les deux points où cette feconde regle coupe la circonférence du lit fupérieur, & on la divifera comme celle du lit de deffous en huit parties, par lefquelles & par celles du lit de deffous, on tirera des lignes droites fur la furface du rouleau cylindrique, lefquelles feront des paralleles à l'axe droit ou Cathete.

On divifera chacune de ces lignes en 48 parties égales, & l'on menera de l'une à l'autre, en montant d'une partie, la ligne courbe, qui marquera la partie la plus faillante de chaque circonvolution de l'hélice.

Ensuite pour la creufer, on levera deux cerches opofées fur l'élevation que l'on a fait de la Colonne torfe, avec lefquelles on creufera des plumées qui donneront le contour ondé vertical des côtez opofez, ayant foin de tenir le plan, j'entends la furface plane, de ces cerches par leur milieu dirigées à l'axe droit de la Colonne, fans quoi elles donneront de fauffes plumées; les milieux de ces mêmes cerches un peu remontées ou rebaiffées fuivant les points donnez à la furface du rouleau, ferviront à faire d'autres plumées fur les huit paralleles à l'axe droit, & par ce moyen on abattra la pierre de plumée en plumée affez près pour ne pas fe tromper.

Quand je dis que les milieux de ces cerches ferviront, étant pofées un peu plus haut ou plus bas, pour faire de nouvelles plumées, j'entends feulement parler de la partie cylindrique, qui eft comprife entre les deux demies circonvolutions qui font en Limace, l'une à la bafe, l'autre au fommet, parce que les contours de ces deux extrémitez font différens de ceux du fuft cylindrique entre elles.

Presentement, fi au lieu de la Colonne torfe ordinaire, on en veut faire une à circonvolutions inégales & en Limaces, il faut commencer par faire un corps rond en fufeau émouffé par les deux bouts, femblable au fufeau du noyau vuide HLK *l*, ou pour en donner une idée plus nette, on fera une Colonne renflée, fur laquelle on tirera, comme à la précedente cylindrique, des lignes courbes qui ne feront pas paralleles à l'axe droit, mais qui feront dans le même plan de la fection par cet axe.

On divisera ensuite ces lignes en parties inégales, telles que les donne l'épure de la fig. 211. que nous prenons pour exemple, & on tirera d'une division à l'autre en montant les lignes hélicoïdes des parties les plus saillantes de la Colonne.

On levera ensuite des cerches des contours oposez, suivant lesquelles on fera deux plumées ; mais à cause de l'inégalité des circonvolutions, il faudra faire plusieurs élevations, par exemple, celle de la fig. 210. qui a été faite sur le diametre DE de la fig. 211. ne pourra servir que pour cette position, il en faudra faire une autre sur le diametre QR qui sera différente : ensuite une autre sur le diametre ʃ T, ainsi de suite autant qu'on le jugera à propos ; pour faire de nouvelles plumées toujours dirigées à l'axe droit & de l'une à l'autre, on abattra la pierre ou le bois comme les plumées l'indiqueront, ce qui demande de l'adresse, & de l'attention pour bien évider la Colonne sans jarrets.



CHAPITRE DOUZIE'ME.

APENDICES CONCERNANT LE DISPOSITIF à la Construction des Voutes.

LES dispositions à la construction d'une Voute consistent en deux choses.

L'une à regler l'épaisseur des piédroits, qui est nécessaire pour leur donner une force capable de resister à sa *Poussée*, c'est-à-dire à l'effort qu'elle fait pour les écarter, & s'ouvrir.

L'autre à regler la force des cintres de Charpente, qui doivent soûtenir les Voussoirs pendant qu'on la bâtit, jusqu'à ce que la clef y soit mise, afin qu'ils puissent en soûtenir toute la charge sans en être écrasez.

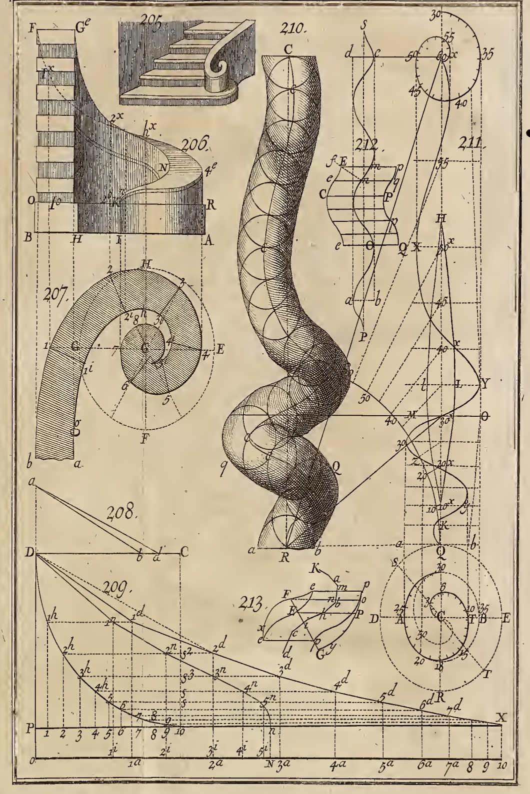
I.

DE LA POUSSE'E DES VOUTES.

Quoique le détail de la construction des Voutes ne soit pas du sujet de cet ouvrage, les mesures que l'on doit prendre pour en établir solidement les suports, y paroissent tellement annexez, que les Auteurs qui ont traité de la coupe des pierres, ont cru devoir donner des regles pour déterminer l'épaisseur des *Piédroits*, afin qu'ils ne soient pas renversez par l'effort qu'elles font pour s'ouvrir; mais malheureusement ils n'en ont donné qu'une mauvaise, qui a sans doute eu beaucoup de part à ces facheux accidens de chutes prématurées, qui ont couvert les Architectes qui s'étoient fiez à cette regle, d'une honte qu'ils ne méritoient pas, car elle devoit leur servir d'excuse avant que de sçavans Mathématiciens en eussent démontré la fausseté, & donné de meilleures.

Cette regle dont je parle est celle du P. Deran, que Blondel & le P. Dechalles, qui étoient cependant Mathématiciens, ont suivi sans examen, & en dernier lieu M. de la Ruë, qui a ignoré aparemment que M. de la Hire en avoit donné une autre démontrée 16. ans avant qu'il eût publié son Livre.

M. *** Inspecteur & Directeur des Ponts & Chaussées, qui a eu


205.
206.
207.
208.
209.
210.
211.
212.
213.

connoiſſance de cette regle, l'a rejettée pour en chercher une meilleure, ſans en comprendre ni la conſtruction ni la démonſtration, comme il le confeſſe ingenuëment dans ſa *Diſſertation ſur les Piles des Ponts* (pag. 4.) *M. de la Hire*, dit-il, *ce Sçavant du ſiécle prétend avoir démontré la Pouſſée des Voutes.*

A ce début on s'attend qu'il va découvrir quelque erreur; point du tout, il y trouve ſeulement à rédire (pag. 6.) qu'il n'a pû l'entendre, & par conſéquent que cette regle étant au deſſus de la portée des Ouvriers, elle leur eſt inutile. *Tant que nos penſées*, ajoûte-t'il, *ne ſeront pas aiſées à penêtrer aux moins ſçavans, elles ne ſeront pas inſtructives, & par conſéquent deviennent inutiles à la poſterité* : mais, avec ſa permiſſion, ne ſuffit-il pas que nous puiſſions en profiter par la médiation des *plus ſçavans*, qui nous expliquent ce que nous n'entendons pas. Les ouvrages d'Euclide, d'Apollonius, d'Archimede, &c. ont-ils été inutiles à la poſterité, parce que les *moins ſçavans* n'entendent pas le Grec, & qu'ils contiennent des choſes difficiles à concevoir aux Ouvriers & à des plus ſçavans ; ce n'eſt pas une raiſon pour autoriſer les fauſſes regles qui peuvent être à leur portée, que de dire qu'ils ne ſont pas en état d'entendre celles qui ſont émanées du calcul Algebrique ; il ſuffit que ceux qui préſident à la conſtruction des Voutes ſoient aſſez dociles pour demander l'explication de ce qu'ils n'entendent pas.

Notre Auteur qui n'eſt pas un Artiſte ſans étude, & qui ſçait que les Mathématiciens n'avancent rien ſans preuve, auroit pû ſe faire expliquer ce que ſignifioient les expreſſions Algebriques de M. de la Hire, & il auroit vû que la hauteur des piédroits, l'épaiſſeur, & la charge de la Voute étoient néceſſairement compliquées dans la recherche de l'effort de ſa pouſſée, d'où il auroit conclu que la nouvelle regle qu'il avoit imaginé, n'entrant pour rien dans l'une ni dans l'autre de ces conſiderations, elle ne devoit pas être meilleure que celle du P. Deran qui a les mêmes défauts, & que ce qu'il prenoit pour une démonſtration de ſa prétenduë regle n'étoit qu'une pure illuſion.

Il pourra peut-être me dire que je demande plus de circonſpection qu'il n'eſt néceſſaire, puiſque dans un extrait de l'aſſemblée de l'Academie de Montpellier de l'année 1732. on trouve une nouvelle regle pour déterminer l'épaiſſeur des piédroits des Voutes, dans laquelle il eſt expreſſément dit qu'*on ne doit pas s'embarraſſer de la hauteur qu'ils doivent avoir.*

Ce ſeroit faire tort à cette illuſtre Academie, que de croire que ce diſcours y ait été inſeré ſans correctif.

Le ſçavant Academicien qui donne cette regle s'eſt expliqué qu'il ne *la donnoit pas pour Géometrique*, mais ſeulement pour la commodité des Ouvriers, & qu'il ajoûtoit beaucoup à l'épaiſſeur néceſſaire au ſeul équilibre, & parce que les différences des hauteurs ordinaires dans la pratique n'augmentent pas les épaiſſeurs au de-là de celle qu'il a jugé néceſſaire, on peut par cette précaution ſe diſpenſer de faire attention à la hauteur des piédroits, mais non pas à l'épaiſſeur & à la charge de la Voute, à laquelle le P. Deran, ſes ſectateurs & M. Gautier n'ont eu aucun égard. On verra ci-après par un Probleme, que M. Daniſy m'a fait l'honneur de m'envoyer, les différences d'augmentations d'épaiſſeur de piédroits que produiſent leurs différentes hauteurs, preuve qu'il ne compte pas ces différences pour rien.

Des différentes Hypoteſes qui ont ſervi à la recherche de la Pouſſée des Voutes.

I.

Le premier Mathématicien qui ait travaillé à déterminer l'épaiſſeur que les piédroits des Voutes doivent avoir pour réſiſter à l'effort de leur Pouſſée, a été M. de la Hire de l'Academie des ſciences, qui joignoit à une profonde Théorie une grande connoiſſance des Arts, particuliérement de l'Architecture.

Ayant remarqué que la plûpart des Voutes, dont les piédroits avoient été trop foibles pour en ſoûtenir la Pouſſée, s'étoient fenduës vers les milieux des Reins entre l'impoſte & la clef, il a conſideré la partie du ſommet compriſe entre ces deux fentes, comme un ſeul Vouſſoir en forme de coin, & les piédroits joins au quart de la Voute compris entre l'impoſte & la fente de chaque côté, comme ne faiſant qu'un ſeul corps avec cette partie; de ſorte qu'il conſidere dans une Voute en Berceau circulaire trois ſolides différens, l'un au milieu qui eſt une moitié de la Voute, & les deux autres qui en ſont des quarts comme étant joins aux piédroits, & ſur cette Hypoteſe il calcule l'effort que le coin du milieu fait pour écarter ſes deux apuis lateraux.

II.

Quoique cette premiere Hypoteſe fourniſſe une ſolution très ſûre pour la pratique, M. Couplet de la même Academie a jugé qu'on pouvoit trouver avec plus de préciſion l'effort de la Pouſſée des Voutes, en conſiderant en particulier chaque Vouſſoir, comme un coin qui faiſoit effort pour écarter ſes collateraux, & parce que ces coins

peuvent

peuvent être conſiderez comme des corps polis, ou comme grenus & raboteux, il a examiné le réſultat de chacune de ces ſupoſitions, pour déterminer l'épaiſſeur des piédroits.

III.

M. Daniſy de l'Academie de Montpellier, pour ſe délivrer de la neceſſité de toute hypoteſe, a conſulté l'expérience en faiſant faire des modeles de Voutes de différens cintres qu'il a chargé ſur la clef, ou diminué la force des apuis de leurs piédroits au point où elles commencent à s'ouvrir pour voir ce qui arrivoit au moment de leur deſtruction, & en tirer des conſéquences propres à déterminer l'épaiſſeur des piédroits, mais quoiqu'il ait donné une regle pour les Ouvriers, il n'a pas encore renduë publique celle qu'il a promiſe dans l'extrait de l'aſſemblée de l'Academie de Montpellier en 1732. Nous allons parler de chacune des ſolutions de ce Probleme.

PROBLEME I.

L'épaiſſeur d'une Voute cylindrique, ſa charge, & la hauteur de ſes piédroits étant donnez, trouver l'épaiſſeur qu'ils doivent avoir pour en ſoûtenir la Pouſſée.

Ce Probleme peut être réſolu de pluſieurs manieres différentes, comme nous venons de le dire.

Premiere Solution pour la premiere Hypoteſe d'un ſeul Coin, comprenant le quart de la Voute vers la clef.

En ſuivant la même Hypoteſe, on peut trouver l'épaiſſeur des piédroits demandée par deux manieres, ou par le calcul, ou par une *Conſtruction* Géometrique.

Quant à la premiere, je n'ai rien à ajoûter à celle qu'a donné M. Belidor dans le Livre intitulé la *Science des Ingenieurs*, où il a trouvé une équation, dont il a fait une aplication à la pratique par le calcul d'une maniere très claire & très aiſée pour toutes les Voutes cylindriques ſimples, & pour les platebandes.

Pour la ſeconde voye, qui eſt celle de la conſtruction ſans calcul, avec la regle & le compas, qui eſt plus commode & plus à la portée des Ouvriers, nous donnerons celle de M. de la Hire, que M. Gautier a regardé (pag. 6.) comme inintelligible, & l'on verra qu'elle n'eſt pas d'une exécution plus difficile qu'un grand nombre des Traits de la

coupe des pierres qu'on trouve dans les Livres du P. Deran & de M. de la Ruë, dont les Apareilleurs font uſage tous les jours.

Pour donner un exemple intéreſſant ſur ce ſujet, & apuyer ce que nous avons à dire par l'expérience, je propoſerai ici un magaſin à poudre d'une grandeur un peu au deſſus de l'ordinaire, & des mêmes meſures que celui qui fût exécuté en 1732. dans une Ville de la frontiere, lequel par la foibleſſe de ſes piédroits s'écroula avant que d'être totalement décintré.

Pl. 109. Fig. 214. Soit (fig. 214) la figure AHED la moitié du profil d'un Bâtiment vouté en Berceau, dont la moitié du cintre à la doële eſt le quart de cercle BM*b*, & dont l'extrados eſt un égout de comble en ligne droite HA, paſſant à la diſtance LM de la doële où eſt ſa moindre épaiſſeur.

Soit auſſi la hauteur donnée BP du point B de la naiſſance de la Voute, au deſſus du rez-de-chauſſée PE, il faut trouver une ligne BX, qui détermine l'épaiſſeur du piédroit XBP*y* de force ſuffiſante pour contre-balancer l'effort de la Voute qui tend à écarter le point B qu'elle pouſſe pour s'ouvrir & tomber.

Par le centre C du demi cintre BM*b* qu'on ſupoſe ici circulaire, ayant élevé la verticale CH parallele au piédroit BP, on diviſera l'arc B*b* en deux également en M, par où on menera une ſeconde verticale MV, & l'horiſontale indéfinie NW, qui coupera CH en F. On tirera du centre C par M la ligne CL, qui coupera AH en L.

On meſurera enſuite la ſurface mixte quadrilatere LH*b*M compriſe par l'arc M*b* de la doële, & les trois lignes droites LH, H*b*, LM, en prenant tout le triangle LHC, dont on retranchera le ſecteur de cercle M*b*C, ce que l'on peut faire ſans calcul avec la regle & le compas, comme nous allons l'enſeigner pour la commodité des Ouvriers.

Ayant diviſé la ligne LC en deux également en *m*, on menera par le point *m* la ligne *mk* parellele au côté LH, & par le point H une autre H*k* parallele à LC, qui coupera la précedente au point *k*; le rectangle L*k* ſera égal au triangle rectangle CLH, dont il faut retrancher un ſecteur de cercle CM*b*.

On diviſera l'arc M*b* en deux également au point 2, & l'on rectifiera l'arc *b*2 qu'on portera en *bd* perpendiculairement ſur CH, le rectangle C*d* ſera égal au ſecteur CM*b*.

Il faut préſentement retrancher ce rectangle C*d* du rectangle H*m*,

ce qui se fera en réduisant C *d* à même hauteur ou largeur que le parallelograme H *m*, (par la 44 du 1er Liv. d'Eucl.) sur BC prolongée, on prendra C *o* égal à C *m*, & l'on tirera par les points *o* & *h* la ligne *o x*, qui coupera *i d* prolongée en *x* ; on portera la longueur *d x* en L *e* sur LH, & l'on tirera *e t* parallele à L *m* ; le rectangle H *t* sera la valeur de la surface quadriligne mixte L *m h* H que l'on cherche.

On prendra ensuite la racine quarrée de cette surface en portant le côté *e t* en *e* K ; puis ayant divisé KH en deux également en *c*, du point *c* pour centre, *c* K ou *c* H pour rayon, on fera un arc qui coupera *e t* en *y* ; la ligne *e y* sera la racine quarrée que l'on cherche.

Presentement on portera cette racine quarrée du point M en *g* sur l'horisontale MF, & du même point M en G sur la verticale MV ; par les points G & F, on menera GF, & par le point *g* la parallele *g* S, qui coupera MV en S.

On tirera ensuite par le point V, où la verticale MV coupe la ligne horisontale du rez-de-chaussée, la ligne VF, & par le point S, on lui menera une parallele SY, qui coupera MF en Y.

Par le point C, on tirera CT perpendiculaire à VF, qui coupera FMN au point T ; on prendra ensuite la moitié de MY qu'on portera de T en N, puis en retrogradant on portera la distance PV de N en *u* ; la longueur F *u* sera portée de l'autre côté en FW pour avoir le point W.

Du point M pour centre & pour rayon MY, on décrira le demi cercle Y *q* R, qui coupera MV en *q* & MN en R ; du point W pour centre & de l'intervale WR pour rayon, on décrira l'arc RZ, qui coupera MV en Z ; *la longueur* Z *q est celle que l'on cherche* pour déterminer l'épaisseur du piédroit en BX ou P *y*, parce que nous le suposons à plomb sans talud.

Résultat suivant des mesures données.

Suposant des mesures à ce Bâtiment telles qu'elles sont marquées par l'échelle au dessous de la fig. 214. on trouvera que le rayon ou demi diametre BC de la Voute en Berceau étant donné de 30 pieds, la moindre épaisseur LM aux reins de 3 pieds, celle à la clef H *h* de 10, & la hauteur du piédroit de 13 pieds & demi ; l'épaisseur cherchée pour ce même piédroit a été trouvée par la construction de 11 pieds.

Obſervation ſur l'expérience.

L'Experience a fait voir qu'un Bâtiment conſtruit ſur les meſures qu'on vient de détailler pour la hauteur des piédroits, la largeur du cintre, & la charge de ſon épaiſſeur aux différens endroits de la Voute, mais dont les piédroits n'avoient que 9 pieds d'épaiſſeur, n'a pû ſubſiſter, quoique apuyez par des contreforts de 4 pieds de queuë, & de 6 pieds d'épaiſſeur eſpacez de trois en trois toiſes, parce que la Pouſſée de la Voute a fait écarter les piédroits à l'impoſte en les couchant en talud, de ſorte que la Voute s'eſt auſſi ouverte & enfoncée ; il eſt certain que ſi ces piédroits avoient eu deux pieds d'épaiſſeur de plus, comme le demande l'opération fondée ſur l'hypoteſe de M. de la Hire, l'accident ne feroit pas arrivé, parce que dans l'état où les choſes étoient, il eſt viſible que les puiſſances de la Pouſſée de la Voute & de la réſiſtance des piédroits aprochoient déja beaucoup de l'équilibre, puiſque les parties décintrées dans la plus grande longueur de la Voute, ont ſubſiſté quelques heures avant que de s'écrouler, de ſorte que deux pieds d'épaiſſeur de plus auroient infailliblement fortifié les piédroits au-delà du néceſſaire ; cependant ſuivant ces meſures, ils n'auroient encore été que dans l'état d'équilibre, auquel il n'eſt pas de la prudence de l'Architecte de ſe fixer ; il convient d'y ajoûter quelqu'épaiſſeur de plus, ou bien des contreforts.

On peut conclure de cette expérience que les regles du calcul & de l'opération, fondées ſur l'hypoteſe de M. de la Hire, ſont très ſûres pour l'état d'équilibre entre la pouſſée de la Voute & la réſiſtance des piédroits, & que ſi l'on y ajoûte quelque renfort, on ſe met hors de ſoupçon de fracture de la Voute.

Je ne dis rien de l'épaiſſeur de la maçonnerie qu'on peut épargner par le moyen des contreforts. M. Belidor en a donné le calcul ; cette conſtruction expoſe le bâtiment à des fractures, ſi leurs queuës ne ſont un peu épaiſſes & aſſiſes ſur un fond très ſolide, & bâties d'une pierre de taille qui ſoit d'aſſez bonne conſiſtance, comme il l'a lui-même fort judicieuſement obſervé, parce que ce ſont des apuis où ſe fait tout l'effort de la Pouſſée, leſquels s'enfoncent d'autant plus facilement dans le ſol, qu'ils ſont étroits & avancez au-delà du mur.

De la Pouſſée des Voutes en Cintres Elliptiques.

PREMIEREMENT,

Des ſurhauſſez extradoſſez.

Dans l'exemple précedent, l'extrados étoit d'une nature différente de la doële, puiſque la doële étoit circulaire, & l'extrados en ligne droite, ce qui formoit une épaiſſeur de Voute par-tout inégale ; ici nous ſupoſons, ce qui eſt de plus ordinaire dans les bâtimens, que l'extrados eſt un arc concentrique ou équidiſtant de la doële, & que cet arc eſt Elliptique d'une Ellipſe, dont le grand demi axe eſt vertical. Pour ne pas multiplier les figures, nous prendrons pour moitié du profil, celle de l'arc rampant de la fig. 217. que nous ſupoſerons être telle en ARM *h e* ſur la hauteur du piédroit donné AR. *Fig.* 217.

Ayant diviſé la moitié R *h* en deux également en M, on menera par ce point une tangente M *t* à l'arc Elliptique, par le Prob. III. du 2e. Liv. à laquelle on tirera une perpendiculaire MS^x^, qui coupera la verticale du milieu *h e* au point S^x^, duquel on fera uſage comme du point C de la fig. 214.

Au reſte l'opération ſera en tout parfaitement égale, & même un peu plus ſimple à cauſe de l'uniformité de l'épaiſſeur de la Voute, par exemple, pour trouver la racine quarrée de la ſurface de la partie LM *h* H, on diviſera l'épaiſſeur de la Voute LM en deux également en *m*, par où on menera l'arc *m n* équidiſtant de l'arc M *h*, & l'on portera cet arc moyen *m n* dans un endroit à part, comme à la fig. 215. où on l'étendra en ligne droite *m h*, à laquelle on ajoûtera la longueur *h* H, qui eſt l'épaiſſeur de la Voute de la fig. 217. pour faire ſur la toute *m* H comme diametre, un demi cercle *m* XH, qui coupera *h* X perpendiculaire ſur *m* H au point X ; la ligne *h* X ſera la racine quarrée de la ſurface du profil d'une partie de la Voute LM *h* H, qu'on portera de M en *g* & de M en G, pour continuer l'opération de la même maniere que la fig. 214. laquelle donnera la longueur *q z* pour l'épaiſſeur du piédroit RX que l'on cherche.

SECONDEMENT,

Pour les Voutes Elliptiques ſurbaiſſées.

Soit (fig. 219.) le cintre ſurbaiſſé ponctué IE *d*, & ſon extrados *i* H 7. Ayant diviſé l'arc IE en deux également en 2, on menera *Fig.* 219.

par ce point 2 une tangente indéfinie (par le Prob. III. du 2e. Liv.) 2·3, à laquelle on tirera une perpendiculaire 2 S^x, qui coupera la verticale du milieu de la clef E ſ^x au point S^x au deſſous de la ligne des impoſtes I d, duquel point on ſe ſervira comme du point C de la fig. 214. pour tirer une ligne ſ^x T à la ligne A e, qui coupera l'horiſontale 2 T au point T, qui ſe trouve par cette conſtruction beaucoup plus éloigné que le point Q provenu de la conſtruction du plein cintre I b d de la même figure, d'où réſulte une plus grande épaiſſeur de piédroit, au contraire de l'exemple précedent du cintre ſurhauſſé, où le point S^x de la fig. 217. ſe trouve au deſſus de la ligne des naiſſances XRC, d'où réſulte que la perpendiculaire tirée de ce point S^x à la ligne FV, donne un point T de ſection avec l'horiſontale MT beaucoup plus près de la ligne du milieu b e, que ne ſeroit celui qui proviendroit du plein ceintre, parce que le point G^o, d'où partiroit la perpendiculaire ſur VF, eſt au deſſous du point S^x.

On voit à la fig. 218. l'extraction de la racine quarrée de la ſurface.

On a raſſemblé à la fig. 219. les deux conſtructions du plein cintre & du ſurbaiſſé pour en faire la comparaiſon, où l'on voit que leurs différences proviennent des différentes inclinaiſons des tangentes L 4 & 2·3, qui ont été menées ſur les milieux des arcs IL b & I 2 E, qui donnent les différentes hauteurs des points C & ſ^x.

Nous ne parlons pas ici des piédroits en talud, qui rendent l'opération beaucoup plus compoſée, parce qu'ils ne ſont pas fort communs dans les bâtimens les plus uſuels, comme les Magaſins à poudre, &c. & que nous devons en parler ſur une autre hypoteſe.

TROISIEMEMENT,

Pour les Arcs rampans.

Si le cintre d'un Arc rampant eſt un compoſé de deux arcs de cercles, comme à la fig. 217. l'arc R b qui eſt compoſé de l'arc RM i, dont le centre eſt ſur la ligne de l'impoſte baſſe en C, & de l'arc i b m N, dont le centre eſt en c ſur la ligne de niveau à l'impoſte ſupérieure c N, il faudra chercher l'épaiſſeur du piédroit, qui convient à chaque partie de la Voute à droite & à gauche de la verticale HE abaiſſée du ſommet b de l'arc rampant. Ainſi on diviſera le petit arc ſupérieur b m N en deux également en m, par où on menera au centre c la ligne m c, qui coupera la verticale H e au point c; de même on diviſera l'arc compoſé RM i b en deux également en M, par où

Fig. 217.

l'on tirera le rayon MC, qui coupera la verticale H e au point S* qui tiendra lieu du point C de la fig. 214.

On prendra auſſi à part les moyennes proportionnelles entre les longueurs de l'arc de la moyenne épaiſſeur rectifié mK, & de l'épaiſſeur Hb, comme on voit à la fig. 215. & entre l'arc moyen kn rectifié, & la même épaiſſeur H b, comme on voit à la fig. 216. pour avoir les racines quarrées bX, nx de la ſurface de chacune de ces moitiez de Voute, & en faire uſage comme l'on a fait à la fig. 214. ce qui ne ſouffre aucune difficulté.

Si l'arc rampant eſt une courbe ſimple de quelqu'une des ſections coniques, ayant cherché le point de ſommité b, qui ſera celui de l'atouchement d'une horiſontale parallele à RC, on diviſera comme dans tous les cas, le milieu de chaque arc entre l'impoſte, & ce point en deux également, & l'on tirera par ces points M & m des tangentes, auſquelles on fera des perpendiculaires qui donneront les points c & s, comme l'on a fait pour les autres cintres Elliptiques, & l'on continuera l'opération comme à la fig. 214.

Comparaiſon & Remarque importante ſur les regles des Auteurs qui ont traité de la Pouſſée des Voutes.

Si au lieu de la conſtruction qui nous a donné les épaiſſeurs des piédroits ; nous cherchions ces mêmes épaiſſeurs par les regles des Auteurs qui ont précedé M. de la Hire, nous trouverions qu'elles auroient été beaucoup moindres, & quelquefois de près de moitié de ce qui eſt néceſſaire, ſuivant le plus ou le moins d'épaiſſeur, & de charge de la Voute & de hauteur des piédroits.

Par exemple à la fig. 214. ſuivant la méthode du P. Deran, qu'ont ſuivi Blondel, Dechalles & la Ruë ; ayant diviſé l'arc B b en trois également au point 3, on doit tirer la droite 3 B 4, & faire B 4 égal à B 3 pour avoir le point 4, par lequel on tirera la verticale 4·5, laquelle ſelon eux détermineroit l'épaiſſeur du piédroit 5 B. Or il eſt viſible que cette épaiſſeur étant moindre que XB d'une quantité conſiderable 5 X, qui eſt preſque un tiers du tout XB, la Voute n'auroit pû ſubſiſter étant déja moindre de la quantité 6·5 que l'épaiſſeur 6 B qui n'a pas ſuffi ; d'où il ſuit que la Voute bâtie ſur de telles meſures auroit écraſé les Ouvriers qui l'auroient décintré.

La regle de M. Gautier dans cette circonſtance aproche de la bonne épaiſſeur par un pur hazard, car ſi l'on aplique cette même regle

à la Voute de la fig. 217. on trouvera qu'elle ſe réduit à prendre pour l'épaiſſeur du piédroit la moitié de la corde N b, laquelle étant portée en NG, tombe en dedans du point x qui eſt celui de la bonne épaiſſeur, par conſéquent qu'elle eſt trop foible en cette rencontre, & que la Voute culbutera en la décintrant.

Au contraire elle ſera plus forte au piédroit inférieur RX, ce qui fait voir qu'elle peut varier en trop ou en trop peu, ſuivant la charge de la Voute & la hauteur des piédroits.

Il eſt étonnant qu'aucun de ces faiſeurs de regle n'ait ſenti qu'il falloit plus d'effort pour ſoûtenir une grande charge qu'une petite, le diametre du cintre reſtant toujours le même, & qu'un piédroit fort élevé eſt plus facile à renverſer que celui qui eſt ſi court, qu'il n'eſt preſque pas diſtingué de la naiſſance.

Démonſtration de la Conſtruction.

La démonſtration de la ſolution du Probleme ſe trouve dans les memoires de l'Academie des Sciences, où M. de la Hire, qui n'ayant à parler qu'à des Sçavans du premier ordre, n'eſt pas entré dans un détail tel qu'il convient à des gens d'une claſſe beaucoup inférieure, ainſi il eſt à propos de l'expliquer.

Soit (fig. 219.) la portion de l'arc ſupérieur LMF $= ss$ la portion de l'arc inférieur ILM $= vv$. LE $= f$ CE $= e$; LA $= g$. IS $= b$. SA $= a$; TO $= b$ & HS largeur du piédroit $= y$, & par conſéquent TS $= \frac{1}{2}y$ dans la ſupoſition que la hauteur du piédroit ſoit égale à LA, il trouve cette équation

$$sseg - ssfy - ssfa = \tfrac{1}{2}yygf$$

Et poſant $ss = fm$, il la reduit à

$$meg - mfy - mfa = \tfrac{1}{2}yyg$$

& poſant encore $mf = ng$, & multipliant par 2 il trouve, $yy + 2ny = 2me - 2na$, qui lui donne la conſtruction que nous venons de décrire, dont la démonſtration ne ſe préſente pas aſſez facilement du premier abord pour qu'on l'aperçoive ſans méditation, lorſqu'on n'eſt pas beaucoup verſé dans le calcul, c'eſt pourquoi j'ai cru devoir y ſupléer en continuant la réduction de cette équation $yy + 2ny = 2me - 2na$, ſi l'on ajoûte à chaque terme nn, on aura $yy + 2ny + nn = nn + 2me - 2na$, & tirant la racine quarrée l'on a $y + n = \sqrt{nn + me - 2na}$, & retranchant n l'on aura $y = \sqrt{nn + 2me - 2na} - n$, dans laquelle on a la conſtruction qui donne $y =$ HS.

Pour

POUR découvrir les raifons pour lefquelles la grandeur $9{\cdot}8 = y = H$, il n'y a qu'à faire attention que les lignes de la conftruction donnent les Analogies fuivantes.

A caufe de EZ parallele à X 4, on aura

LE (f). LX $(\sqrt{ff})$: : LZ $(\sqrt{ff})$ L 4 $\left(\frac{ff}{f} = \frac{fm}{f} = m\right.$

à caufe de AE parallele à 4 Y, on aura

LA (g) L 4 (m) : : LE (f) LY $\left(\frac{fm}{g} = \frac{ng}{g} = n\right.$

& à caufe des triangles femblables ALE, & QEC, on aura

LE (f) LA (g) : : EC (c). EQ $\left(\frac{cg}{f}\right)$ le refte de la conftruction eft affez facile pour qu'on puiffe la fuivre fans autre explication.

PROBLEME II.

La hauteur des clavaux d'une plate-bande, & celle de leurs piédroits étant donnée, trouver, fans calcul, l'épaiffeur des piédroits.

SOIT le rectangle ABEF, l'ouverture d'une baye fermée en plate-bande, dont la hauteur des clavaux eft B a, & celle des piédroits AB; il faut trouver la longueur d'une ligne A x, qui détermine l'épaiffeur des piédroits pour qu'ils foient d'une force capable de réfifter à l'effort que la plate-bande fait pour les écarter.

PAR la conftruction de l'épure ordinaire dans la coupe des pierres, on détermine l'inclinaifon des lits des fommiers dans l'alignement BG du côté BC d'un triangle équilateral formé fur la plate-bande BE; en forte que les trois lignes BE, BC & EC foient égales entre elles, & que les coupes GB, EK tendent au point commun C.

CELA fupofé, ayant divifé la ligne DH en deux également en Q, & ayant mené QO parallele à BD, on portera la longueur QO en DY; & fur HY pour diametre, ayant décrit le demi cercle Y mH qui coupera BD au point m, on portera D m en BM, & on tirera AM du bas du piédroit par le point M, où on lui fera MP perpendiculaire, qui coupera le piédroit AB prolongé en P.

ENSUITE on portera la moitié de BD en DI, qui tombe ici tout près du point H; & fur CI comme diametre, ayant décrit le demi cercle C n I qui coupera BD en n, d'où l'on tirera la droite n C, à laquelle on fera $m\,x$ parallele, qui coupera CI au point x.

On portera enſuite BP en DR pour tirer la ligne R *x*, ſur laquelle ayant pris R *d* égal à RD où BP, le reſte *x d* ſera la longueur de la ligne que l'on cherche, laquelle étant portée de B en X ou de A en *x*, donnera l'épaiſſeur du piédroit qui doit ſoûtenir l'effort de la moitié de la plate-bande, de même que l'autre EF la moitié DK.

Ou *l'on doit encore remarquer l'erreur de la méthode de M. Gautier*, qui ne donne au piédroit que l'épaiſſeur B *e*, qu'il fait égale à BD moitié de la plate-bande : cette méthode étoit très facile pour ſe faire entendre aux Ouvriers, c'eſt dommage qu'elle les expoſe à l'affront de voir leur ouvrage tomber en levant les étançons.

Remarque ſur l'utilité de la Théorie prouvée par des Faits.

Quoique la Théorie de la Pouſſée des Voutes ſoit beaucoup mêlée de cauſes Phyſiques, l'expérience confirme cependant la juſteſſe des regles qu'on en a tiré, puiſque les Voutes qui étoient apuyées ſur des piédroits plus foibles que ceux qu'elles donnent, ſe ſont écroulées ; ainſi en ſuivant ces regles on ne court aucun riſque de pareil accident, pourvû qu'on y ajoûte encore un peu d'épaiſſeur, parce qu'elles ne donnent que celles qui eſt néceſſaire pour mettre la force de la réſiſtance des piédroits en équilibre avec celle de la Pouſſée de la Voute ; or en cet état on s'expoſe de le voir rompu par le moindre accident ; ſur quoi je raporterai un fait qui prouve la néceſſité de cette précaution.

J'ai fait faire dans un ouvrage détaché une petite Chapelle Elliptique pour le détachement des ſoldats de garde, laquelle eſt inſcrite dans un octogone alongé, couverte d'une ſimple Vouſſure couronnée d'un platfond, & n'ayant donné d'épaiſſeur au mur que celle qui réſulte du calcul de la premiere hypoteſe ; je la fit décintrer auſſi-tôt qu'elle fut achevée ſans lui donner le tems de faire corps, elle ſubſiſta ſans aucune fracture ; mais ayant eu trop de confiance à la belle ſaiſon, je ne me preſſai pas de la faire couvrir, un orage avec une pluye abondante ſurvint, laquelle rempliſſant d'eau les pores de la brique y ajoûta une nouvelle charge qui rompit l'équilibre ; il ſe fit quatre lézardes, une à chaque axe de l'Ellipſe, qui n'ont pas eu d'autre ſuite depuis qu'elle a été couverte de ſon comble.

Sur quoi l'on doit faire trois réflexions utiles à la pratique ; la premiere, que l'on doit augmenter la force des piédroits au deſſus de l'état de l'équilibre avec la Pouſſée, comme je viens de le dire.

La feconde, qu'on ne doit faire les Voutes qu'à couvert de, peur que la pluye ne les charge plus qu'elles ne doivent être.

La troifiéme, qu'on ne doit pas compter fur l'expérience des gens fans Théorie, quelques verfez qu'ils puiffent être dans la pratique, pour donner les mefures des épaiffeurs des piédroits des bâtimens voutez dont ils n'ont pas d'exemple à imiter precifément, car en cela un vieux praticien eft toujours un vieux ignorant; c'eft une connoiffance du reffort de la Théorie, que la pratique ne peut jamais leur donner; ils n'en peuvent tirer que des raifonnemens de comparaifons des ouvrages qu'ils voyent exécutez, dans lefquels ils font fujets à fe tromper pour peu que les cas varient; 46 ans de routine fans principe n'avoient pû inftruire l'Architecte du magafin, dont on a parlé, du changement de mefure qui convenoit à fa grandeur & à fa charge, qui étoit un peu au deffus de l'ordinaire; il n'eft pas le feul à qui pareille chofe eft arrivée par la même raifon.

Ces évenemens ont fait injuftement foupçonner d'honnêtes Gens de connivence fur la mauvaife conftruction, ou tout au moins de négligence à veiller à la folidité, & quoique l'examen de la qualité des materiaux les en ait juftifié, le Public & bien des gens de confideration, qui ne fçavoient pas qu'il fallût être Mathématicien pour donner de juftes mefures des piédroits des Voutes, ont bien eu de la peine à revenir de ce faux jugement, & l'ont au moins rejetté fur la mauvaife qualité du fol de la fondation; mais les gens éclairez ont bien reconnu par l'inexécution des regles fondées fur la Méchanique, que celui qui avoit dirigé le bâtiment en queftion n'avoit peché que par un défaut de Théorie; fuite naturelle & légitime du peu de cas qu'il a toujours affecté d'en faire, *fpernit ignarus quod nequit affequi.*

Ce font là, ce me femble, des argumens fans replique contre ceux qui méprifent la Théorie, & qui ofent fans rougir avancer, comme Cartaud dans fon feptiéme préjugé, que les Mathématiques n'ont point contribué au progrès des Arts. En fçavoit-on autant avant l'année 1712? & faute de cette découverte combien d'autres Voutes font tombées en pure perte pour ceux qui les ont élevé ou fait élever: je fçai de mon tems que cet accident eft arrivé à trois magafins à poudre, à un grand Edifice élevé & vouté à trois étages pour la Chancelerie de Wirsbourg après avoir été achevé totalement; cependant ceux qui s'en font mêlez étoient verfez dans la pratique de l'Architecture; que répondre à cela? il faut donc avoüer que la Théorie en ces cas, eft plus utile que la pratique dénuée des principes de Géometrie & de Méchanique.

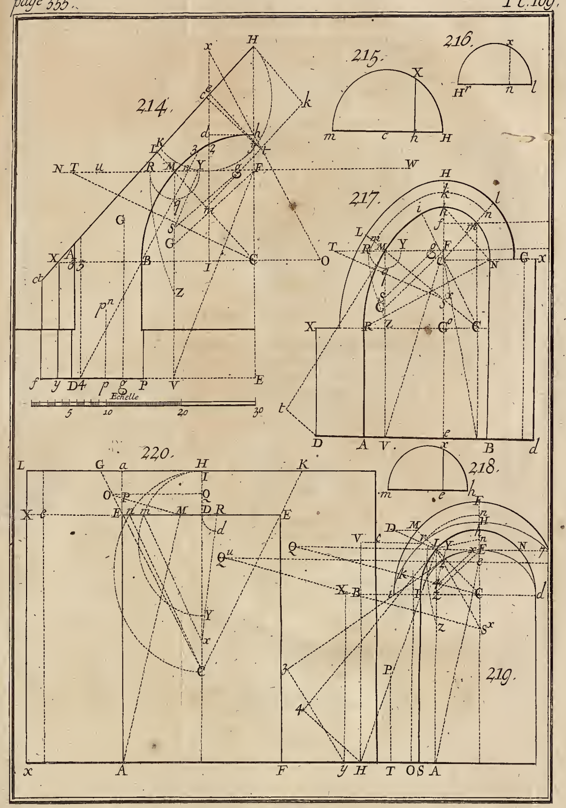
Ce sont encore des raisons pathétiques pour authoriser la préférence que l'on doit donner dans le choix des directions aux Ingenieurs qui possedent la Théorie des Arts, sur ceux qui n'ont uniquement que des services de guerres, parce qu'il s'y agit du bon employ des dépenses du Roi, & non pas des fonctions militaires. On doit sans doute récompenser les bons Officiers qui ont utilement exposez leur vie, par des graces & des honneurs, & les préferer à ceux qui ont moins de services, lorsqu'ils sont aussi propres à la construction qu'à la guerre, mais s'ils ne sont recommandables que par cette derniere partie sans genie & sans aucune science, comme il s'en trouve, il est évident qu'ils n'ont que la moindre partie des qualitez nécessaires à un Directeur, & qu'il importe au bien du service qu'on leur préfere ceux qui en ont d'essentielles à la construction. Si l'on avoit toujours fait cette attention, le Roi auroit épargné bien des sommes mal employées.

Seconde Hypotese

Pour la recherche de la Poussée des Voutes.

Dans la précedente Hypotese, on a consideré la Voute en Berceau comme un massif de maçonnerie qui avoit fait corps, mais que la poussée avoit fait fendre le long des Reins à la hauteur de 45 dégrez; ici nous la considererons comme un assemblage de Voussoirs polis sans liaison, qui se poussent mutuellement les uns les autres, en agissant par leur pésanteur suivant les différentes inclinaisons de leurs lits. C'est ainsi que M. Couplet les avoit consideré dans son mémoire inseré dans ceux de l'Academie des Sciences de l'année 1729. sur laquelle hypotese il a établi plusieurs Théoremes & Problemes curieux & utiles pour la poussée des Voutes; mais comme le calcul en est long & fort composé, j'ai cru que je rendrois service au Public si je lui procurois une solution plus simple & plus propre à la pratique : dans cette idée considerons avec raison M. Bernoulli comme un des Géometres de l'Europe le plus capable de la trouver; je l'ai prié d'y donner quelques heures de son tems qu'il a bien voulu m'accorder, quoiqu'il fut incommodé, en quoi il m'a donné une marque d'amitié dont je suis très reconnoissant.

Mais comme cette solution supose une connoissance de sa Regle d'Energie par les vitesses virtuelles, il a eu la bonté de me faire part d'une Lettre qu'il écrivit à M. Varignon en 1715. touchant cette regle, dont je vais faire un extrait avant que d'entrer en matiere; il commence par établir ce principe, que *Dans chaque équilibre il y a une égalité d'énergie de forces absoluës par les vitesses virtuelles.*


214.
215.
216.
217.
218.
219.
220.
Echelle
5
10
20
30

Pour concevoir ce principe, & en faire uſage dans la ſtatique, il faut ſe repréſenter pluſieurs forces différentes, qui agiſſent ſuivant différentes tendances ou directions pour tenir en équilibre un point, une ligne, une ſurface & un corps ; ſi l'on imprime à tout le ſyſteme de ces forces un petit mouvement, ſoit parallele à ſoi-même ſuivant une direction quelconque, ſoit autour d'un point fixe quelconque, il ſera facile de comprendre que par ce mouvement chacune de ces forces avancera ou reculera dans ſa direction, à moins que quelqu'une ou pluſieurs des forces n'ayent leurs tendances perpendiculaires à la direction du petit mouvement, auquel cas cette force ou ces forces n'avancent ni ne reculent de rien, car ces avancemens ou reculemens que M. Bernoulli apelle *viteſſes virtuelles*, ne ſont autre choſe que ce dont chaque ligne de tendance augmente ou diminuë par le petit mouvement, & ces augmentations ou diminutions ſe trouvent par le moyen d'une perpendiculaire que l'on doit tirer à l'extrémité de la ligne de tendance de quelque force, pour retrancher de la même ligne de tendance miſe dans la ſituation voiſine par le petit mouvement, une partie qui ſera *la meſure de la viteſſe virtuelle* de cette force.

Soit par exemple P, un point quelconque dans le ſyſteme des forces qui ſe ſoûtiennent en équilibre, F une de ces forces qui pouſſe ou qui tire le point P, ſuivant la direction FP ou PF; P p une petite ligne droite que décrit le point P par un petit mouvement, par lequel la tendance FP prend la ſituation fp, qui ſera ou exactement parallele à FP, ſi le petit mouvement du ſyſteme ſe fait en toutes ſes parties parallelement à une droite donnée de poſition, où elle ſera avec FP, étant prolongée, un angle infiniment petit, ſi le petit mouvement du ſyſteme ſe fait autour d'un point fixe ; ſi l'on tire donc P c perpendiculaire ſur fp, on aura cp pour la *viteſſe virtuelle* de la force F, en ſorte que F $\times$ cp fait ce que M. Bernoulli apelle l'*Energie*. Pl. 110. Fig. 221.

Il faut remarquer que cp eſt ou affirmatif ou négatif par raport aux autres ; il eſt affirmatif ſi le point P eſt pouſſé par la force F, & que l'angle FP p ſoit obtus ; il eſt négatif ſi l'angle FP p eſt aigu : mais au contraire ſi le point p eſt tiré, cp ſera négatif lorſque l'angle FP p eſt obtus, & affirmatif lorſqu'il eſt aigu : tout cela étant bien entendu, M. Bernoulli forme cette propoſition générale.

L E M M E.

En tout équilibre les forces quelconques en quelque maniere qu'elles ſoient appliquées, & ſuivant quelque direction qu'elles agiſſent les unes ſur les autres, ou médiatement ou immédiatement, la ſomme des énergies affirmatives ſera égale à la ſomme des énergies négatives priſes affirmativement.

Cette propofition fournit une regle admirable pour déterminer fans aucune peine, le raport des forces abfoluës dans les équilibres, & des forces mouvantes dans les machines.

L'Aplication en eft intéreffante dans l'examen des forces du levier de la poulie des poids fufpendus fur des plans inclinez ou tirez par plufieurs cordes ; mais comme ces chofes ne font pas de notre fujet, il fuffit de nous arrêter à ce qui eft néceffaire pour venir à la folution du Probleme de la Pouffée des Voutes, pour laquelle je dois feulement faire préceder le fuivant.

PROBLEME. III.

Un poid fphérique comme une boule B *étant foûtenu par deux plans* AC, DC, *trouver l'impreffion que chacun reçoit de la péfanteur de la boule.*

Fig. 222. Imaginons que toute la machine ou le fyfteme BACD faffe un petit mouvement fuivant la direction d'un plan AC, pour prendre la fituation *b a c d*.

Si l'on tire C *n* verticale, *c n* horifontale & C *e* perpendiculaire fur *e d*, la viteffe virtuelle du point B fera exprimée par C *n*, parce que la boule B étant parvenuë en *b*, on aura B *b* ou A *a* = C *c*, & par conféquent la verticale C *n* marque de combien eft defcendu le poid B fur fa tendance naturelle, & la viteffe virtuelle de la réfiftance que fait le plan CD en foûtenant la boule B, eft exprimée par C *e* ou D *f*, parce que c'eft dans cette direction qu fe fait cette réfiftance, & que c'eft de la quantité de la même D *f* que recule le plan CD dans le tems que la boule B defcend en B.

Apellant donc R la réfiftance, ou ce qui eft la même chofe, l'impreffion que reçoit le plan CD par le poid B, & P le poid abfolu de la boule B, on aura P × C *n* = R × C *c*; donc P . R : : C *c*. C *n* : : finus C *c e* (ACD) : finus C *c n*, c'eft-à-dire que le poid abfolu de la boule eft à l'impreffion qu'il fait fur l'un des plans, comme le finus de l'angle que font les deux plans enfemble, au finus de l'inclinaifon de l'autre plan.

Si l'un des plans comme CD étoit vertical, pour trouver l'impreffion qu'il fouffre, il n'y auroit qu'à dire, comme le finus de l'angle des deux plans eft au finus de fon complément, ainfi le poid abfolu de la boule eft à l'impreffion cherchée.

Si l'on vouloit déterminer immédiatement la proportion des deux impreffions que reçoivent les deux plans fans en chercher le raport

qu'elles ont avec le poid abſolu de la boule, il n'y auroit qu'à faire mouvoir le ſyſteme BACD ſuivant la direction horiſontale, alors on verra que le chemin que fait le plan AC en avançant perpendiculairement, eſt au chemin que fait en même tems le plan DC en reculant perpendiculairement, comme le ſinus de l'inclinaiſon du plan AC eſt au ſinus de l'inclinaiſon du plan DC.

D'ou il ſuit immédiatement que les deux impreſſions faites ſur les deux plans ſont en raiſon réciproque des ſinus de leurs inclinaiſons.

Seconde Solution du premier Probleme.

Si l'on ſupoſoit la Voute toute d'une piece, les parties ſeroient ſans doute en équilibre, & il n'y auroit point d'autre pouſſée que celle que la Voute cauſeroit ſur les piédroits en faiſant effort pour les renverſer, ſupoſé que les lits des couſſinets fuſſent obliques à l'horiſon, & s'ils étoient horiſontaux il n'y auroit point de pouſſée du tout: mais comme les Voutes ſont compoſées de Vouſſoirs détachez, les Vouſſoirs n'ont pas une direction commune verticale pour deſcendre, chacun en a une particuliere & oblique.

On doit conſiderer ces Vouſſoirs comme des coins extrémement polis, qui ſont empêchez de gliſſer le long des plans des lits entre leſquels ils ſe trouvent par la preſſion mutuelle qu'ils exercent les uns ſur les autres, & qui doit par-tout être la même, comme nous verrons dans la ſuite.

Examinons préſentement la Voute ABCDEFG ſoûtenuë par les piédroits HS, JT compoſée de Vouſſoirs en forme de coins tronquez, deſquels chacun, comme par exemple EFPO, étant empêché par ſes voiſins de deſcendre verticalement, conſerve pourtant un effort oblique pour deſcendre le long de ſes joins EO, FP, & pour repouſſer par conſéquent ſes deux voiſins DEON, FGJP en ſens contraire, & il deſcendroit effectivement ſi ces deux mêmes Vouſſoirs voiſins ne le repouſſoient auſſi en contre-ſens avec un pareil effort, en tachant de gliſſer le long de leurs joins, car on fait abſtraction du mortier & des inégalitez ou des engrainemens des joins; & en effet pourquoi feroit-on attention à ces engrainemens, puiſque pouvant être plus ou moins conſiderables, leur effet pour empêcher le Vouſſoir de gliſſer, n'eſt point ni ne ſçauroit être déterminé. D'ailleurs le plus ſûr eſt toujours de conſtruire les Voutes de telles manieres, qu'elles ſe ſoûtiennent indépendamment du ciment & de ces engrainemens, quand mê- *Fig. 223.*

me les Vouffoirs ne feroient que des boules parfaitement rondes, qui par conféquent ne fe touchaffent qu'en un feul point.

Des-lors donc que l'effort d'un Vouffoir, pour gliffer en bas fuivant la direction de fes joins, furpaffe l'effort que fes voifins exercent pour le repouffer en fens contraire, il n'y aura plus d'équilibre, le Vouffoir gliffera effectivement, en faifant monter les plus foibles voifins, & puis les autres glifferont, & toute la Voute croulera & tombera en ruine fans que les piedroits quelques forts qu'ils foient puiffent l'en empêcher, parce que la pouffée de toute la Voute n'eft pas exercée fur les piédroits feuls.

Pour donc que les piédroits fouffrent la pouffée de toute la Voute, afin de pouvoir calculer la force de cette pouffée, & lui en opofer une égale ou plus grande, en donnant aux piédroits la largeur requife, il faut abfolument que les Vouffoirs de la Voute foient en équilibre, c'eft-à-dire que les efforts avec lefquels les Vouffoirs tendent à gliffer le long de leurs joins, foient contrebalancez mutuellement les uns par les autres : or cela fe peut toujours effectuer, car puifque cet effort dépend en partie de la direction plus ou moins verticale des joins, & en partie de la maffe ou du poid des Vouffoirs, & que ce poid peut être augmenté ou diminué à volonté, on n'a qu'à donner aux poids des Vouffoirs la jufte proportion que demande l'obliquité de leurs joins, pour qu'ils demeurent tous dans un équilibre parfait.

Calculons donc d'abord généralement l'effort d'un Vouffoir, ou d'un coin, ou bien d'un poid quelconque qui fe trouve entre deux plans inclinez, & qui tend à gliffer le long de ces plans, car il faut confiderer les joins ou lits comme fi ce devoit être des plans immobiles ; d'où nous déterminerons enfuite aifément en quelle raifon des obliquitez de ces plans, le poid de chaque Vouffoir doit être, pour que tous les Vouffoirs fe foûtiennent dans un mutuel équilibre entre eux.

Fig. 224. Soit P le corps repréfentant un Vouffoir, & qu'il fe trouve entre les plans AC, BC, qui repréfenteront les joins prolongez des Vouffoirs.

Soient de plus le finus de l'angle ACB $= m$, le finus de l'angle ACD, (c'eft-à-dire de l'inclinaifon du plan fupérieur à l'horifontale CD) $= r$; le finus de l'angle BCD (ou de l'inclinaifon du plan inférieur à l'horifontale CD) $= f$; le poid du corps P $= p$.

D'abord il eft vifible que le poid P ferré entre les deux plans AC, BC,

BC, cherche à les écarter en preſſant chacun perpendiculairement à la direction ; ſçavoir le ſupérieur AC de bas en haut, & l'inférieur BC de haut en bas ; ainſi nous aurons en vertus du principe de M. Bernoulli, expliqué dans ſa lettre à M. Varignon, la preſſion du poid ſur le plan ſupérieur $= \frac{fp}{m}$ car en concevant que le point P ait gliſſé tant ſoit peu ſur le plan inférieur conſideré comme immobile, en ſorte que le point C ſoit venu en V, & le plan AC reculé parallelement en AV, la petite ligne CI perpendiculaire ſur a V marquera la viteſſe virtuelle de la preſſion ſur le plan ſupérieur, & CG marquera la viteſſe virtuelle du poid, ſuivant ſa direction naturelle qui eſt la verticale ; par conſéquent CI eſt à CG (ou en prenant CV pour le ſinus total, le ſinus de l'angle des plans eſt au ſinus de l'inclinaiſon du plan inférieur, c'eſt-à-dire) $m . f : : p . \frac{ps}{m}$ qui ſera = à la preſſion que le poid exerce ſur le plan ſupérieur ; pareillement nous trouverons la preſſion du poid ſur le plan inférieur $= \frac{pr}{m}$ en ſupoſant que le plan AC eſt immobile, & que l'autre BC recule un peu dans la ſituation parallele bK, & tirant enſuite la verticale CF ſur l'horiſontale KE, & la perpendiculaire CH ſur b K.

Considerons maintenant trois plans AD, BD, CD, renfermant deux poids ou Vouſſoirs P π, & voyons quelle raiſon ces poids doivent avoir avec l'inclinaiſon des plans pour demeurer en équilibre. *Fig.* 225.

Soient nommez le ſinus de l'angle ADB que fait le plan ſupérieur avec celui du milieu $= m$; le ſinus de l'angle BDC que fait le plan du milieu avec l'inférieur $= n$, le ſinus de l'angle ADE (DE étant ſupoſée horiſontale) $= r$, le ſinus de l'angle BDE $= f$, le ſinus de l'angle CDE $= t$; le poid du corps ſupérieur $= p$, le poid du corps inférieur $= \pi$.

La preſſion exercée par le poid ſupérieur p ſur le plan du milieu BD, ſera ainſi que nous venons de voir $\frac{pr}{m}$ & la preſſion exercée par le poid inférieur π ſur le même plan BD de bas en haut $= \frac{\pi t}{n}$: or il faut que les preſſions contraires exercées de part & d'autre ſur le plan du milieu BD, ſoient égales entre elles, c'eſt-à-dire que $\frac{rp}{m} = \frac{t\pi}{n}$; d'où l'on tire cette analogie qui exprime le raport des poids $p . \pi : : mt . nr : : mst . nrs : : \frac{m}{rs} . \frac{n}{st}$, d'où l'on voit qu'il faut que les poids des Vouſſoirs ſoient entre eux directement comme les ſinus des

angles des plans qui les renferment, & réciproquement comme les rectangles des sinus de l'inclinaison de ces plans ou des joins.

Fig. 225. Si les poids p, π, &c. sont conçûs infiniment petits de même que les angles ADB, BDC, &c. il est clair que les trois angles consécutifs ADE, BDE, CDE finis ne differeront entre eux que d'une quantité infiniment petite, & que par conséquent le sinus r de celui du milieu BDE comparé à CDE, doit être compté égal au sinus de celui-ci; mais que le même angle du milieu BDE comparé à ADE, donnera le sinus de celui-là égal au sinus de celui-ci, c'est-à-dire que $\frac{m}{rs}$ passe pour $\frac{m}{rr}$, & $\frac{n}{st}$ pour $\frac{n}{tt}$.

Donc en ce cas les poids des Voussoirs seront simplement entre eux en raison directe des sinus de l'angle de leurs joins, & en raison doublée inverse des sinus de l'inclinaison de ces mêmes joins.

Or cela même est aussi une proprieté essentielle de la Chainette ou de la courbure d'une chaine parfaitement fléxible suspenduë par les deux bouts, ce qui fait voir que si l'on vouloit construire une Voute composée de boules infiniment petites & parfaitement polies, qui se soûtinssent d'elles-mêmes en équilibre, il faudroit que la courbe qui passeroit par les centres de toutes ces boules eût la figure d'une chainette renversée.

Les poids des Voussoirs ayant donc entre eux le raport que nous venons de trouver, la Voute fera le même effet que si elle n'étoit que d'une piece; il n'y aura plus d'autre poussée à considerer que celle qui s'exerce sur les piédroits, & de la même maniere que nous avons déterminé ci-dessus, la force de la pression que chaque Voussoir exerce sur le suivant dans la direction perpendiculaire au joint qui est entre deux; nous déterminerons aussi la force de la pression de toute la Voute sur chacun des piédroits dans la direction perpendiculaire au premier joint: nous n'avons pour cela qu'à considerer toute la Voute comme un seul Voussoir, ou bien ce qui revient au même, nous n'avons qu'à chercher la force de la pression du coussinet (en concevant le reste de la Voute comme immobile, ce qu'il est permis de faire, puisque tout est en équilibre, & par conséquent comme immobile) sur le piédroit consideré comme un Voussoir suivant.

Fig. 226. Soit donc la Voute rampante ABCDE, (je la supose rampante pour plus de généralité) sur les piédroits ADGF, ECTH; le poid de tous les Voussoirs ensemble $=$ P; le sinus de l'angle AKC que les deux joins extrémes AD, CE prolongez font entre eux $= m$; le sinus de l'angle que le joint AD fait avec l'horisontale $= f$, & le sinus

de l'angle que le joint CE fait avec l'horiſontale $= r$: nous aurons en vertu de ce que nous avons dit ci-deſſus $\frac{rP}{m}$ pour la force de la preſſion de la Voute ſur le piédroit ADGF, ſuivant la perpendiculaire au joint AD ; mais cette preſſion n'eſt pas toute employée à faire effort pour renverſer ou pour faire tourner le piédroit au tour du point F conſideré comme le point d'apui, parce qu'elle n'eſt pas perpendiculaire, mais oblique à la ligne AF. Pour connoître donc le moment de cette force pour renverſer le piédroit, il faut concevoir toute la force $\frac{rP}{m}$ comme apliquée au point L (où je ſupoſe être le centre de gravité de la baſe du joint dont la ſection eſt la ligne AD) & agiſſant ſuivant la direction LO perpendiculaire à AD, tirant enſuite FO normale à LO. Cette FO repréſentera le bras du levier coudé OF u dont F eſt le point d'apui, & l'autre bras F u ſous-centrique du piédroit.

Il faut donc ſuivant les premiers élemens de Méchanique multiplier la longueur du bras FO par la force $\frac{rP}{m}$ apliquée au point L, & dirigée au point O ; ce produit ſera le moment cherché.

Maintenant pour que le piédroit ne ſoit pas renverſé en effet, il faut que le moment de la réſiſtance, c'eſt-à-dire en nommant le poid du piédroit $= \pi$, multiplié par la ſouscentrique F u, ſoit égal ou plus grand que $\frac{rP}{m}$ multiplié par la ſous-centrique OF : je raiſonne de la même maniere à l'égard de l'autre piédroit.

D'ou il ſuit que ſi la baſe FG du piédroit eſt aſſez large pour que le point O ſe confonde avec le point F, ou qu'il vienne de l'autre côté de ce point, la pouſſée ſera nulle ou même négative, & que dans ce cas-là le piédroit ſoûtiendroit la Voute quand même il n'auroit aucune péſanteur.

On a ſupoſé ici que le point d'apui étoit donné, parce qu'on peut Pl. 109.
le trouver par un Probleme Algébrique, qui eſt ſimple pour ceux qui *Fig.* 214.
ſont verſez dant ce calcul, & que nous joindrons ci-après à la ſuite d'une ſeconde ſolution ſur le même principe : mais auparavant nous croyons devoir faire une aplication de la précedente à la recherche de l'épaiſſeur des piédroits du magaſin propoſé ci-devant à la fig. 214.

Suposant les joins extrémes ſuivant la premiere hypoteſe à 45 dégrez de hauteur, le profil de la partie de Voute compriſe entre ces deux joins, donne pour la ſurface mixte 296 pieds quarrez, & lui donnant un pied d'épaiſſeur on aura $P = 296$ pieds cubes.

Le finus de l'angle que font entre eux ces joins extrémes apellé m, fera le finus total ainfi $m = 100000$.

Le finus de chacun des joins extrémes avec l'horifon apellé f ou r, fera de 45 dégrez, ainfi $f = 70710$. donc $\frac{fP}{m} = \frac{21071580}{100000} = 210\frac{71580}{100000}$ négligeant la fraction, $\frac{fP}{m} = 210 \times FO = 9$, donnera pour la preffion ou pouffée de la Voute 1890.

Considerant le piédroit comme compofé de la partie de la Voute comprife depuis l'impofte jufqu'au joint de 45 dégrez, & du piédroit proprement dit, il faut compter le profil de cette partie qui donne . . . . 147. pds cub.

Le profil du piédroit au deffous de 14 pieds de haut, multiplié par la largeur de fa bafe 12, donne	168.
total du piédroit	315.
lequel doit être multiplié par la demie largeur de fa bafe,	6.
donc $p = 315 \times Fu = 6$, donne	1890.

Laquelle fomme eft égale à celle de la pouffée trouvée ci-deffus, par conféquent il y auroit eu équilibre entre cette pouffée & la réfiftance du piédroit dans l'hypotefe que les Vouffoirs font des corps infiniment polis, fi l'on avoit donné 12 pieds d'épaiffeur à la bafe des piédroits, ce qui paroit très conforme à l'expérience.

Je ne propofe pas d'ajoûter ici quelqu'épaiffeur de plus aux piédroits, quoiqu'ils ne foient que dans un état d'équilibre. 1°. Parce que les Vouffoirs n'étant pas des corps polis, comme on les a fupofé pour le raifonnement, le frotement de leurs lits doit empêcher une partie de leur effort pour gliffer les uns fur les autres.

Secondement, parce que nous n'avons pris le centre de gravité du piédroit qu'au milieu de la partie comprife au deffus de la fondation jufqu'à l'impofte : or cette partie ne comprend pas tout le piédroit, puifque celle de la Voute depuis l'impofte jufqu'au lit du joint extréme, lui doit être ajoûtée fuivant notre hypotefe, & comme celle-ci a fon centre de gravité en G, qui répond au point g de la bafe fur lequel tombe la verticale venant du point G, elle pefe fur un bras de levier D g fouscentrique plus long que le premier D p, par conféquent elle rompt l'équilibre en faveur du piédroit qu'elle fortifie, d'où il fuit que la Voute n'aura plus affez de force pour l'écarter, donc elle fubfiftera ainfi qu'on fe le propofe.

Troisiéme Solution.

Autre maniere tirée du même Principe.

Si l'on fait un Berceau circulaire, on sçait que les directions de tous les lits tendent au même centre par lequel passe l'axe du cylindre, & si le berceau n'est pas circulaire mais Elliptique, on dirige encore tous les plans des lits à l'axe du cylindre comme nous l'avons dit au tome précedent, en parlant des berceaux biais de face en plein ceintre qui ont pour arc-Droit un cintre surhaussé, au centre duquel tous les lits s'entrecoupent, & enfin de quelque courbe que soit le cintre d'un berceau, il est clair qu'on peut toujours diriger les lits à un axe, & par conséquent suposer les joins de tête convergens à un même point placé un peu au dessous des deux joins extrémes qui sont au dessus du Coussinet, en sorte que ces joins prolongez fassent entre eux un angle qui sera plus ou moins ouvert selon que les joins extrémes seront plus ou moins élevez au dessus du centre.

On divisera cet angle en autant de parties égales qu'on voudra avoir de Voussoirs sur les coussinets, & alors tous les joins sont déterminez.

Soit maintenant (fig. 227.) l'arc ADF, qui passe par les centres de gravité de tous les Voussoirs; considerons deux de ces Voussoirs contigus FH, HD, dont les charges soient m & n, & que leurs joins prolongez aboutissent au centre C, suivant le rayon HC, ainsi que tous les autres joins suivant FC, DC, &c. de sorte que les angles FCH, HCD, &c. soient tous égaux, & chacun de leur sinus $= r$, soit le point A le centre de gravité de la clef posée à plomb ou verticalement au dessus du centre C du cercle ADF, tirons l'horisontale CG & les perpendiculaires FG, DE que je nomme p, q, elles seront le sinus des angles FCG, DCE, en prenant l'unité pour le rayon AC. *Fig.* 227.

On a vû par le Lemme de l'article précedent que la pression du Voussoir m sur le joint HC, est à celle du Voussoir n sur le même joint, comme mp est à nq, car $\frac{mp}{r}$ & $\frac{nq}{r}$ sont les pressions elles-mêmes; or ces deux pressions opposées doivent être égales à cause de leur équilibre, donc $mp = nq$ & partant $m . n = q . p = \frac{1}{p} . \frac{1}{q}$ (en prolongeant CF, CH, CD jusqu'à la tangente AT) $\frac{CT}{CA} . \frac{CR}{CA} :: CT . CR$, mais parce que l'angle TCR est coupé également par la ligne Cu, on aura (en vertu d'un théoreme démontré en plusieurs Livres particulierement dans la Méchanique de M. de la Hire à la prop. 125.)

CT. CR : : T*u* . *u*R ; donc *m* . *n* : : T *u* . *u* R, c'eſt-à-dire que les charges des Vouſſoirs *m*, *n*, &c. ſont par-tout proportionnelles aux différences des tangentes des arcs AF, AH, AD, &c. ainſi, par exemple, ſi chacun des angles FCH, HCD, &c. eſt de 10 dégrez, & que la charge ou le poid du plus haut des Vouſſoirs SL, nommé la clef, ſoit de 50 livres, on trouvera le poid de tel autre Vouſſoir que l'on voudra, par exemple, celui de FH qui fait le cinquiéme après la clef SL.

Les arcs SF, SH, SD, ſeront de 50, 40, 30 dégrez, & les arcs AF, AH, AD, de 55, 45, 35 dégrez.

Il faut donc faire cette Analogie, comme SL le double de la tangente de l'arc AS ou de 5 dégrez, eſt à T*u*, ou à la différence des tangentes de 55 & de 45 dégrez; ainſi le poid de la clef ou de 50 liv. à un quatriéme nombre, qui donnera en livres le poid du cinquiéme Vouſſoir après la clef.

Si l'on ſupoſe maintenant que le Vouſſoir FH eſt celui qui eſt contigu au piédroit, & que l'on veüille trouver la preſſion avec laquelle il le pouſſe ſuivant la tangente en F, qui eſt donnée de poſition, il n'y a qu'à tirer la perpendiculaire HN que je nomme f, & qui ſera ici le ſinus de 45 dégrez, on aura la preſſion ſur FG, & ſur le piédroit $= \frac{mf}{r}$, c'eſt-à-dire $r . f : : m$, à la preſſion, ou ici comme le ſinus de 10 dégrez eſt au ſinus de 45, ainſi le poid trouvé de *m* eſt la preſſion cherchée ; *ce qu'il falloit trouver.*

Conſtruction du Cintre en Courbe de Chainette, pour trouver la Pouſſée d'une Voute formée ſur cette Courbe.

On vient de voir dans le diſcours précedent, que ſi l'on vouloit compoſer une Voute de Vouſſoirs égaux, même parfaitement polis, il faudroit que la courbure du cintre ſur lequel on les arangeroit, fût celle de la Chainette renverſée, afin qu'ils ſe ſoûtinſſent en équilibre; auquel cas la Voute ſubſiſteroit, quand même les Vouſſoirs ſeroient ſans coupe, & ne ſe toucheroient qu'en un point comme des boules.

Une proprieté ſi ſinguliere & ſi avantageuſe de cette Courbe merite bien qu'on en donne la conſtruction, & le moyen de trouver la direction des coupes qui conviennent aux diviſions de ce cintre en Vouſſoirs.

Lorsqu'on a une chaine bien faite, ou une corde d'égale épaiſſeur & également fléxible, rien n'eſt plus aiſé que de tracer la courbe en queſtion ; car les points de ſuſpenſion, qui ſeront ceux des impoſtes de la Voute, & le ſommet S pour le milieu de la clef étant donné, il n'y a qu'à les placer dans leur diſtance ſur un mur à plomb, & y ſuſpendre une chaine qu'on tendra ou qu'on lâchera juſqu'à ce que ſon milieu s'aplique au point S renverſé autant au deſſous des points A & B qu'il doit être au deſſus en Voute, & ſuivre avec un crayon le contour de la courbure de la chaine qu'il ne s'agit plus que de renverſer. *Fig.* 230.

Mais ſupoſant qu'on n'ait pas à ſa diſpoſition une chaine de longueur convenable, ni une corde des conditions requiſes pour ſe plier également, il eſt bon de ſçavoir comment on pourroit trouver autant de points que l'on voudra de cette courbe.

Soit donnée (fig. 230.) la ligne des impoſtes ou naiſſances de la Voute AB, & le milieu de ſa clef en S.

Ayant diviſé cette ligne AB en deux également en m, on y élevera la verticale indéfinie m P, qui paſſera par le point S, par où on menera SD parallele à BA.

On portera la longueur mB de m en C, d'où, comme centre avec Cm pour rayon, on décrira un arc qui coupera DS au point E ; la ligne SE ſera le *Parametre* de la courbe qu'on portera en SP.

Par le point P on menera HI parallele à AB, & l'on tirera par les points A & B des paralleles indéfinies à la verticale P m, qui couperont HI aux points H & I.

Du point P pour centre, & P m pour rayon, on décrira un arc qui coupera l'horiſontale DS au point D, d'où l'on portera l'intervale DS ſur DP en D f, qui donnera leur différence fP, qu'on portera ſur IB en IL.

Par le moyen des deux lignes données IL & PS, on décrira la *Courbe Logarithmique* LOS g R, qui ſervira à trouver autant de points que l'on voudra de la courbe de la chainette, comme on le dira ci-après.

Pour décrire cette Logarithmique, on cherchera une moyenne proportionnelle entre les lignes données IL & PS qu'on placera en KO ſur le mileu K de la diſtance PI.

On cherchera enſuite une troiſiéme proportionnelle G*g* aux lignes KO & PS, qu'on placera en G, faiſant PG égal à PK. On continuera de même en cherchant des moyennes & des troiſiémes proportionnelles aux lignes trouvées, & l'on aura autant de points que l'on voudra de la courbe Logarithmique LOS *g* R, laquelle étant tracée, il n'eſt rien de ſi aiſé que de trouver auſſi autant de points que l'on voudra de la chainette.

On ajoûtera, par exemple, les lignes KO & G*g* qui ſont équidiſtantes du parametre PS, & l'on prendra la moitié de leur ſomme qu'on portera ſur les mêmes lignes en K *x* & G *y*; les points *x* & *y* ſeront ceux que l'on cherche à la circonférence de la chainette.

De même pour trouver les points A & B, s'ils n'étoient pas donnez, on ajoûteroit HR & IL, & l'on porteroit la moitié de leur ſomme ſur les mêmes lignes prolongées, s'il le faut, en HA & IB, ainſi de tous les autres points qu'on peut chercher entre A & *y* & S & *y*, ou entre B & *x* & S & *x*; & par tous les points trouvez on tracera à la main ou avec une regle pliante la courbe A *y* S *x* B, qui eſt celle de la chainette que l'on cherche.

Presentement il faut trouver la maniere de *tracer les coupes des joins de lit des Vouſſoirs de la Voute formée ſur le cintre de la chainette.*

Ce moyen ſe réduit, comme nous l'avons dit au 2[e] Livre, à en trouver les tangentes aux points des diviſions des joins, parce qu'ils leur doivent être perpendiculaires; par ce moyen on trouvera les joins extrémes néceſſaires pour le calcul de la Pouſſée de la Voute.

Par un point donné à la circonférence de la chainette, lui mener une tangente.

Si l'on ſupoſe que la courbe de la chainette a été décrite méchaniquement, & qu'on veüille lui mener une tangente par un point donné, par exemple B, pour avoir la coupe du joint extréme, il faudroit prendre la moitié S *x* B de la chaine qui auroit ſervi à décrire cette courbe, & l'étendre en ligne droite ſur la ligne SD du point S en D où tombera le bout; puis ayant tiré la droite *m* D, on ſera l'angle *m* DP égal à l'angle P *m* D, qui donnera le côté DP, lequel forme avec la ligne DS l'angle PDS; ſi l'on fait ſur la ligne *m* B l'angle *m* BT égal à l'angle PDS, la ligne BT ſera la tangente que l'on cherche.

Si la chainette a été décrite géometriquement, comme nous l'avons enſeigné, on aura ſon parametre SP, auquel, étant prolongé, on menera par le point donné B une perpendiculaire B *m*, qui donnera le

le point m : si de l'intervale P m pour rayon on décrit un arc m D, il coupera la ligne SD, perpendiculaire au même parametre, au point D, & l'on achevera, comme on vient de le dire, en faisant l'angle m BT égal à l'angle PDS ; la ligne BT sera la tangente demandée.

Il ne reste plus qu'à lui mener une perpendiculaire QZ par le point B donné, laquelle donnera la coupe QZ du joint de tête des Voussoirs qui se termineront à ce point, & si c'est le lit de dessous du premier, QZ sera ce point extrême dont il faut avoir la position pour chercher la poussée de la Voute, & *l'épaisseur de ses piédroits*, comme il a été dit aux solutions & constructions précedentes.

PROBLEME IV.

La direction de la Poussée d'une Voute, sa pression ou poussée, & la hauteur du piédroit étant donnez, trouver son épaisseur.

Soit (fig. 228.) ADGFC le piédroit, la tangente LT perpendiculaire au milieu du premier joint AD $=$ b Fig. 228.

La verticale LK abaissée du milieu du joint AD $=$ a

La distance horisontale TK $=$ $=$ c

DJ $=$ KG $=$ d

on trouvera KG par cette Analogie LT. (b) LK (a) : : LD (qui est connuë, parce que c'est la demie épaisseur de la Voute). JD $=$ KG $= \frac{a}{b}$.

Soit aussi FG $=$ x

FO perpendiculaire sur LT $=$ y

FK sera $= x - d$. cela supposé, on aura — LT (b). LK (a) : : AF ($c + d - x$. FO (y) $= \frac{ac + ad - ax}{b}$.

Or nommant, comme ci-devant, la poussée P, & la pesanteur du piédroit p, on doit avoir par le Probleme précedent P $y = \frac{1}{2} p x$, c'est-à-dire $\frac{ac + ad - ax}{b}$ P $= \frac{1}{2} x p$, d'où l'on tire $x = \frac{2ac + 2ad}{2aP + bp}$ P, *ce qu'il falloit trouver.*

Dans cette équation il se trouve une quantité p qui n'est pas directement connuë, mais qui peut l'être, parce qu'elle est une *fonction* de x, c'est-à-dire que sa valeur sera exprimée en x, & en quantitez purement connuës, car le poid du piédroit dépend de la pesanteur spéci-

fique de la matiere dont il eſt conſtruit, & de ſes trois dimentions ; or trois de ces choſes ſont données, & la quatriéme eſt notre x, qui eſt la largeur du piédroit ; l'équation ne renferme donc que des x, & des quantitez connuës, elle devient ſeulement quarrée, ce qui n'empêche pas qu'on n'en puiſſe tirer la valeur de x, ce que l'on va montrer par un exemple.

Soit la hauteur du piédroit, & la partie de Voute au deſſus juſqu'au milieu du joint extréme $(a) = 16$ pieds, $b = 20$, $c = 12$, $d = 1$ pied. Soit la force de la pouſſée P repréſentée par un poid de 288000 liv. Snpoſons qu'un piédroit de pareille matiere que le notre, par exemple, de marbre, & qui ait la même hauteur & la même épaiſſeur, mais qui n'ait qu'un pied de largeur, peſe 3200 liv. le notre en peſera $3200x$, c'eſt-à-dire que p ſera $= 3200x$ liv.

Substituant toutes ces valeurs dans notre équation, elle ſe changera en celle-ci $x = \frac{384 + 82}{9216000 + 64000x} \times 288000 = \frac{572}{144 + x}$, par conſéquent $xx + 144x = 572$, & $x = -72 + 84 = 12$, c'eſt-à-dire que dans notre ſupoſition le piédroit devra être large de 12 pieds.

Autre Solution du même Probleme.

Le défaut d'explication de ce qu'on avoit avancé dans l'extrait de l'Aſſemblée de l'Academie de Montpellier de 1732. *qu'il ne falloit pas s'embarraſſer de la hauteur des piédroits pour trouver leur épaiſſeur par la regle* de M. Daniſy, m'ayant donné occaſion d'en marquer ma ſurpriſe; le ſçavant Academicien m'a fait l'honneur de m'écrire dans quel ſens il l'avoit entendu, & pour me faire voir qu'il étoit en quelque façon fondé à négliger les différences d'épaiſſeurs qui réſultoient des différences de hauteurs, il m'a fait connoître que par l'augmentation de celle qu'il donnoit à ſon piédroit, il comprenoit celles que le calcul pouvoit donner, & afin de m'en convaincre, il m'a envoyé le Probleme ſuivant, dont il ne ſera pas fâché que je faſſe part au Public. Je crois même en cela lui rendre un ſervice pour détourner la mauvaiſe idée que cette circonſtance pourroit donner de ſa regle de pratique.

Pl. 111. *Fig.* 243. Soit (fig. 243.) la hauteur du piédroit DF $= a$
Soit la valeur de la pouſſée $= P$
Sa direction PF
ED épaiſſeur du piédroit $= 2x$
FP ligne de direction de la puiſſance compriſe entre l'extrémité F du piédroit, & la rencontre de la baſe

ED prolongée vers P $= a$
Soit DP $= b$
donc PE $= b - 2x$, & à cause des triangles — semblables PGE, PFD, on aura PF, FD : : PE, EG, c'est-à-dire $a \cdot c : : b - 2x$. EG $= \frac{cb - 2cx}{a}$.

La pesanteur du piédroit étant représentée par le rectangle EF, cette pésanteur égalera $2xc$; & la moitié EH de la base sera x.

Maintenant dans l'état d'équilibre, on aura cette équation $2xxc = \frac{Pbc - 2Pxc}{a}$

donc $x = \sqrt{\frac{Pb}{2a} + \frac{Pp}{4aa}} - \frac{P}{2a} =$ EH moitié de l'épaisseur ED.

Si l'on double les côtez du triangle PFD, la hauteur c deviendra double ; si on triple les côtez du même triangle, la hauteur c deviendra triple, &c. à l'infini, ou la hauteur c deviendra infinie de même que les autres côtez ; donc dans la formule $x = \sqrt{\frac{Pb}{2a} + \frac{Pp}{4aa}} - \frac{P}{2a}$ à la place de a & de b, on pourra substituer $2a$, $2b$; $3a$, $3b$, &c. ∞a, ∞b, donc à une hauteur infinie la formule sera $x = \sqrt{\frac{\infty Pb}{2 \infty a} + \frac{Pp}{4 \infty^2 aa}} - \frac{P}{2 \infty a}$, & négligeant l'infiniment petit du premier ordre $\frac{P}{2 \infty a}$, & l'infiniment petit du second ordre $\frac{Pp}{4 \infty^2 aa}$, on aura $x = \sqrt{\frac{Pb}{2a}}$

En apliquant des nombres à ces deux formules si P $= 100$. $c = 16$ pieds, $b = 12$, $a = 20$, on aura par la formule dans l'état d'équilibre, une base eD de 7 pieds.

Mais si la direction de la poussée avoit toujours été 100, & que la hauteur c eût été supposée infinie, on auroit trouvé pour la valeur de la base 10 pieds 10 pouces ; ainsi avec une augmentation de 3 pieds 10 pouces ; on est assuré que quelque grande que fût la hauteur du piédroit, il ne seroit point renversé par la poussée.

Si la base ED avoit été donnée, & qu'elle fût $2\sqrt{\frac{Pb}{2a}}$, & qu'on eût cherché la hauteur du piédroit, on auroit trouvé pour la valeur de la hauteur $c = \frac{by - by}{2\sqrt{\frac{Pb}{2a}}}$
donc $c = \frac{0}{2\sqrt{\frac{Pb}{2a}}}$ d'où $c = \infty$

Si l'on cherche le raport entre l'épaisseur ED, qui convient à une hauteur infinie, & l'épaisseur eD qui convient à une hauteur déterminée DF, on trouvera que $\overline{ED}^2 . \overline{eD}^2$: : EK . EJ partie de la hauteur comprise entre le point d'apui E du piédroit élevé à l'infini, & la section en J de la direction FP de la puissance P.

D'ou il suit que connoissant l'épaisseur du piédroit supose être élevé à une hauteur infinie, on trouvera aisément toutes les épaisseurs qui conviennent à des hauteurs déterminées dans l'état d'équilibre en cette maniere.

Decrivez une parabole $\epsilon\mu B\theta$E, dont l'axe soit la ligne PE, & le sommet soit E; soit pris ensuite l'ordonnée $\delta\epsilon$ = DE ; du point K extrémité de la hauteur EK déterminée, soit menée la ligne δK du point J, où la direction de la poussée rencontre la ligne EK ; soit mené Jξ parallele à δK; & du point ξ, menant l'ordonnée $\xi\beta$, on fera De = $\xi\beta$, & pour lors De sera l'épaisseur qu'il falloit donner „ au piédroit dans l'état d'équilibre, & toutes les ordonnées qui seront „ comprises entre β & ϵ, seront les épaisseurs qui conviendront depuis „ la hauteur EK jusqu'à la hauteur infinie ; * & toutes les ordonnées „ $\theta\omega$, comprises entre β & E, seront celles qui conviendront à une „ hauteur moindre que EK.

Troisiéme Hypotese.

Que les Voussoirs sont des coins grenus qui ne peuvent glisser les uns sur les autres, mais qui tendent seulement à rouler.

L'Hypotese que les Voussoirs sont des corps polis, n'étant pas exactement vraye, M. Couplet qui avoit examiné ce qui devoit arriver suivant cette suposition dans son premier memoire, en établit une autre dans le second de l'année 1730. que les surfaces des Voussoirs sont tellement grenuës & raboteuses, qu'elles ne peuvent glisser les unes sur les autres, mais seulement rouler au tour de leur apui, ce qui n'est pas non plus conforme à la réalité, car elles peuvent aussi glisser; mais on ne peut se passer de quelque suposition pour établir un rai-

* Puisqu'il est constant que le raport de EK à EJ varie suivant les différentes hauteurs, & que la parabole qui exprime ce raport devient infinie, lorsqu'on supose la hauteur du piédroit telle : il n'est pas clair ni facile à connoître pourquoi M. Danisy en a fixé les limites entre β & ϵ, pour toutes les épaisseurs qui conviennent depuis EK jusqu'à celles qui seront infinies, étant certain que supofant la poussée de la Voute constante, l'interfection EJ qui donne sa direction, varie & augmente toujours.

fonnement, il faut qu'il y ait quelque chofe de connu ou de donné pour en tirer des conféquences.

Suposant donc que les Vouffoirs fupérieurs font feulement effort pour renverfer les inférieurs, & pouffer les piédroits en dehors : M. Couplet réfout deux Problemes, l'un touchant la pouffée horifontale d'une Voute donnée, l'autre touchant la direction de l'effort total des Vouffoirs à un point de la bafe de chaque piédroit.

Comme ces deux Problemes fervent à trouver l'épaiffeur néceffaire aux piédroits pour réfifter à la pouffée des Voutes, je crois devoir en faire mention, & pour ne pas copier le mémoire de M. Couplet qui eft un peu long, & dont l'aplication à l'ufage eft affez difficile par le calcul des chiffres qui réfulte de celui du calcul Algebrique; à caufe qu'il eft chargé d'une grande quantité de fignes radicaux, qui laiffent ordinairement beaucoup de reftes & de fractions, lorfqu'on en exprime la valeur en chiffres : j'en donnerai la conftruction par le feul moyen de la regle & du compas, qui eft à la portée de tout le monde, & exempte de tous ces embarras de calcul.

Quatriéme Solution.

PROBLEME V.

Déterminer la Pouffée horifontale d'une Voute, dont l'intrados & l'extrados font circulaires & concentriques, fans calcul, avec la regle & le compas.

Dans la fupofition que les Vouffoirs font trop grenus pour gliffer les uns fur les autres.

Soit (fig. 229.) la portion de Couronne de cercle BA *b n* MN, le profil d'une Voute en Berceau en plein ceintre, dont le centre eft en C, par où foit élevée la verticale CA par le milieu de la clef, foient les lignes tirées de ce même centre NB & *n b*, les coupes des couffinets, & l'horifontale N *n* menée par les points de ces coupes à la doële, qui coupera la verticale CA au point O. Pl. 110. Fig. 229.

Par le point S, milieu de l'épaiffeur de la Voute à la clef, on tracera un arc SX concentrique à celui de la doële, qui coupera le joint de lit NB au point X.

Par le point M, milieu de la clef à la doële, on menera l'horifontale M *u*, qu'on fera égale à l'arc SX rectifié, & l'on tirera O *u*; par le même point S, on tirera l'horifontale indéfinie SZ.

Soit le centre de gravité de la demie Voute AMNB en P, on menera par ce point la verticale LR, qui coupera l'horisontale SZ au point L, par lequel on menera au point X la ligne LX : la même verticale LR coupera l'horisontale menée par le point X au point R.

On portera donc RX de O en d, par où on tirera dt parallele à M u.

2°. On prendra l'épaisseur AM de la Voute, avec laquelle pour rayon, & du point B pour centre, on décrira un arc qui coupera l'arc XS au point i par où on tirera i C, & par le point X, on menera une parallele à B i, qui coupera i C au point y.

3°. On portera sur la base horisontale E e la longueur de l'arc MN rectifié de Y en k, & l'on tirera k X ; ensuite on portera la ligne X y de Y en d, & l'on tirera $d\,z$ parallele à k X, qui coupera XY en z ; la ligne z Y sera une 4e proportionnelle à la hauteur du piédroit, à l'arc MN & à la ligne Y d.

Fig. 233. 4°. On portera dans une figure à part la ligne ZY en l, & l'épaisseur de la Voute AM en m, & l'on décrira le demi cercle, dans lequel on aura la moyenne proportionnelle t.

5°. On trouvera de même une moyenne proportionnelle q entre la ligne $d\,t$, & le double de l'épaisseur m.

On fera dans une figure aussi à part un triangle rectangle, dont un des côtez sera la ligne q, & l'autre la ligne t ; on tirera l'hypotenuse sur laquelle on fera un second triangle rectangle, qui aura pour côté la ligne trouvée l ; l'hypotenuse x sera l'épaisseur du piédroit que l'on cherche.

6°. Enfin on tirera la racine de la somme des quarrez l^2, t^2, q^2, en faisant deux triangles rectangles, comme l'on voit à la fig. 135. de laquelle, en ôtant la ligne l, on aura l'épaisseur du piédroit qu'il falloit trouver.

Démonstration.

On menera LX au milieu du coussinet, & par le point X la ligne XR parallele à LT, & enfin RT parallele à LX. Cette préparation étant faite, M. Couplet termine sa recherche par cette proposition : *La pésanteur de la demie Voute est à l'effort horisontal, comme* LR est à RX, par le moyen de laquelle il trouve en termes Analitiques l'effort horisontal qui se fait suivant $RX = \frac{2arm + am^2}{2dr} \times \sqrt{2dr - d^2} - \frac{6mr^2 \cdot 6m^2 \cdot 2m^3}{6r - 3m}$

dont je cherche une expreſſion abregée pour la conſtruire ; pour cet effet ſoit fait $r . \frac{r + m}{2} :: \sqrt{2dr - d^2} . \frac{2r + m}{2r} \times \sqrt{2dr - d^2}$,

c'eſt-à-dire NC . CX :: NO . QX,

parce que NO eſt moyen proportionnel entre le rayon prolongé plus OC, & la fléche MO, c'eſt-à-dire entre $2r - d$ & d ; ainſi QX $= \frac{2r + m}{2r} \times \sqrt{2dr - d^2}$, & ſi de QX on retranche RQ $=$ Pp $= \frac{6dr^2 + 6drm + 2dm^2}{6ar + 3am}$ on aura RX $= \frac{2r + m}{2r} \times \sqrt{2dr - d^2} - \frac{6dr^2 - 6drm + 2dm^2}{6ar + 3am}$, que j'apelle h pour abreger, & multipliant h & ſa valeur par $\frac{am}{d}$ on aura $\frac{amh}{d} = \frac{2arm + am^2}{2dr} \times \sqrt{2dr - d^2} - \frac{6mr^2 - 6rm^2 - 2m^3}{6r + 3m}$ qui eſt la pouſſée horiſontale cherchée.

Il faut donc exprimer $\frac{amh}{d}$, pour cela il faut faire le triangle MOu, dans lequel MO $= d$, Mu $=$ à l'arc AN $= a$. On portera de O en d la grandeur RX $= h$, & par le point d on tirera dt parallele à Mu ; la ligne dt fera $= \frac{ab}{d}$ car MO . Mu :: pO ou RX . pt.

$d . a :: h . \frac{ah}{d}$ que je nomme s ;

cette valeur de S $\times$ m ſuffit pour la conſtruction du Probleme ſuivant.

PROBLEME VI.

Dans l'hypoteſe des Vouſſoirs grenus, trouver ſans calcul la baſe EF *du piédroit telle que l'effort compoſé de la péſanteur de la Voute, de la Pouſſée horiſontale, & de la péſanteur du même piédroit, ſoit dirigée vers un point quelconque, donné* H *de ladite baſe* EF.

M. Couplet régarde le trapeze BIFN comme un parallelograme, dont la hauteur eſt GV moyenne entre BI & NF, non ſeulement pour abreger le calcul, mais encore pour d'autres raiſons.

Soit donc la hauteur moyenne VG du piédroit	$= p$
la baſe IF du trapeze	$= q$
le trapeze étant regardé comme parallelograme, ſera	$= pq$
ſoit la baſe entiere EF du piédroit	$= x$
la baſe EI de ſon talud ſera	$= x - q$

Si l'on fait la hauteur BI $=$ VG $= p$, on aura la ſurface du talud

BIE $= \frac{px - pq}{2}$. ces deux ſurfaces, celle du parallelograme, & celle du talud, exprimeront la péſanteur du piédroit.

Maintenant ſoit le point d'apui H placé de maniere que l'on ait EF . EH :: f . g, l'on aura EH $= \frac{gx}{f}$; comme la péſanteur du parallelograme eſt réünie à ſon centre de gravité ou ſon milieu K; elle eſt apliquée au bras du levier HG $= x - \frac{q}{2} - \frac{gx}{f}$, ainſi $pq \times x - \frac{q}{2} - \frac{gx}{f}$ ſera l'énergie de cette partie du piédroit, de même ſi l'on multiplie la péſanteur $\frac{px - pq}{2}$ par ſon bras de levier HZ $=$ EZ $-$ EH $= \frac{2x - 2q}{3} - \frac{gx}{f}$, le produit ſera l'énergie de l'autre partie; & ſi l'on ajoûte enſemble l'énergie de l'une & l'autre partie, leur ſomme abregée & réduite $\frac{2px^2 + 2pqx - pq^2}{6} - \frac{pqgx - pgx^2}{f}$, ſera l'énergie du piédroit entier ſur le point d'apui H.

L'Energie de l'effort vertical de la Voute eſt égale au produit de la péſanteur de la Voute par ſon bras de levier HY $=$ HF $-$ YF, mais HF $=$ EF $-$ EH $= x - \frac{gx}{f}$, & l'on peut pour abreger faire YF $= \frac{m}{2}$, donc le levier HY $= x - \frac{gx}{f} - \frac{m}{2}$, & la péſanteur de la Voute $= \frac{2amr + am^2}{2}$, pour en abreger l'expreſſion, on peut faire $r \,.\, r + \frac{m}{2} :: m \,.\, \frac{2rm + m^2}{2r}$ que je nomme c, par conſéquent $ac = \frac{2amr + am^2}{2r}$ lequel multiplié par $x - \frac{gx}{f} - \frac{m}{2}$, donne $acx - \frac{acgx}{f} - \frac{acm}{2}$ pour l'énergie de l'effort vertical.

Si l'on multiplie l'effort horiſontal de la Voute que nous avons trouvé dans le Probleme précedent $= ms$ par ſon bras de levier p, mps exprimera l'énergie de l'effort horiſontal, & comme l'effort vertical ſert à affermir le piédroit, & que l'effort horiſontal tend à le renverſer. Si l'on retranche l'énergie de l'effort vertical de la Voute de celle de ſon effort horiſontal, le reſte ſera la veritable énergie que la Voute employe pour renverſer le piédroit ſur ſon point d'apui H, & ce reſte $mps - acx + \frac{acgx}{f} + \frac{acm}{2}$; qui doit être égale à l'énergie du piédroit ſur ce point d'apui pour faire équilibre, on a donc cette équation

$$\frac{2px^2 + 2pgx - pq^2}{6} - \frac{pqgx - pgx^2}{2f} = mps - acx + \frac{acgx}{f} + \frac{acm}{2}$$

dans

dans laquelle si l'on substituoit à la place de s & de a leur valeur, on auroit la même équation que celle de M. Couplet, qui ne paroit pas si commode à construire que celle-ci.

PRENANT donc l'équation $2px^2 + 2pqx - pq^2 - \frac{pqgx - pgx^2}{2f}$ $= mps - acx + \frac{acgx}{f} + \frac{acm}{2}$, multipliant l'un & l'autre membre par $6f$, elle devient

$$2fpx^2 + 2fpqx - fpq^2 - 3pqgx - 3pgx^2 =$$

$= 6fmps - 6acfx + 6acgx + \frac{3afcm}{2}$ supposant $g = o$, & alors le point d'apui est à l'extrémité E ; elle se reduit à

$$2px^2 + 2pqx - pq^2 = 6mps - 6acx + 3acm$$

Ordonnant l'équation on a

$$\begin{aligned} 2px^2 + 2pqx &- pq^2 \\ + 6acx &- 6mps = o \\ &- 3acm \end{aligned}$$

Divisant par $2p$ elle est

$$\begin{aligned} x^2 + qx &- \frac{q^2}{2} \\ + \frac{3acx}{p} &- \frac{3acm}{2p} = o \\ &- 3ms \end{aligned}$$

faisant $\frac{1}{3}p \quad c = a$, $\frac{3ac}{p} = l$ (fig. 235.) elle devient

$$\begin{aligned} x^2 + qx &- \frac{q^2}{2} \\ + lx &- 3ms = o \\ &- \frac{3lm}{2} \end{aligned}$$

ce qui donne en faisant $q + l = n$

$$\begin{aligned} x^2 + nx - \frac{q^2}{2} &= o \\ - 3ms & \\ - \frac{3lm}{2} & \end{aligned}$$

Ajoutant de part & d'autre le quarré de la moitié du coefficient du second terme, & transposant

$$x^2 + nx + \frac{n^2}{4} = \frac{n^2}{4} + \frac{q^2}{2} + 3ms + \frac{3lm}{2}$$

extrayant la racine quarrée de part & d'autre

$x + \frac{n}{2} = \sqrt{\frac{n^2}{4} + \frac{q^2}{2} + 3ms + \frac{3lm}{2}}$, & enfin

$$x = \sqrt{\frac{n^2}{4} + \frac{q^2}{2} + 3ms + \frac{3lm}{2}} - \frac{n}{2}$$

Dont la conftruction fe fait en cherchant entre $3m$ & s, une moyenne proportionnelle AC (fig. 232.) une autre moyenne proportionnelle AB entre $3m$ & $\frac{l}{2}$ (même figure.)

Si l'on porte la ligne AB de A en D, la ligne CD fera $= \sqrt{3ms + \frac{3lm}{2}}$ enfuite fi l'on éleve de D en H, la perpendiculaire $DH = \sqrt{\frac{q^2}{2}}$, on tirera CH qui fera $= \sqrt{\frac{q^2}{2} + 3ms + \frac{3lm}{2}}$, on tirera de plus fur le point H la perpendiculaire $HI = \frac{n}{2} = \frac{l + q}{2}$, la ligne CI fera égale à $\sqrt{\frac{n^2}{4} + \frac{q^2}{2} + 3ms + \frac{3lm}{2}}$, fi l'on rétranche IH de CI, le refte CK fera $= x$ *que l'on cherche.*

Pour fuivre le Probleme, & diriger l'effort compofé de la Voute
Fig. 229. vers le point H de la bafe, reprenons l'équation $2fpx^2 + 2fpqx - fpq^2 - 3pqgx - 3pgx^2 = bfmps - bacfx + bacgx + 3acfm$; ordonnant l'équation par raport à $2fpx^2$, parce que je fupofe $f > g$, par exemple,

$f = 3 . g = 1$ elle eft

$$\begin{array}{l} 2fpx^2 + 2fpqx - fpq^2 \\ - 3pgx^2 - 3pqgx - 6fmps = 0 \\ \quad + 6acfx - 3acfm \\ \quad - 6acgx \end{array}$$

Mettant à la place de f & g leur valeur, elle devient

$$\begin{array}{l} 3px^2 + 3pqx - 3pq^2 \\ \quad + 12acx - 18mps = 0 \\ \quad\quad - 9acm \end{array}$$

Divifant par $3p$, elle eft

$$\begin{array}{l} x^2 + qx - q^2 \\ \quad + \frac{4acx}{p} - 6ms = 0 \\ \quad\quad - \frac{3acm}{p} \end{array}$$

qui ne differe que très peu de la précedente, & dont la conftruction eft prefque la même; c'eft pourquoi il fuffit d'en indiquer la maniere: faifant donc $p . a :: c . \frac{ac}{p} = l$

on aura $x^2 + qx - q^2$
$+ 4lx - 6ms = 0$
$- 3lm$

faiſant encore $q + 4l = n$, elle ſe réduit à

$x^2 + nx - q^2$
$- 6ms = 0$
$3lm$

ajoûtant de part & d'autre $\frac{n^2}{4}$, & tranſpoſant

$x^2 + nx + \frac{n^2}{4} = q^2 + 6ms + 3lm + \frac{n^2}{4}$

tirant la racine quarrée $x + \frac{n}{2} = \sqrt{q^2 + 6ms + 3lm + \frac{n^2}{4}}$

tranſpoſant $x = \sqrt{q^2 + 6ms + 3lm + \frac{n^2}{4}} - \frac{n}{2}$.

Pour exprimer cette racine, il faut chercher une moyenne proportionnelle entre $6m$ & s, une autre entre $3m$ & l, & tirer la racine de la ſomme de ces quarrez en retranchant $\frac{n}{2}$, le reſte ſera la valeur de x *que l'on cherche.*

Si l'on vouloit conſerver les grandeurs f & g données, il faudroit ſuivre la même voye, ce qui eſt très facile.

Enfin ſi l'on vouloit que le piédroit fût ſans talud, & que l'effort de la Voute fût dirigé vers l'extrémité E, alors la péſanteur du piédroit exprimée par ſon profil, c'eſt-à-dire par la ſurface de ſa coupe, ſeroit le trapeze E 7 NF égale à ſa hauteur, multipliée par ſa baſe $= px$, & l'énergie du piédroit, pour réſiſter à l'effort de la Voute, ſeroit px multipliée par la moitié de la baſe EF $= \frac{1}{2} px^2$.

L'Energie de l'effort horiſontal ſeroit toujours $= mps$; l'énergie de l'effort vertical égale au produit de la péſanteur de la Voute par ſon bras de levier, qui ſeroit alors EF — YF $= x - \frac{m}{2}$ ſeroit $= acx - \frac{acm}{2}$ & l'équation ſeroit $\frac{1}{2} px^2 = mps - acx + \frac{acm}{2}$, multipliant l'un & l'autre membre par 2, & diviſant par p, elle devient $x^2 = 2ms - \frac{2acx}{p} + \frac{acm}{p}$ & l'ordonnant elle eſt $x^2 + \frac{2acx}{p} = 2ms + \frac{acm}{p}$ faiſant $p . a :: c$ $\frac{ac}{p}$ que je nomme l, elle ſe réduit à $x^2 + 2lx = 2ms + lm$

ajoûtant l^2 de part & d'autre on a

$x^2 + 2lx + l^2 = l^2 + 2ms + lm$, dont la racine eſt

$x + l = \sqrt{l^2 + 2ms + lm}$, & enfin

$x = \sqrt{l^2 + 2ms + lm} - l$

Cette formule donne la conſtruction décrite ci-devant.

RECHERCHES

Pour une nouvelle Solution ſans aucune Hypoteſe, mais ſeulement par des conſéquences tirées de l'expérience des fractures de Voutes compoſées de Vouſſoirs aſſemblez ſans aucune liaiſon que celle de leur coupe, poſées ſur des piédroits trop foibles.

On a dit ci-devant que l'expérience des fractures des Voutes de maçonnerie de moilons ou de briques qui ont fait corps, nous faiſoit voir qu'elles ſe fendoient ordinairement vers le milieu des Reins, lorſque les piédroits étoient trop foibles ; il n'en eſt pas de même des Voutes de pierres de taille, dont les Vouſſoirs ſont ſans liaiſon. M. Daniſy a fait ſur cela pluſieurs expériences avec des modeles de petites Voutes, pour connoître où ſe font les ouvertures des fractions des Voutes au moment de leur deſtruction, lorſque les piédroits cedent à l'effort de leur *Pouſſée* par trop de foibleſſe, ou lorſqu'étant de force ſuffiſante pour y réſiſter, on charge la Voute de quelque nouveau poid, qui en augmente la pouſſée au point de renverſer les piédroits : comme ces expériences ſont curieuſes, & qu'elles peuvent être utiles pour la recherche de la ſolution du Probleme dont il eſt queſtion, je vais les raporter telles qu'elles ſont dans l'Extrait de l'Aſſemblée publique de l'Academie de Montpellier en 1732.

1°. Il fit faire une petite Voute de plâtre en plein ceintre compoſée de ſept Vouſſoirs, telle qu'elle eſt repréſentée à la fig. 235. dont la baſe des piédroits LM, *l m* n'étoit guére plus grande que celle qu'ils auroient dû avoir dans l'état d'équilibre ; ayant chargé la clef d'un petit poid, la Voute ſe fendoit aux deux joins GI, *g i* vers l'intrados, & aux joins EF, *e f* des premiers Vouſſoirs de la retombée, tandis que les deux autres Vouſſoirs BC & *b c* étoient ſerrez les uns contre les autres, comme s'ils n'avoient été que d'une ſeule piece de même que les piédroiss H, *h* aves les retombées A, *a*.

Fig. 235.

De cette expérience, il a tiré le moyen de trouver la quantité de Vouſſoirs qui demeurent comme colez enſemble, en menant du ſommet du joint de la clef G ou *g*, une tangente à l'arc de la doële GF, ou *g f*, tous les Vouſſoirs qu'elle traverſe ne ſe ſéparent point au moment des fractures.

La raiſon en eſt ſans doute qu'il n'y a point d'interruption de vuide entre le point d'apui ſupérieur G, & l'inférieur F.

C'est ainſi que M. Couplet a démontré au mémoire de 1730. dont on a parlé ci-devant ; qu'en ſupoſant que les Vouſſoirs ne puiſſent point gliſſer les uns contre les autres, la Voute ne caſſera point ſi la corde AB de la moitié de l'extrados ne coupe point l'intrados, mais qu'elle ſe trouve dans l'épaiſſeur de la Voute, comme à la fig. 241. *Fig.* 241.

La raiſon eſt que la charge du ſommet A, telle qu'elle puiſſe être, communiquera directement ſans interruption au couſſinet B, ſuivant la ligne droite AFB qui ſe trouve dans l'épaiſſeur de la Voute.

Mais s'il y a de l'interruption dans la direction, comme ſi l'arc de doële paſſoit en D, il eſt clair que la charge A pouſſant en AD, & la réſiſtance du piédroit en BD, l'angle ADB peut s'ouvrir, par conſéquent il peut s'y faire une fraction.

La même raiſon prouve qu'il ne pourra s'en faire entre les points A & D, B & D, parce que la communication de la charge au point de réſiſtance eſt directe ; de ſorte que les Vouſſoirs qui ſont entre deux ne doivent pas ſe ſéparer.

D'ou je tire une conſéquence que le point d'apui L du piédroit étant donné, on peut déterminer quelle eſt la quantité de Vouſſoirs des premieres rétombées qui demeureront collées au piédroit au moment de la fraction, car ſi l'on tire du point L une tangente à l'arc de la doële, ſi elle le touche en F, il ne ſe fera point de fraction dans l'intervale LF, par conſéquent le Vouſſoir A, & pluſieurs autres s'il y en a, reſteront colez au piédroit H. *Fig.* 235.

La ſeconde expérience de M. Daniſy, qui eſt du nombre de celles qu'il fit voir à l'Aſſemblée publique en 1732. ſe fit ſur cinq petits modeles d'Arceaux, dont l'un étoit en plein ceintre compoſé de quinze Vouſſoirs, tel qu'on l'a repréſenté à moitié à la fig. 236. l'ayant chargé ſur la clef, il s'ouvrit comme le précedent aux deux côtez de cette clef en dedans & en dehors des joins du deſſus du 2e 3e & 4e Vouſſoirs ; de ſorte qu'il ſe faiſoit trois ouvertures aux Reins au lieu d'une ſeule qu'on voyoit dans l'arceau précedent, ce qui rend la recherche de la pouſſée plus difficile, parce qu'elle eſt compoſée du plus de parties, dans leſquelles on ne trouve plus les points d'apuis à la doële & à l'extrados, mais ſeulement du ſeul côté de la doële où les leviers tirez de l'un à l'autre étant multipliez, ſe confondroient avec l'arc de cercle, ce qui peut mener un ſcrutateur fort loin.

Le second modele qu'il montra à l'Assemblée étoit de 16 Voussoirs surmonté & sans clef, c'est-à-dire dont le sommet étoit traversé par un joint, en sorte que les Voussoirs étoient en nombre pair de 8 de chaque côté. Cet arceau s'ouvrit en dedans en une seule fente au milieu, & en trois autres à chaque côté de suite en dehors des Reins, de même que le précedent ; la premiere de ces fentes étoit au lit de dessus du second Voussoir, de sorte qu'il en restoit deux colez au piédroit comme à l'arceau précedent en plein ceintre de 15 Voussoirs.

Fig. 238.

Le troisiéme modele d'arceau étoit surbaissé composé de 13 Voussoirs ; il s'ouvrit comme le premier & le second aux deux joints de la clef, & en deux fentes à chaques Reins, l'un au lit de dessus, l'autre au lit de dessous du 3[e] Voussoir, & il en restoit deux de chaque côté collez au piédroit comme dans les deux arceaux précedens.

Fig. 237.

Et pour montrer que les Voutes ne se fendoient pas constamment aux mêmes endroits, mais selon qu'elles étoient plus ou moins chargées d'un côté que de l'autre ; il fit voir un quatriéme modele, qui étoit un arc rampant de 18 Voussoirs ; celui-ci s'ouvrit à l'extrados aux lits de dessus & de dessous du 3[e] Voussoir de la naissance inférieure, & à l'intrados entre le 7[e] & 8[e] Voussoir, & enfin à l'extrados du lit de dessus du 4[e] Voussoir de la naissance supérieure, lesquels quatre Voussoirs, étant plus minces que ceux de la naissance inférieure, n'occupoient à la doële qu'un intervale à peu près égal à celui des deux de l'autre imposte.

Fig. 239.

Le cinquiéme & dernier modele que M. Danisy fit voit, étoit une plate-bande de 9 clavaux, qui ne s'ouvrit qu'aux deux joints de la clef en dessous comme à toutes les Voutes qui n'étoient pas rampantes, & en dehors entre le sommier & le premier clavau.

Fig. 240.

M. Danisy fit ensuite voir par une expérience que plus la clef est large moins la poussée de la Voute est grande : car si l'on substitue à trois ou à plusieurs Voussoirs une seule clef qui occupe tout l'intervale qu'ils remplissoient, & qui soit égale à leur somme, on verra que la Voute qui n'auroit pû se soûtenir après avoir un peu diminué de la force des piédroits, se soûtiendra cependant encore lorsqu'on y aura mis cette clef, quoiqu'elle soit aussi pésante que l'étoient les Voussoirs, non dans l'état d'équilibre, mais lorsqu'ils surpassoient la résistance des piédroits.

D'ou l'on tire naturellement une conséquence que nous avons établie ci-devant pour une chose constante, que si la Voute étoit toute d'une piéce, la poussée déviendroit nulle.

221. 222. 223. 224. 225.

226. 227. 228.

229. 230.

232. 234. 233. 235.

$\frac{3ac}{p} = l$

$\frac{1}{3}p$

Apres avoir fait des expériences fur les fractions des Voutes, M. Danify en fit fur celles de leurs piédroits, lorfqu'ils étoient trop foibles pour réfifter à la pouffée des Vouffoirs ; il produifit un modele de Voute dont les piédroits étoient de plufieurs pieces, par le moyen duquel il fit voir que lorfque les piédroits font foibles & fort hauts, ils ne fe féparent pas toujours au rez-de-chauffée, mais qu'ils fe fendent entre le rez-de-chauffez & l'impofte ; d'où il conclut que fi les piédroits doivent fe fendre vers le milieu, il faut que le contre-fort dont on le fortifie foit élevé au deffus de ce point, la chofe eft claire, mais il n'eft pas fi aifé qu'il eft dit dans l'extrait dont je parle de déterminer precifément cet endroit, du moins je n'en fens pas la facilité, parce que l'Auteur nous a caché les moyens de l'apercevoir.

Je crois au contraire qu'elle n'eft facile à déterminer que lorfque la hauteur du contre-fort eft donnée, parce que fon fommet fert d'apui à la partie fupérieure du piédroit, au moment que la pouffée de la Voute commence à le faire furplomber du côté du contre-fort, en le faifant taluder en dedans ; alors la partie rompuë comprife entre l'impofte & la fracture du piédroit, peut être confiderée comme un levier qui s'apuie fur le fommet du contre-fort, lequel levier étant pouffé par le bout de l'impofte en dehors, eft repouffé par l'autre bout en fens contraire au dedans des piédroits.

De toutes ces expériences M. Danify a tiré une regle pour déterminer l'épaiffeur néceffaire à la bafe des piédroits qui font à plomb par dedans & par dehors, pour qu'ils ne foient pas renverfez par l'effort de la pouffée de la Voute, dans laquelle regle il n'a aucun égard à la hauteur des piédroits, parce qu'il les fortifie plus qu'il n'eft néceffaire, crainte que *quelque accident ne renverfe* ceux qui feroient faits *fuivant la rigueur du calcul*, auffi ne la donne-t'il pas pour être *dans la rigueur Géometrique*, mais feulement parce qu'elle lui *femble commode dans la pratique* pour les Ouvriers, en ce qu'elle *ne demande d'autre connoiffance que les regles ordinaires de l'Arithmétique, l'extraction de la racine quarrée & le toifé.*

Apres ce préliminaire on ne doit pas être furpris qu'il ait dit qu'en fuivant fa regle *il ne faut pas s'embarraffer de la hauteur que les piédroits doivent avoir.* Le Probleme dont il m'a fait part, & que j'ai donné ci-devant, prouve évidemment qu'il n'eft pas du fentiment que la hauteur d'un piédroit n'influë en rien fur l'épaiffeur qu'il doit avoir pour réfifter à une pouffée conftante, il s'explique même clairement fur cette regle dans la lettre qu'il m'a fait l'honneur de m'écrire.

„ J'y ai pris (dit-il) certaines licences qui pourroient vous faire „ juger que je me suis trop écarté de la rigueur Géometrique, je dois „ vous avertir que j'ai cru devoir le faire ainsi en faveur des Ouvriers „ qui préferent des pratiques aisées, quoique moins Géometriques, „ aux méthodes plus exactes. C'est dans cette idée qu'il a aparemment suprimé l'effort vertical pour fortifier le piédroit au-delà du nécessaire, & qu'il confond dans l'usage, les inégalement sur-baissez, ou plus ou moins sur-haussez sur un même diametre horisontal.

Si l'on est curieux de voir cette regle qui n'est susceptible d'aucune démonstration par toutes ces raisons, la voici tirée mot à mot de l'Extrait cité.

Fig. 235. „ Elle consiste à mener en quelque part de la ligne oblique GF, „ une ligne à plomb GI, & une horisontale FI pour avoir le trian- „ gle FIG. On toisera ensuite la surface FE *ef* avec celle des murs „ qui sont bâtis sur cet arc FE *ef*; on en multipliera la moitié par la „ ligne horisontale FI; on divisera le produit par le double de l'obli- „ que FG, & on tirera ensuite la racine quarrée du quotient.

„ Pour les plate-bandes, on prendra ce nombre *la* trois fois, pour „ les arcs surbaissez deux fois & demi, pour les arcs en plein cintre „ deux & un quart, & pour les surmontez deux fois, & ce sera „ l'épaisseur que M. Danisy estime qu'il faut donner aux piédroits des „ Voutes pour une parfaite solidité, *sans s'embarrasser de la hauteur que* „ *ces piédroits doivent avoir.*

En voici la construction avec la regle & le compas.

Fig. 242. „ Apres avoir tracé sur un mur, ou en petit sur le papier, l'épure „ de l'arceau ABCDE, les Ouvriers diviseront cet arceau en deux „ également par la ligne KM à plomb, qu'ils prolongeront jusqu'en „ L, qui rencontre le plus haut GH du mur FGHI qui est soûtenu „ par l'arceau de l'extrémité C de la clef à l'extrados, & du point „ d'atouchement N, ils meneront la ligne NO; ils feront PL paral- „ lele à NC, & par le point O abaisseront la perpendiculaire OQ „ sur l'oblique PL; il faudra ensuite porter la ligne OQ de A en R „ sur l'horisontal FI; il faudra encore porter de A en T la partie PS „ moitié de PM, & par le point V milieu de RT, décrire avec une „ ouverture de compas égale à RV, le demi cercle RXT, par le point „ A mener la ligne à plomb AX, & ce sera cette longueur AX qu'on „ prendra trois fois pour les plate-bandes, deux fois & demi pour „ les arcs surbaissez, deux & un quart pour ceux à plein ceintre, „ & deux fois pour les Gothiques ou à tiers-point; si on porte cette valeur

„ valeur de A en F, AF sera l'épaisseur qu'on peut donner au piédroit,
„ & quoiqu'on pût absolument la donner moindre, c'est toûjours
„ hazarder, & il vaut beaucoup mieux les faire trop forts que trop
„ foibles.

Quoique les expériences dont on vient de parler ne paroissent pas suffisantes pour fournir les moyens d'en tirer une regle générale pour la poussée des Voutes, voici ce qu'on pourroit tirer de celle de la fig. 235. où la Voute en plein ceintre ne s'est ouverte qu'aux deux côtez de la clef & aux deux reins, où l'on verra que l'équation qui en résulte est différente de celle qui semble avoir donné la construction de la regle de M. Danisy.

PROBLEME VII.

Trouver l'épaisseur nécessaire aux piédroits d'une Voute, qui ne doit se fendre qu'en quatre endroits, au moment de sa destruction, comme celle de la fig. 335. suivant l'expérience. *Fig.* 335.

Soient nommées les données FI $= a$

GI $= b$

FG $= d$

la ligne LZ tirée perpendiculairement du point L sur FI prolongée $=$ FM $= h$

LM $= x$

supposons la pésanteur du piédroit exprimée par la surface du rectangle MZ $= hx$

Pour réduire les deux efforts N & I en un seul, il faut multiplier le poid de la moitié de la clef, & celui de la partie FEGI de la Voute, chacun par sa distance du point F, & diviser le produit par la somme de ces deux poids; le quotient donne le point C sur la ligne FG dans quelque endroit qu'il puisse être.

Soient nommez ces deux poids, qui seront justement la pésanteur de la moitié de l'arc FE $ef = q$, soit tiré du point C la ligne CQ parallele à GI.

Il n'est pas nécessaire dans la pratique de faire cette opération, comme on le verra dans la suite, mais il faut la supposer faite pour résoudre le Probleme par Analyse.

Le poid q multiplié par CF exprime l'effort de la péſanteur de la moitié de l'arc FE ef, ſuivant la direction oblique CF.

Cet effort $q \times$ CF ſe décompoſe en deux autres, dont l'un eſt horiſontal ſuivant FQ, & l'autre vertical ſuivant CQ, parce que CF peut être regardée comme la diagonale d'un parallelograme, dont FQ & CQ feroient les côtez.

Il ſe décompoſe de façon que l'effort total $q \times$ CF au point F, doit être égal à l'effort horiſontal & à l'effort vertical pris enſemble, & réünis au même point F, & que ces trois efforts doivent être entre eux comme les lignes CF, FQ, CQ.

Ces deux conditions ſont remplies en exprimant l'effort total par $q \times CF$, l'horiſontal par $q \times \frac{\overline{FQ}^2}{CF}$, le vertical par $q \times \frac{\overline{CQ}^2}{CF}$, où l'on voit que ces trois efforts conſervent le raport demandé, & que l'effort total eſt égal aux deux autres, à cauſe du triangle rectangle CQF qui donne $\overline{CF}^2 = \overline{FQ}^2 + \overline{CQ}^2$

Mais les triangles ſemblables FQC, FIG, donneront CF, FQ, CQ = GF, FI, IG, mettant donc à la place de CF, FQ, CQ, leurs proportionnelles GF, FI, IG; les expreſſions précedentes deviendront $q \times GF . q \times \frac{\overline{FI}^2}{GF} . q \times \frac{\overline{GI}^2}{GF}$, dans leſquelles les mêmes rélations ſont obſervées.

A preſent ſi l'on conſidere que l'effort horiſontal, agiſſant contre le levier LF au point F pour le faire tourner ſur le point L du côté de Z, eſt apliqué au bras du levier LZ, ſon énergie ſera =

$q \times \frac{\overline{FI}^2}{GF} \times LZ = q \times \frac{a^2}{d} \times b = \frac{a^2 q b}{d}$

Cette énergie tend à renverſer le piédroit.

L'Effort vertical au contraire tend à affermir le piédroit, & agiſſant en F pour faire tourner le levier LF ſur le point L du côté de M, il eſt apliqué au bras du levier LM; ſon énergie ſera donc.

$q \times \frac{\overline{GI}^2}{GF} \times LM = q \times \frac{b^2}{d} \times x = \frac{b^2}{d} q x.$

La différence de l'effort horiſontal, qui renverſe le piédroit à l'effort vertical qui l'aſſure, eſt donc preciſément la force reſtante pour agir

contre le piédroit ; cette force eſt $\frac{a^2 qb}{d} - \frac{b^2 qx}{d}$.

Le piédroit pour lui réſiſter opoſe ſon effort, & cet effort eſt égal au produit de ſon poid par la perpendiculaire abaiſſée du point L ſur la direction du centre de gravité, il eſt donc $hx \times \frac{1}{2}$ LM $= \frac{1}{2} hx^2$.

Pour entretenir l'équilibre, l'effort du piédroit doit être égal à celui qui lui eſt contraire, d'où réſulte cette équation $\frac{1}{2} h x^2 = \frac{a^2 qb}{d} - \frac{b^2 qx}{d}$.

Multipliant l'un & l'autre membre par 2, & tranſpoſant pour l'ordonner, elle devient $hx^2 + \frac{2b^2}{d} qx = \frac{2a^2 qb}{d}$.

Diviſant par h, elle eſt $x^2 + \frac{2b^2 qx}{dh} = \frac{2a^2 q}{d}$.

Ajoûtant de part & d'autre l'équerre de la moitié du coefficient du ſecond terme, elle ſe change en $x^2 + \frac{2b^2 qx}{dh} + \frac{b^4 q^2}{d^2 h^2} = \frac{b^4 q^2}{d^2 h^2} + \frac{2a^2 q}{d}$

dont la racine eſt $x + \frac{b^2}{dh} q = \sqrt{\frac{b^4}{d^2 h^2} q^2 + \frac{2a^2 q}{d}}$

Cette formule enſeigne qu'il faut prendre la ſurface de l'arc FEef, multiplier ſa moitié par la quatriéme proportionnelle à FG & à GI, diviſer ce ſecond produit par le quarré de la hauteur du piédroit, ajoûter ce quotient au produit formé ſuivant la premiere regle, & tirer la racine quarrée de cette ſomme.

Et enfin retrancher de cette racine le produit de la ſurface de la moitié de l'arc FEef, par la quatriéme proportionnelle à FG & à GI diviſé par la hauteur du piédroit.

Ce qui reſte eſt l'épaiſſeur qu'il faut donner aux piédroits d'une Voute à plein ceintre, dont les Vouſſoirs ſont en nombre impair.

Si l'on fait attention à la conduite que l'on a tenuë pour réſoudre ce Probleme, on remarquera aiſément que l'on a décompoſé l'effort total de la Voute ſur le point où ſe fait l'ouverture aux Reins en deux autres, dont l'un eſt horiſontal & l'autre vertical ; que l'horiſontal ſe fait ſuivant FI, ligne compriſe entre le point de rupture & la verticale abaiſſée de l'extrémité de la clef ; que le vertical ſe fait ſuivant GI, ligne verticale abaiſſée de l'extrémité de la clef juſqu'à la rencontre de l'horiſontale ; que ces deux efforts ſont comme les deux lignes FI, GI, & enfin que l'effort horiſontal tend à renverſer le piédroit, & le vertical à l'affermir.

Corollaire I.

D'ou il suit que plus la clef est large, moins la poussée de la Voute est grande, parce que dans ce cas la ligne FI diminuë plus à proportion que la ligne GI, c'est-à-dire que l'effort horisontal devient moindre à proportion que le vertical.

Corollaire II.

2°. Que la pésanteur de la Voute, la clef, la distance & la hauteur des piédroits restant les mêmes, l'effort horisontal ne change plus, qu'il n'y a que le vertical qui varie selon que la Voute differe plus ou moins de celle en plein ceintre, c'est-à-dire selon que l'arc est surbaissé ou sur-haussé; que dans les surbaissez l'effort vertical qui agit pour le piédroit étant moindre, les piédroits demandent plus d'épaisseur, & au contraire les sur-haussez en demandent moins.

Le défaut d'explication de l'énoncé de la regle de M. Danisy, ayant donné occasion de chercher la route qu'il avoit pû tenir pour venir à sa construction, on a trouvé qu'on ne le pouvoit que par un faux raisonnement, qui donnoit $\overline{LM}^2 = q \times \frac{FI}{2FG}$, dont la racine quarrée qui est $LM = \sqrt{q \times \frac{FI}{2FG}}$, donne precisément cette construction; mais on a vû ci-devant qu'on ne doit pas penser que ce soit par inadvertence, mais parce qu'il a suprimé l'effort vertical du piédroit, pour qu'il en résultât une plus grande épaisseur.

DE LA POUSSÉE DES VOUTES COMPOSÉES,

& de plusieurs simples, qu'on peut considerer comme composées.

Les Auteurs qui ont travaillé à résoudre le Probleme de la Poussée des Voutes, n'ont fait attention qu'à celles des Berceaux & des Plate-bandes, c'est-à-dire aux cylindriques & aux planes, sans faire aucune mention de celles des autres especes dont les surfaces intérieures sont de différentes figures simples, comme les sphériques, sphéroïdes, coniques, annulaires & hélicoïdes; ni aux Voutes qui sont composées de plusieurs portions des corps simples, rassemblées sous différens angles, & suivant differentes directions, ce qui méritoit cependant d'être mis en question, parce que les Berceaux simples ne sont pas les Voutes les plus usitées dans les bâtimens civils.

Je vais tacher de supléer à cette omission autant qu'il est nécessaire

pour la pratique, en raportant toutes ſortes de Voutes aux cylindriques par des conſéquences tirées de la ſpéculation & de l'expérience.

Quoiqu'il ſoit du bon ordre d'aller du ſimple au compoſé, j'examinerai les Voutes *compoſées* avant les ſimples, parce que je dois conſiderer les ſimples comme compoſées de petites parties cylindriques, ſemblables à celles des Voutes d'arêtes & en *Arc de Cloître.*

De la Pouſſée des Voutes d'Arêtes.

Une Voute d'Arête (comme nous l'avons dit au commencement de ce 3e tome) eſt un compoſé de deux ſurfaces de demi-cylindres APBD, dont le ceintre eſt A *b* P & ADBP, dont le ceintre eſt PHI, *Fig.* 144. qui ſe croiſent ſur une même hauteur d'Impoſte & de Clef, ce qui forme quatre portions de cylindres ſéparées par les arêtes de leurs interſections, & l'on ſous-diviſe encore chacune de ces portions en deux parties égales qu'on apelle *Pandantifs*; nons apellons *Travée* cet aſſemblage de huit pandantifs, dont les deux contigus en retour font un quart de travée.

Si l'on conſidere chacun de ces pandantifs à part comme un triangle cylindrique dont l'axe eſt horiſontal, & qui eſt apuyé ſur une de ſes pointes poſée ſur un pilier que nous apellons piédroit; il eſt clair que l'effort de ſa péſanteur qui pouſſe le piédroit, ſe fera ſuivant l'arc *Fig.* 244. Elliptique, qui feroit la ſection de ce triangle cylindrique par ſon centre de gravité; ainſi conſiderant cette ſurface courbe dans ſa projection *m* PC, ou MPC, on diviſera le côté droit & horiſontal *m* C ou MC en deux également en *n*, la pouſſée du pandantif ſur le piédroit *b* P *a x* ſe fera ſuivant cette direction *n* P.

D'où il ſuit que pour trouver la direction de la pouſſée commune aux deux pandantifs joins enſemble & apuyez ſur le point commun P, il faut prolonger les directions *n* P en *q* & NP en *r*, chercher l'épaiſſeur du piédroit qui convient au ceintre & à la charge de l'arc Elliptique ſur *n* P & NP, & porter cette épaiſſeur en *q* & en *r*; enſuite par ces points *q* & *r* mener des paralleles aux directions pour former le parallelograme P *r y q*; la ligne P *y* ſera la valeur de la pouſſée du quart de travée de la Voute d'arête ſuivant cette hypoteſe.

Mais ſi l'on fait attention que les lits des Vouſſoirs ſont paralleles aux axes de chacune des portions de cylindre qui ſont les pandantifs, on reconnoitra que la direction de leur pouſſée ſera déterminée par les perpendiculaires aux plans des lits, ce qui en diminuë l'effort, par-

ce que l'angle du concours des deux puiſſances *m* PM eſt moins aigu que celui des deux précedentes *n* PN, ſuivant les proprietez des mouvemens compoſez, démontrées dans les traitez de Méchanique ; ainſi nous abandonnons cette premiere hypoteſe pour conſiderer les pandantifs comme une ſuite d'arcs circulaires ou Elliptiques paralleles entre eux, qui vont toujours en diminuant, & qui tendent à ſe redreſſer ſuivant une direction qui eſt dans un plan perpendiculaire à l'axe ; en effet une Voute d'arête, dont l'apareil ſeroit par joins de tête de ſuite en déliaiſon, quoiqu'un peu moins ſolide, n'en ſubſiſteroit pas moins, pourvû que les enfourchemens fuſſent faits en bonne coupe ſur leurs lits.

Soit (fig. 244.) APBD, la projection horiſontale d'une Voute d'arête compoſée de deux Berceaux inégaux qui ſe croiſent, leſquels forment quatre Lunettes, dont les opoſées au ſommet ACP, DCB ſont égales, & celles qui ſont de ſuite ACP, PCB inégales, l'une étroite & ſurhauſſée ſuivant le profil A *h* P, & l'autre large & ſurbaiſſée PHB.

On cherchera par les Problemes précedens l'épaiſſeur du piédroit qui convient à chacun de ces Berceaux, s'il n'y a point de biais, on portera la ligne trouvée pour cette épaiſſeur ſur la prolongation des côtez, & s'il y a du biais, on la portera ſur la prolongation de l'arc-Droit, par exemple la meſure de l'épaiſſeur P *a* ſur AP prolongé en *a* pour la pouſſée de l'arc doubleau A *h* P, & l'épaiſſeur P *b* ſur BP prolongé en P *b* pour la pouſſée de l'arc doubleau BHP ; enſuite par les points *a* & *b*, on menera des paralleles aux côtez opoſez, leſquelles ſe croiſeront en *x*, le rectangle P *b x a* ſera la ſurface de la baſe du piédroit, ou pilier neceſſaire pour réſiſter à la pouſſée du quart de la Voute d'arête APBD, que j'apelle un quart de *travée*, parce qu'elle eſt compoſée de deux pandantifs, qui ſont deux triangles cylindriques, dont les projections ſont les triangles rectilignes *m* PC, MPC.

Si l'on fait attention que tout l'effort de la pouſſée ſe fait ſur le point P, on reconnoitra premierement qu'il eſt chargé de toute la péſanteur des deux pandantifs qui le preſſent verticalement, & tendent à écraſer la matiere dont le piédroit eſt conſtruit.

Secondement que l'effort horiſontal de la pouſſée ſe fait ſuivant la diagonale P *x*.

D'où il ſuit que les priſmes triangulaires du piédroit, qui ont pour baſe les triangles P *b x* & P *a x*, ne lui ſont néceſſaires que pour empêcher que l'angle P ne ſoit écraſé, & pour contenir la charge dans ſa direction verticale, afin que le piédroit ne s'incline pas vers *a* ni

235. 236. 237. 238. 239. 240. 241. 242. 243.

vers *b* ; de sorte que supofant deux barres de fer de force suffisante, l'une posée verticalement pour soûtenir le fardeau, l'autre en situation inclinée suivant la tangente du joint extréme pour résister à la poussée de l'arête, dont la projection est CP ; il n'en faudroit pas davantage pour soûtenir ce quart de travée, si le fond étoit impénetrable, & l'équilibre parfait, c'est une spéculation dont l'exécution est impossible, mais qui n'est pas inutile pour donner une juste idée du sujet.

SECOND CAS.

Lorsqu'il y a deux travées de Voute de suite sur le même alignement.

SOIENT deux quarts de travées APCM, BPCD (fig. 225.) c'est-à-dire quatre pandantifs, dont les projections sont les triangles APM, MPC ; CPD, & DPB ; il est clair par la construction précedente que les diagonales P *d*, P *m* des deux parallelogrames PQ *m a* & PQ *d b*, exprimeront les épaisseurs nécessaires pour contenir la poussée de chacun des quarts de travée, & qu'ainsi un pilier triangulaire P *d m* seroit suffisant pour contenir la poussée des deux quarts de travée ; mais comme toute leur charge porteroit sur le point P, l'angle de ce piédroit seroit écrasé par cette charge, ou s'enfonceroit dans le sol pour peu qu'il ne fût pas suffisamment solide ; c'est pourquoi il convient d'ajoûter au prisme triangulaire P *d m* les deux triangles *a* P *m* & *b* P *d* pour le fortifier, & le rendre propre à soûtenir le poid de la Voute. Je dis seulement pour ce sujet, & non pour n'être pas jetté à droit ou à gauche comme au cas précedent, parce qu'ici les deux arcs de formerests sur AP & BP, étant diametralement oposez, demeureront en équilibre si leurs diametres & leurs charges sont égales, & si elles sont inégales, la poussée qui se fera d'un côté plus que de l'autre sera la différence des deux efforts, ainsi en ce cas il faut indispensablement quelqu'épaisseur de piédroit en P, mais dans la pratique il convient toujours qu'il y en ait quand même les formerests seroient égaux, parce que toute la charge tombant sur un angle P, il seroit difficile qu'il fût de pierre d'une assez forte consistance, ou sur un fond assez dur pour qu'elle ne fût pas écrasée par la charge, ou qu'elle ne s'enfonçat un peu dans le sol de la fondation, auquel cas le moindre mouvement romproit tout l'équilibre.

REMARQUE.

Fig. 245. & 250.

PAR cette raison les Architectes divisent ordinairement les travées

des Voutes d'arêtes par un ornement en faillie qu'ils apellent *Arc Doubleau e f g i*, parce qu'il double cette partie de Voute, lequel arc occupe en largeur celle d'un pilaftre *d e f* K, ou d'une perche qui lui fert de bafe, qui fait par conféquent un pan *k e f l* au lieu de l'angle *d* P *m*.

Cet Arc doubleau dans l'Architecture moderne eft une Arcade cylindrique, c'eft-à-dire une portion de berceau fimple qu'on orne de panneaux ravallez, dans lefquels on place à propos des ornemens de fculpture, comme des rofons, des bas reliefs &c.

Dans l'Architecture Gothique l'arc doubleau eft comme les autres nervures d'Augives, Tiercerons, Liernes &c. une partie fort faillante profilée en moulures de doucines opofées avec des quarts de rondes baguettes &c. mais beaucoup moins large que dans l'Architecture moderne, parce que fa bafe n'eft pofée que fur une perche, & même fouvent elle porte à faux fur un *Cul-de-lampe*.

TROISIE'ME CAS.

Lorfqu'il y a trois travées de fuite en retour d'un angle Droit.

Dans une grande partie de nos Eglifes qui font voutées en Voutes d'arête fur un *Plan* en Croix latine, il fe trouve à la croifée des *Bras* avec la *nef* une fuite de trois travées en retour, qui font apuyées à moitié fur des piliers angulaires ; celle du milieu eft exactement quarrée lorfque les bras font de même largeur que la nef ; mais lorfqu'ils font plus étroits, elle devient barlongue, comme font ordinairement les autres travées, un peu plus ou moins, felon qu'elle differe des autres en largeur, c'eft-à-dire felon que les Bras font plus étroits que la Nef.

Ordinairement les travées extrêmes des deux côtez de la Croifée font égales, parce qu'on fait les bras égaux en largeur à la nef ; mais comme ils peuvent ne pas l'être, nous choifirons ce cas pour rendre la conftruction plus générale.

Ayant trouvé par la conftruction du cas précedent la diagonale P *x*, qui exprime le réfultat de la pouffée des deux travées de fuite FA, AB, on cherchera par le premier cas la pouffée de la travée GB qui fera P *y* ; puis par les points *y* & *x*, on menera des paralleles aux côtez opofées qui fe croiferont en *z* ; la diagonale PZ exprimera la pouffée des trois travées réünies à une feule direction.

On

On tirera enfuite du point Z des perpendiculaires Z i, Z k aux côtez PF, PG ; le quarré P f z G fera la furface de la bafe du pilier que l'on cherche.

REMARQUE.

Quoiqu'il y ait des exemples de cette conftruction, ils font cependant affez rares ; on coupe ordinairement par un petit pan a n l'angle a P n d'encognure, pour donner plus de force à la naiffance de la travée du milieu, comme on voit à la fig. † à côté de 246.

Les bons Architectes ne voutent guére le milieu de la croifée en Voute d'arête, mais plûtôt en cu-de-four, parce que fi le cintre primitif de la nef eft circulaire, les arêtes de la croifée deviennent fort furbaiffées, & rendent cette partie de Voute trop foible, laquelle étant ordinairement plus chargée de Charpente que les autres, a au contraire befoin de plus de force.

Il eft aifé de voir que lorfque les travées extrémes font inégales les côtez i P & k P du pilier deviennent inégaux, & que fi les trois travées étoient égales entre elles, il n'y auroit que celle du milieu qui agiroit pour renverfer le pilier, parce que les deux extrémes étant exactement opofées l'une à l'autre, le contrebalanceroient & demeureroient en équilibre, fi leurs épaiffeurs & leur charge étoient parfaitement égales, & fi elles font inégales la pouffée des extrémes fe fera fuivant une diagonale P u, qui ne fera plus dans la direction de l'arête DP, & qui fera d'autant plus ou moins grande que l'angle de leurs ogives ou arêtes EPC fera plus ou moins obtus.

QUATRIE'ME CAS.

Lorfqu'il y a quatre Travées ou plus autour d'un pilier.

Il eft clair que lorfque les pandantifs d'une Voute d'arête font égaux entre eux & diamétralement opofez, les efforts de leurs pouffées fe détruifent mutuellement, & par conféquent qu'ils n'agiffent plus fur le piédroit que par la charge de leur péfanteur qui fait effort pour l'écrafer ; c'eft dans ce cas où l'on reconnoit encore plus que dans les précedens la néceffité de féparer les travées par des arcs doubleaux, qui ayent une certaine largeur fuffifante pour donner au pilier l'épaiffeur qui lui eft néceffaire pour foûtenir le poid de huit pandantifs dont il doit être chargé, ce que l'on ne peut déterminer que par l'ufage & Fig. 247.

l'expérience de la pierre de taille qu'on y employe, qui eſt plus ou moins *forte à la charge*, c'eſt-à-dire qui peut ou ne peut pas être écraſée, & par la connoiſſance que l'on doit avoir de la péſanteur abſoluë des huit parties de Voute que le pilier doit ſoûtenir, leſquelles peuvent être plus ou moins épaiſſes, & chargées de Charpente ou d'autre choſe ; s'il ſe trouvoit de l'inégalité dans les pandantifs opoſez, alors l'épaiſſeur du pilier ſeroit déterminée par la différence des deux lignes qui expriment la pouſſée horiſontale qu'on peut trouver par les Problemes précedens.

On ſçait que pour trouver la péſanteur abſoluë de chaque pandantif, & de tous ceux qui chargent un pilier, il faut en faire le toiſé & le multiplier par la péſanteur des materiaux, connuë par l'expérience & reduite en piéds cubes ; mais la maniere de toiſer ces pandantifs avec une certaine exactitude n'eſt connuë que depuis peu ; c'eſt à M. Senes de l'Academie des Sciences de Montpellier, Ingenieur en Chef du canal de Cette au Rhône, que nous la devons ; on la trouvera dans les memoires de l'Academie des Sciences de Paris de l'année 1719. & 1721. avec ſes démonſtrations ; on peut y avoir recours pour operer avec une grande juſteſſe.

Si cependant l'on veut ſe contenter d'une opération moins parfaite, laquelle peut être ſuffiſante pour le ſujet dont il s'agit, il n'y a qu'à faire le dévelopement d'un pandantif conſideré dans le milieu de ſon épaiſſeur de la même maniere que nous avons donné pour en faire les panneaux de doële, meſurer chacune de ſes parties comme autant de trapezes, & la premiere à la naiſſance comme un triangle ; ajoûter toutes ces ſurfaces enſemble & les multiplier par l'épaiſſeur commune.

Le produit multiplié par le nombre de livres que peſe un pied cube, donnera la péſanteur abſoluë de la Voute. Nous verrons ci-après la maniere de trouver le poid d'un pied cube de chaque eſpece de materiaux, en cas qu'on ne le connoiſſe pas & qu'on n'ait pas des tables des poids ſur leſquelles on puiſſe compter.

Fig. 244. Soit, par exemple, le pandantif *m* PC qu'on veut meſurer, on rectifiera la moitié du cintre du formereſt P *b*, qu'on portera dévelopé ſur PA prolongé en *m p* avec ſes diviſions 1, 2, 3, 4, étenduës aux points 1^a, 2^a, 3^a, *m*, par leſquels on menera des paralleles indéfinies à la ligne de projection de la clef *m* C ; puis par les points 1^r, 2^r, 3^r, où la projection de l'arête coupe les lignes provenant des points 1, 2, 3, 4, du formereſt P *b*, ou par les points 1e, 2e, 3e, du

former eſt ſuivant PH, on menera des paralleles à Pp, qui couperont les perpendiculaires à la même ligne aux points 1^{d}, 2^{d}, 3^{d}, C, par leſquels on tracera à la main la courbe pC, qui ſera le dévelopement de l'arête du pandantif.

Le triangle mixte pmC ſera la ſurface de la doële du pandantif, ſi l'arc bP eſt pris à la doële, & celle du milieu de la Voute ſi cet arc eſt pris au milieu : ainſi multipliant cette ſurface par l'épaiſſeur de la Voute, on aura le toiſé de ſon cube, lequel multiplié par le nombre de livres de la péſanteur d'un pied cube de la pierre dont il eſt fait, donnera la péſanteur abſoluë de la Voute.

Il faut obſerver que cette operation donne un peu trop, parce que les naiſſances des pandantifs qui ſe pénétrent, retranchent la pointe de la naiſſance.

REMARQUE.

On *fait Uſage de cette conſtruction* lorſque l'on eſt obligé de vouter ſur des piliers. 1°. Les endroits où l'on ne peut trouver la hauteur qui ſeroit néceſſaire pour ne faire qu'un cintre, qui comprenne toute la largeur du bâtiment.

2°. Lorsque les murs ne ſont pas d'une épaiſſeur ſuffiſante pour réſiſter à la pouſſée d'une Voute d'un grand diametre, parce qu'on la diminuë dans le raport des hauteurs & des diametres.

Enfin pour pouvoir faire des Voutes de peu dépaiſſeur, & de moins de ſurface, ſoit par raiſon de charge ou par raiſon de ménagement de dépenſe.

C'est par ces raiſons que l'on a fait ainſi des bas côtez doubles dans une partie de nos anciennes Egliſes, comme à Notre-Dame de Paris, &c. & les grandes Sales de la plûpart des Monaſteres, & des anciens édifices.

Explication Démonſtrative.

On peut ſans doute conſiderer un quart de travée de Voute d'arête mPMC, & chaque pandantif en particulier comme une ſuite de pluſieurs tranches de Berceaux coupez verticalement par des plans perpendiculaires à leurs axes : or il eſt viſible que chacune de ces tranches étant poſée dans ſa partie inférieure ſur l'arcade que forment les

Vouſſoirs d'enfourchement ſuivant l'arête où ſe fait la jonction des deux pandantifs contigus, fait effort par ſa charge pour faire dreſſer cet arc d'Augive, & par conſéquent pouſſe ainſi médiatement le piédroit pour le renverſer.

Il eſt auſſi viſible que les arcades des arcs doubleaux pouſſent chacune immédiatement ce même piedroit en différentes directions, qui ſont ordinairement entre elles un angle droit, d'où il réſulte ſuivant les principes de la Méchanique des mouvemens compoſez, que la direction qui réſultera de celle des deux puiſſances qui pouſſent, ſera la diagonale d'un rectangle, dont les longueurs des côtez ſeront entre elles comme ces puiſſances : or comme toutes les arcades des Vouſſoirs ſont paralleles entre elles dans chaque pandantif, il réſultera auſſi que le concours de leur direction ſe réduira à une troiſiéme, qui ſera auſſi dans le même plan que celle du concours des arcs doubleaux.

Si l'on fait préſentement attention que les pouſſées de toutes ces arcades inégales ſont rélatives à leurs retombées, qui ſont les ſinus ou ſinus verſes de chacun de ces arcs, comme il a été démontré ci-devant, on reconnoîtra que les triangles rectilignes *m*PC, MPC, qui ſont les projections des deux pandantifs contigus, contiennent tous ces ſinus verſes, par conſéquent que les longueurs qui donnent l'épaiſſeur du piédroit pour chacune de ces arcades, formeront un triangle ſemblable à celui de la projection horiſontale ; donc ſuppoſant les côtez P*a* & P*b* trouvez ſuivant les Problêmes de la pouſſée des arcs doubleaux, le parallelograme P*bxa* ſemblable à celui de la projection C*m*PM, ſera la baſe du pilier qui doit ſoûtenir la pouſſée du quart de travée de Voute d'arête donné, *ce qu'il falloit trouver.*

REMARQUE.

Il faut remarquer que par cette compoſition & diſpoſition de portions de Berceaux qui ſe croiſent, il réſulte une Voute dont la ſurface eſt moindre que celle du berceau ſimple, qui couvriroit le même
Fig. 244. eſpace du rectangle DAPB ; parce que chacun des pandantifs eſt moindre que la huitiéme partie d'un tel berceau, quoiqu'il le paroiſſe ainſi dans ſa projection.

Pour en connoître la difference, il n'y a qu'à faire le dévelopement d'un de ces pandantifs, comme on vient de l'enſeigner pour le pandantif P *m* C ou ſon égal A *m* C, où l'on voit que la courbe *p* 2*d* C, qui termine un des côtez de la ſurface dévelopée, eſt concave, & toute au dedans de la corde *p* C, par conſéquent le triangle mixte

P m C eſt moindre que la moitié du parallelograme $m\,e$, qui eſt le dévelopement de la projection m E, laquelle exprime le quart du berceau qui couvriroit l'eſpace horiſontal APBD, donc la ſurface d'un pandantif d'une travée de Voute d'arête eſt moindre que la huitiéme partie du berceau, & par conſéquent les huit pandantifs dont elle eſt compoſée font enſemble une ſurface conſiderablement plus petite que celle d'un berceau de même hauteur, qui ſeroit à la place d'une Voute d'arête, *ce qu'il falloit prouver.*

On va voir le contraire dans les Voutes en Arcs de Cloitre; cependant chacun des pandantifs pouſſe plus, c'eſt-à-dire fait plus d'effort pour renverſer le piédroit que la portion de berceau en continuation PCM, qui ſeroit ſon complément, quoique plus grand en ſurface de près d'un tiers puiſqu'il contient de plus deux fois le ſegment de dévelopement p IC; la raiſon eſt que les Vouſſoirs pouſſent d'autant plus qu'ils aprochent de la clef, & d'autant moins qu'ils aprochent de l'impoſte; en effet on verra ci-après que jusqu'à la hauteur du quart de cercle P 1, ils ne pouſſent point du tout étant retenus par le ſeul frotement de leurs lits, ils ſe ſoûtiennent les uns ſur les autres ſans gliſſer juſqu'à 22. & même juſqu'à 25. dégrez; on rémarque auſſi qu'au deſſus juſqu'à 45. dégrez ils pouſſent fort peu, puiſque ce n'eſt qu'à cette hauteur que les Voutes ſe fendent.

Ainsi (à la fig. 248.) ſi l'on mene par le point 2 du cintre b H, une parallele à l'impoſte A b, elle coupera la diagonale AC au point a^2, & le côté A d au point x; ſi par le point a^2 on tire $a^2\ q^2$ parallele au côté A d, il eſt évident que le trapeze $x\ a^2$ C d eſt plus grand que le triangle $a^2\ p^2$ C de tout le parallelograme $x\ a^2\ q^2\ d$, lequel étant conſideré dans la projection d'un pandantif AC d, exprimera la différence en excès de la pouſſée du pandantif de la Voute d'arête ſur le triangle cylindrique, qui ſeroit ſon complément pour achever le demi berceau qui couvriroit tout l'eſpace A b C d. Or ce complément du pandantif eſt juſtement le pan d'une Voute en Arc de Cloitre, qui couvriroit le même eſpace.

Secondement on a vû par le dévelopement du pandantif DAIS que ſa ſurface eſt moindre que celle du dévelopement du pan de l'Arc de Cloitre de l'arc b AIS, cependant ſi le demi berceau étoit complet ſur l'impoſte A b, le parallelograme A x b ſeroit la baſe totale de ſon piédroit; or nous diſons que la moitié A x b eſt celle de la portion d'arc de cloitre, qui eſt plus grande que la moitié de la doële, donc l'autre moitié A f x, qui eſt égale à la baſe A x b étant néceſſaire pour ſoûtenir la pouſſée d'une moindre partie de doële, il ſuit que cette

moindre partie qui eſt le pandantif, pouſſe plus en général que le pan de l'arc de cloitre, ce qui eſt exprimé à la fig. 244. par le raport de P *x* à P *b* ou à P *a*, & dans celle-ci de A *e* à *b x* ou A *f*.

De la Pouſſée des Voutes en Arc de Cloitre.

Les Voutes en *Arc de Cloitre* peuvent être conſiderées comme les complémens des Voutes d'Arêtes, ainſi que nous venons de l'expliquer ; car ſupoſant un demi berceau ſur *d b* (fig. 248.) coupé diagonalement ſur AC, & la naiſſance ou impoſte du demi berceau ſur A *b* ; le triangle AC *d* ſera la projection d'un pandantif, & AC *b* celle d'un pan de Voute en Arc de Cloitre.

Fig. 248.

D'ou il ſuit que, puiſque le pandantif eſt une portion de berceau moindre que la moitié du demi berceau ſur *d b*, comme on vient de le montrer, le pan de la Voute en arc de cloitre, qui en eſt le complément, ſera plus grand que cette moitié, quoiqu'il paroiſſe égal dans la projection où le triangle A *b* C eſt égal au triangle A *d* C.

La raiſon de cette fauſſe aparence a été donnée au ſecond Livre, lorſque nous avons parlé des effets de la projection, qui racourcit d'autant plus les objets qu'ils ſont moins inclinez au plan de deſcription ; or il eſt clair par le profil *b* 1 2 H que la partie *b* 1 étant moins inclinée à la baſe *b c* de ce profil que la partie 3 H, qui lui eſt preſque parallele, elle ſera auſſi plus racourcie par la projection ; par conſéquent la ſurface de la Voute ſur A *b* C ſera plus grande que ſon complément au demi cylindre ſur AC *d*, qui a ſes parties plus éloignées de l'impoſte A *b*.

Cette verité paroit évidemment dans le dévelopement du demi berceau tracé en ADSB, où le triangle mixte AISD eſt la ſurface dévelopée du pandantif, & l'autre AIS *b* celle du pan de l'arc de cloitre.

De cette derniere conſideration, il ſuit que quoique le pan d'un arc de cloitre ſoit plus grand que le pandantif de la Voute d'arête, qui eſt ſon complément, il pouſſera cependant beaucoup moins, parce que ſon centre de gravité ſera plus près de l'impoſte que celui du pandantif.

Au reſte on ne peut comparer la pouſſée de ces deux Voutes, parce que l'une pouſſe ſur une ligne & l'autre ſur un point ; le pandantif de la Voute d'arête fait tout ſon effort ſur le point A pour renverſer le piédroit, & le pan d'arc de cloitre le fait ſur toute la ligne A *b*

qu'il pouſſe inégalement, en ſorte que ſon mouvement virtuel décrit une ſurface triangulaire A *b x*.

En effet c'eſt ici tout le contraire du pandantif, il pouſſe tout au point A, & le pan d'arc de cloitre n'y pouſſe point encore, c'eſt de ce point qu'il commence à pouſſer de plus en plus vers *b*, dans le raport des longueurs des retombées de chaque rang vertical de ſes Vouſſoirs, compris entre l'impoſte A *b* & l'arc de ſection Elliptique AL *b* ſur AC.

D'ou il ſuit que le plan d'arc de cloitre ſur A *b* C n'a beſoin que de la moitié de la ſurface de la baſe du piédroit, qui ſeroit néceſſaire pour réſiſter à la pouſſée du demi berceau ſur C *d* A *b*, dont le piédroit devroit être le parallelograme A *f x b*, ſupoſant l'épaiſſeur A *f* ou *b x* trouvée par les Problemes précedens.

Ainsi toute l'épaiſſeur A *f x* que l'on a coutume du donner au piédroit, c'eſt-à-dire à la baſe d'un mur de faces paralleles entre elles, laquelle eſt le parallelograme A *f x b*, eſt ſuperfluë pour réſiſter à la pouſſée de la Voute en arc de cloitre, de même que le triangle A *g y* moitié du parallelograme A *y*, qui répond à l'autre pan A *d*; & à plus forte raiſon le quarré reſtant à la jonction des deux murs en *g* A *f e* qui eſt totalement inutile, parce que les deux pans d'arcs de cloitres n'ont aucune détermination de pouſſée de ce côté, lequel au contraire étoit le ſeul où pouſſoient les Voutes d'arêtes, comme nous l'avons dit ci-devant.

Cette partie ſuperfluë de la jonction des deux murs diminuera à meſure que l'angle des murs ſera plus ouvert, & augmentera d'autant plus qu'il ſera plus aigu.

Ainsi ſupoſant une Voute d'arête ſur un Pentagone régulier DBG FE, comme par exemple une Guerite (fig. 249.) cette partie de jonction des murs devient le trapezoïde I *n* F *o*, qui eſt plus petit, toutes choſes égales, que le quarré *g f* de la fig. 248. *Fig. 249.*

D'ou il ſuit que ne prenant pour la baſe des piédroits que les parties triangulaires, qui ſont néceſſaires pour réſiſter à la pouſſée d'une Voute établie ſur un polygone ; le contour de ces piédroits ſera d'un nombre de côtez doubles de celui ſur lequel eſt établie la Voute en arc de cloitre, par exemple ici ce ſera un décagone EAFMGLB &c. qui peut être ou ne pas être régulier, ſuivant que la pouſſée du milieu d'un pan AP aura été trouvée plus ou moins grande par les Problemes précedens, touchant celle des berceaux ſimples, dont le demi diametre de l'arc-Droit ſeroit RC.

D'ou il fuit que les bafes des piédroits à faces paralleles entre elles EF, KI ; FG, IH d'un mur qui enveloperoit le polygone, feroient plus de moitié plus grandes qu'il ne faut de la quantité de tous les trapezoïdes, comme *o* F *n* I, &c. qui reftent aux angles du polygone au-delà des triangles AF *o*, FM *n*, qui font égaux à ceux des bafes des piédroits ARF, MF *m*, néceffaire pour contenir la pouffée de chaque pan d'arc-de-cloitre.

Fig. 248. Presentement fi l'on veut diminuer de moitié la plus grande épaiffeur *b x* (fig. 248.) pour faire un mur à faces paralleles A *b*, NO, faifant *bo* = *ox*, il eft évident qu'on aura la même furface de bafe dans le parallelograme A *o* que dans le triangle A *x b*, & que le triangle M *x* O qu'on fuprime, eft remplacé par fon égal NAM, qui fera la bafe d'un contre-fort en prifme triangulaire, lequel apuye le piédroit en coin tronqué AM *o b*, confideré comme un maffif de maçonnerie qui peut être retenu par ce contre-fort, & fi l'on y ajoûte le triangle à la diagonale *k* NA pour le fortifier, on peut compter que la force d'un tel piédroit feroit fuffifante pour réfifter à la pouffée de la Voute.

Cependant quoique la bafe ajoûtée *k* MA foit plus grande que la retranchée M *x o*, il fera de la prudence d'épaiffir le piédroit, qui fera fait en mur de faces parallales entre elles, un peu au-delà de la moitié *b o* de l'épaiffeur primitive *b x*, lorfque le polygone fera d'un petit nombre de côtez comme de 4, & encore plus de 3 où l'angle AM *k* du contre-fort eft trop aigu, de forte qu'il eft fort foible confideré comme une partie ajoûtée, quoiqu'il foit en effet une partie de mur continuë.

Cet angle AM *k* s'ouvrira d'autant plus que le polygone vouté en arc-de-cloitre fera d'un grand nombre de côtez, de forte que la partie ajoûtée y deviendra fuffifante pour remplacer la pointe du piédroit retranchée, confiderant toûjours les piédroits & la Voute comme une maffe de maçonnerie ou de pierres de taille bien liées entre elles qui ne font qu'un corps, car fi on les confideroit comme fans liaifon laterale, ces contre-forts ne pourroient jamais remplacer la force du levier venant de l'éloignement du point d'apui *x*, qui feroit néceffaire pour réfifter à la pouffée de l'arc du milieu C *b*, confideré comme une arcade détachée, qui pourroit fe féparer du refte du pan de l'arc-de-cloitre, parce que cet éloignement *x* donne la longueur du bras du levier néceffaire pour réfifter à l'effort de la pouffée.

De la Pouſſée des Voutes Sphériques & Sphéroïdes.

Si un Polygone ou une portion ABP (fig. 252.) vouté en arc-de-cloitre a un grand nombre de côtez de peu de largeur à la naiſſance, comme A 1, 1'2, 2'3, 3'4 &c. il eſt évident que la figure d'une telle Voute aprocheroit beaucoup de celle d'une ſphérique, ſi l'arc-Droit étoit circulaire, ou d'une ſphéroïde, ſi l'arc-Droit étoit Elliptique ſurhauſſé ou ſurbaiſſé. *Fig.* 252.

Que ſi le nombre des côtez étoit du double ou du triple plus grand, les côtez ou pans de la Voute deviendroient ſi petits qu'ils ſeroient ſenſiblement confondus avec le cercle dans lequel le polygone ſeroit inſcrit, & la Voute aprocheroit d'autant plus de la ſphérique, que ces rangs de Vouſſoirs ſe rétreciroient en aprochant de la clef, où il ſeroit impoſſible d'y apercevoir aucune différence, comme on peut juger par le dévelopement d'un pan tracé à la fig. 253.

D'ou il ſuit qu'on peut conſiderer les Voutes ſphériques & ſphéroïdes, comme des compoſées de pluſieurs pans d'arcs de cloitres.

Suivant cette hypoteſe on réconnoîtra que ces ſortes de Voutes pouſſent plus de la moitié moins que les Berceaux ſimples de même cintre, diametre & épaiſſeur ou charge, & par conſéquent qu'en ne donnant à leurs piédroits que la moitié de celle des berceaux conditionnez de même, ils feront encore plus forts qu'il n'eſt néceſſaire pour les mettre en équilibre avec la pouſſée.

Pour faire ſentir la juſteſſe de ce raiſonnement, qui eſt fondé ſur celui que nous venons de faire touchant la Voute ſur pentagone de la fig. 259. nous avons tracé à la fig. 252. les baſes triangulaires 1 *q* 2, 2 *u* 3, 3 *t* 4, &c. qui repondent à chaque pan du polygone inſcrit dans le cercle A 3 B, tels qu'ils dévroient être à la rigueur : or ſi l'on veut faire un piédroit d'épaiſſeur uniforme, à moitié de la primitive A *d*, diviſée en deux également en *x* par un arc de cercle concentrique *x* *h* X, il eſt clair que les triangles retranchez par cet arc comme *f q g*, *i u k*, *l t r* &c. ſont plus petits en ſurface que ceux qu'on ajoûte entre les piédroits triangulaires en *g* 2 *i*, *k* 3 *l*, *r* 4 *h* &c. dans le raport du rayon C *g* au rayon C *q*, par conſéquent ces piéces triangulaires qui ſont autant de baſes de contre-forts, ſont auſſi plus fortes qu'il n'eſt néceſſaire pour buter les piédroits en coins tronquez 1 *f g* 2, 2 *i k* 3, 3 *l r* 4 &c. & remplacent avec avantage les priſmes triangulaires rétranchez en *f q g*, *i u k* &c.

De la Pouſſée des Voutes Annulaires.

Le même raiſonnement qui nous a ſervi à raporter les Voutes ſphériques & ſphéroïdes aux arcs de cloitres, peut nous ſervir auſſi à raporter les Voutes Annulaires, partie aux arcs de cloitres, partie aux Voutes d'Arêtes ; en effet ſi l'on ſupoſe, au lieu d'un Anneau circulaire ou Elliptique, un Anneau tournant autour d'un polygone d'un grand nombre de côtez extrémement petits ; on reconnoitra que la partie concave ſera une ſuite de pans d'arcs de cloitre tronquez à la clef, & que la partie convexe entre le noyau & la clef ſera une ſuite de panaches de Voutes d'arêtes, qui s'élargiſſent depuis l'impoſte du noyau juſqu'à la clef, autant que les pans opoſez concaves ſe retréciſſent depuis l'impoſte du mur juſqu'à la clef.

Fig. 251. Ainsi conſiderant les joins montans dans un plan vertical dirigé au centre du noyau, l'eſpace que deux de ces plans enfermeront ne ſera pas un triangle cylindrique terminé à la clef comme dans les Voutes ſphériques, mais un trapeze cylindrique, par exemple *a b* N *n*, dont le côté *n* N eſt plus petit que l'opoſé *a b* dans le raport des diſtances CN, C *a* du centre du noyau à l'impoſte concave & à l'impoſte convexe.

Ce trapeze cylindrique doit être diviſé en deux parties par raport à la pouſſée de la Voute, l'une depuis l'impoſte concave *a b* juſqu'à la clef LS, qui fait effort pour renverſer le piédroit *a m b*, l'autre depuis l'impoſte convexe du noyau *n* N juſqu'à la même clef LS, lequel trapeze agit contre le noyau *n* NO.

Comme l'une de ces parties *a b* SL ſe retrécit en montant, il eſt clair qu'elle a moins de ſurface, & par conſéquent moins de péſanteur qu'un berceau droit qui ſeroit établi ſur l'impoſte *a b*; par conſéquent elle pouſſe moins qu'un tel berceau, dont la projection de la ſurface ſeroit le rectangle *a b t q*, laquelle eſt plus grande que le trapeze *a* L *b* S des deux triangles *q a* L, *ſ b t*.

Or comme les pouſſées des Voutes de même cintre & de même hauteur & épaiſſeur, ſont rélatives à leurs projections horiſontales, il ſuit que la pouſſée du demi berceau ſera à la pouſſée du demi pan annulaire à peu près comme le parallelograme *q b* au trapeze *a* LS *b*, & la ligne qui exprimera l'épaiſſeur du piédroit convenable au demi berceau ſera à celle qui convient au pan annulaire, comme *a b* eſt à KF, menée par le milieu K du demi diametre *a* L parallelement à *a b*.



D'où il ſuit que pour trouver l'épaiſſeur du piédroit du mur concave, il faut faire cette analogie C *a* . *a b* : : CK . KF, c'eſt-à-dire comme la longueur du rayon du noyau, plus le diametre de l'arc-droit de la Voute annulaire, eſt à une petite diſtance priſe à volonté à l'impoſte concave, ainſi le rayon du noyau, plus les trois quarts du diametre de l'arc-Droit de la Voute, eſt à un quatriéme terme qui ſera la corde KF, laquelle étant trouvée, on fera cette ſeconde analogie, comme *a b* eſt à *a y*, trouvé pour l'épaiſſeur du piédroit d'un demi berceau ſur la même longueur d'impoſte, ainſi KF ſera à un quatriéme terme *a x*, qui ſera l'épaiſſeur du piédroit concave de la Voute Annulaire.

J'ai dit que ce raport n'étoit qu'un à peu près, mais il faut remarquer que la différence qu'il peut y avoir tourne à l'avantage de la ſolidité du piédroit concave, parce que les parties triangulaires, qui ſont l'excès du berceau droit ſur l'annulaire, étant plus éloignées de l'impoſte, pouſſent plus que leurs parties égales intérieures *a r* L, *b* ς S, qui ſont compriſes dans le trapeze, comme nous l'avons dit en parlant des Voutes d'arêtes.

Par un ſemblable raiſonnement on trouvera au contraire que la pouſſée de la partie convexe de la Voute ſur ſon noyau ſera plus grande que celle d'un demi berceau poſé ſur l'impoſte *n* N, de la valeur de celle des deux triangles *n* LV & NS *u*, dont la projection *n* LSN de la demie Voute annulaire excede la cylindrique droite; ainſi ayant diviſé le demi diametre de l'arc-Droit L *n* en deux également en G, & tiré G *g* parallele à *n* N, on aura la pouſſée du berceau à celle du pan annulaire, comme *n* N à G *g*.

Il faut remarquer que cette augmentation de pouſſée eſt bien récompenſée par la force de la figure du piédroit convexe qui ſe reſſerre par cette preſſion de la circonférence au centre, lorſque le noyau eſt d'un petit diametre, c'eſt pourquoi il eſt des cas où l'on ne doit y avoir aucun égard ; mais ſi le noyau eſt vuide & d'un grand diametre, comme il arrive aux berceaux des bas côtez d'une Egliſe, tournans au tour d'un Chevet qui a quelquefois 30 pieds de diametre; alors il eſt bon d'y faire attention, parce que la convexité du mur, qui ſert de piédroit à la Voute annulaire, n'eſt pas aſſez conſiderable pour en augmenter la force, mais auſſi alors la différence de la pouſſée diminuë.

D'où il ſuit que ſi le rayon du noyau eſt fort grand eû égard à celui du mur du piédroit concave, la Voute annulaire pouſſera à peu près autant que celle d'un berceau droit de même cintre, diametre

& charge, parce que la Voute annulaire approchera d'autant plus de la cylindrique droite, qu'il y aura moins de différence entre le rayon du noyau & celui de la grande circonférence concave de l'anneau.

De la Pouſſée des Berceaux tournans & rampans.

Nous avons fait remarquer au ſecond tome, que les Berceaux tournans & rampans ne diférent des Annulaires qu'en ce qu'ils s'élevent en tournant ſur une hélice, dont le dévelopement, c'eſt-à-dire la rectification, eſt une ligne droite inclinée à l'horiſon ; ainſi conſiderant les rayons du noyau de la Vis & du contour de la Tour ronde, dans laquelle le berceau fait ſa circonvolution, comme très grand & peu différent l'un de l'autre, on peut raporter la pouſſée d'un berceau tournant & rampant à celle d'un ſimple berçeau droit en deſcente, biais par ſes têtes de montée & de deſcente, faiſant un angle avec un autre berceau qui lui eſt ajoûté, telle feroit en effet une Vis à petits pans ſur ſa projection horiſontale.

D'ou il ſuit premierement que tout ce que nous venons de dire de la pouſſée des Voutes horiſontales ſur le noyau, convient aux Voutes en Vis.

Secondement qu'à celles-ci, il y a une pouſſée de plus à conſiderer, qui eſt celle d'un poid poſé ſur un plan incliné, parce que tous les lits des Vouſſoirs ſont effectivement inclinez à l'horiſon ſuivant deux directions inégales, l'une qui tend à faire gliſſer le poid des Vouſſoirs, ſuivant une hélice qui eſt d'autant plus ou moins inclinée à l'horiſon, qu'elle aproche ou s'éloigne de l'axe vertical de la Vis totale ; l'autre qui tend à la faire gliſſer de la circonférence du cintre vertical du berceau tournant autour du noyau au centre de ce même cintre.

Ainsi la pouſſée de ces ſortes de Voutes eſt compoſée de celle du berceau horiſontal de même cintre, diametre & charge, & de celle d'un ſemblable berceau incliné à l'horiſon : or l'on ſçait par les principes de la méchanique que la force d'un poid poſé ſur un plan incliné ſupoſé poli, eſt à celle qu'il faut pour l'y ſoûtenir, comme la longueur du plan eſt à ſa hauteur ; mais comme les lits des pierres ſont grenus & raboteux, il n'eſt néceſſaire d'avoir égard à cette inclinaiſon que lorſqu'elle eſt au deſſus du quart de l'angle droit, parce qu'à l'inclinaiſon de $22\frac{1}{2}$, les lits ne gliſſent pas les uns ſur les autres, le frottement les en empêche, & ils gliſſeront d'autant moins que les directions changeront continuellement autour de la Vis, & comme

dans la pratique les hélices d'un escalier à Vis du côté concave de la Tour ne sont guére plus inclinez que suivant cet angle consideré dans les directions des tangentes des petites parties de l'hélice ; il suit que dans la pratique il suffit d'y avoir un peu d'égard sans s'inquieter sur l'effet que l'inclinaison peut produire lorsque la base est bien apuyée; & pour sçavoir sur quoi on doit se regler, suposant qu'il n'y eût pas de frottement, il n'y a qu'à se rapeller ce Théoreme de méchanique qui démontre, que si une puissance soûtient un poid par le moyen d'une Vis, elle sera à ce poid comme la hauteur de la Vis est à l'hypotenuse du triangle de son dévelopement, c'est-à-dire que la pésanteur ou poussée de la Voute sur des impostes où elle pourroit glisser, exprimée par la surface de son profil, sera à l'épaisseur ou surface du pied de la Vis, comme l'hypotenuse du triangle de dévelopement est à sa hauteur.

De la Poussée des Voutes Coniques.

On peut trouver quelque raport des Voutes Coniques aux Berceaux en suposant une Voute en Canoniere, dont le diametre du cintre de face seroit très petit en comparaison de la longueur de l'axe du cône ; car si le concours des côtez du cône étoit infiniment loin de la face, la Voute ne seroit plus sensiblement différente d'un berceau.

Sans chercher des exemples de Voutes inusitées, on peut considerer la Voute de l'Escalier du Vatican, qui est peu resserrée dans sa longueur comme un berceau ordinaire, & l'on auroit pû en chercher la poussée sur cette comparaison ; le peu d'erreur qui en auroit résulté auroit été à l'avantage de la solidité des piédroits.

On peut encore trouver un raport des Voutes Coniques aux berceaux sous une autre consideration, en les comparant aux Arcs de cloitres. Une Trompe sur le coin, par exemple, fig. 254. peut être considerée comme un composé de deux pans d'arc de cloitre ASN, BSN, dont le cintre de face est surmonté, non suivant un arc Elliptique, comme aux berceaux ordinaires, mais suivant un arc-Droit parabolique ; l'angle rentrant de ces deux portions de berceaux qui se feroit au milieu, seroit en effet peu sensible vers la clef. *Fig.* 254.

Il y a cependant deux différences essentielles des Voutes coniques aux berceaux, l'une que les cintres paralleles entre eux & perpendiculaires à la naissance de l'imposte, font des courbes semblables, mais d'inégale grandeur, qui vont toujours en diminuant depuis la face

jusqu'au fond de la trompe ; au lieu qu'au berceau parabolique ce sont des portions inégales d'une même courbe de cintre.

La seconde, que dans les Trompes les joins de lits à la doële concourent tous au même point S du sommet, & que dans les portions d'arcs de cloitre, ils sont tous paralleles entre eux.

Ainsi les lits des Voussoirs des Voutes coniques ont une double inclinaison, l'une vers l'axe, comme les Voutes cylindriques, l'autre vers le sommet du cône, qui divise & diminuë un peu l'effort de la poussée, parce qu'elle diminuë la charge qui se jette en partie vers le sommet du cône plus ou moins ; selon que les joins transversaux sont faits, ou dans les plans verticaux, ou par des surfaces coniques ; alors il est évident que ces Voutes poussent moins que les pans des Voutes en arc de cloitre.

Nous avons montré ci-devant que la poussée de ces pans n'étoit que la moitié de celle d'un demi berceau complet, qui seroit élevé sur la même imposte ; par conséquent la poussée d'une demie Voute conique sur même imposte & de même cintre & épaisseur, poussera encore beaucoup moins qu'un pan d'arc de cloitre, qui couvriroit le même espace.

Fig. 254. Pour en venir à la pratique, nous chercherons premierement la poussée d'une Trompe sur le coin (fig. 254.) en considerant son cintre parabolique de face AFN, comme un cintre de berceau surhaussé, dont on trouvera l'épaisseur des piédroits par les Problemes précedens.

Par exemple, suivant la premiere hypothese d'un seul coin au sommet, on divisera l'arc A *n* au milieu en D, par où l'on menera une perpendiculaire à cet arc (par le Prob. XVI. du 2e Livre tome I. pag. 194.) en cherchant le foyer *f* de la Parabole, comme à cette proposition, ou bien au trait de la pag. 250. du tome 2e.

De ce point *f* par le point D, on tirera l'indéfinie *f b*, & par le même point D une perpendiculaire à l'axe AN de la parabole comme *k i*, puis on divisera l'angle *i* D *b* en deux également par une ligne IDG, qui coupera la verticale *n* N au point G, lequel tiendra lieu du point C des fig. 214 & 217. de la planche 109. pour trouver par son moyen la poussée horisontale, par exemple PA, qui détermine l'épaisseur du piédroit suivant la direction de la face de la Trompe.

Ayant trouvé le point P, on tirera au sommet S du cône la ligne PS, laquelle formera le triangle APS, qui est la surface de la base du

piédroit indiſpenſable, à laquelle cependant il faut ajoûter quelque peu d'épaiſſeur vers *ſ*, parce qu'on ne peut y faire dans la pratique un angle aigu qui ne pourroit ſubſiſter.

Presentement, ſi au lieu d'une Trompe ſur le coin, il s'agit d'une Trompe droite dont il faut trouver la ſurface des piédroits, on doit conſiderer que la pouſſée des Voutes, agiſſant toujours ſuivant des perpendiculaires aux lits & aux piédroits, & la face d'une Trompe droite étant oblique à ſes piédroits, on ne peut opérer comme on vient de faire à la Trompe ſur le coin, dont les faces leur étoient perpendiculaires ; c'eſt pourquoi il faut faire la projection des joins de lit comme dans les Traits pour la coupe des Vouſſoirs, par exemple S p^2, S p^3, S p^4 ; puis du point C, on menera une perpendiculaire ſur S $p4$, qu'elle coupera en un point $n4$, d'où l'on tirera une perpendiculaire ſur S p^3, qu'elle coupera en n^3, &c.

Pour abreger & rendre l'opération plus ſimple, on peut du ſommet S pour centre, & SC pour rayon, décrire un arc C *a*, qui coupera le piédroit *ſ* A au point *a*, & ſera la ſomme de toutes les petites perpendiculaires qu'on peut tirer à toutes les projections des joins de lit poſſibles.

On menera enſuite par les points *a* & C une ligne *a q*, qui coupera le côté opoſé AB prolongé en *q*, qu'on diviſera en deux également en *m*, par où on menera R *u* parallele à AB ; la ligne *a q* ſera le grand axe d'une Ellipſe, dont la moyenne proportionnelle entre R *m*, & *m u* donnera l'autre demi axe, & la portion de cette Ellipſe compriſe entre l'impoſte au point *a*, & la verticale élevée ſur le milieu C ſera le cintre dont il faut faire uſage comme de celui d'un berceau, pour trouver l'épaiſſeur du piédroit *a z*, qui donnera le point *z* par un des Problemes précedens, duquel on tirera des lignes *z* S au ſommet S, & *z* A à la face AB ; le triangle A *z* S ſera la ſurface de la baſe du piédroit que l'on cherche, à laquelle il faut ajoûter quelqu'épaiſſeur en S & en A, par la raiſon que nous avons donné ci-deſſus en parlant du piédroit de la Trompe ſur le coin.

REMARQUE.

Les baſes des piédroits en triangle tombent plus ſouvent en pratique aux Trompes qu'aux autres Voutes, parce qu'elles ſervent ſouvent à occuper les eſpaces qui reſtent entre les figures curvilignes & rectilignes, ou entre des rectilignes de différentes directions, ce qui arrive quelquefois dans les diſpoſitions des plans des Edifices.

d Apres avoir parlé des précautions néceſſaires pour donner aux piéroits la force de réſiſter à la pouſſée des Voutes, il ne nous reſte plus pour achever cet ouvrage qu'à voir celles qui ſont néceſſaires pour que la charpente des cintres ſur leſquels on les éleve ſoit ſuffiſante pour en ſoûtenir la péſanteur pendant qu'on les conſtruit juſqu'à ce que la clef y ſoit miſe pour les décharger de ce fardeau, c'eſt ce que nous allons examiner.

Second Apendice

De la force des ceintres de Charpente pour la conſtruction des Voutes.

Nous devons à M. Couplet, de l'Academie des Sciences, la méthode de trouver la charge des Voutes ſur leurs ceintres, & à M. Pitot celle de trouver la force de ces ceintres, ſuivant l'arrangement qu'on donne aux pieces de bois qui les compoſent. Je vais faire un Extrait de leurs mémoires inſerez dans ceux de l'Academie des années 1726. & 1729. que je vais réduire à trois Problemes.

PROBLEME I.

Trouver la péſanteur ſpécifique des matériaux des Voutes, ſans être obligé d'en façonner quelque partie en cube.

Ayant pris au hazard un morceau de pierre ou de brique de figure quelconque de la même eſpece qu'on veut employer, on la péſera dans l'air, après quoi on la répeſera dans l'eau en la plongeant dans un ſeau, & la tenant penduë à un des bras de la balance, on verra par le poid qu'on mettra dans l'autre baſſin qui ſera dehors combien elle peſe moins dans l'eau que dans l'air, & l'on fera cette analogie.

Comme la différence des poids dans l'air & dans l'eau eſt à la péſanteur de la pierre ; ainſi 72 liv. péſanteur d'un pied cube d'eau, eſt à la péſanteur d'un pied cube de pierre.

La *Demonſtration* en eſt ſenſible.

La différence des poids, qui eſt la diminution de celui de la pierre peſée dans l'eau, eſt conſtamment égale au poid d'un même volume d'eau que celui de la pierre ; or il eſt évident que le poid d'un volume quelconque d'eau eſt au poid d'un même volume de pierre, comme la péſanteur d'un pied cube d'eau eſt à celle d'un pied cube de la même pierre ; donc ces termes ſont en proportion Géometrique.

Pour

Pour rendre la chose plus sensible, on peut ajoûter ici un exemple; soit une pierre dont le pied cube pese 144 liv. ce qui est assez ordinaire, car la pierre legere de St. Leu pésant 115 liv. & celle de Liais 165. la pésanteur moyenne est 140. si l'on supose que le morceau pris au hazard contient le volume d'un pied cube, il pésera en l'air 144 liv. & dans l'eau 72 liv. de moins, c'est-à-dire qu'il ne pésera que 72 liv. parce qu'il occupera un volume d'eau d'un pied cube qui pése 72 liv. Or il est évident que 72 liv. qui est la différence du poid de la pierre, est à 144 liv. pésanteur du volume du cube donné, comme 72 livres poid d'un pied cube d'eau, que la pierre occupe quand elle y est plongée, est à 144 liv. poid du cube de la pierre, ou si la pierre donnée n'est que d'un demi pied cube, elle ne pésera dans l'eau que 36 liv. or la diminution de 36 liv. est à la pésanteur de 72 liv. dans l'air, comme 72 liv. de poid du pied cube d'eau est à 144 liv. de poid du cube de la pierre, ce qu'on aperçoit clairement.

Cette maniere de chercher la pésanteur des materiaux est commode & très utile, car quoiqu'on ait des tables du poid de plusieurs sortes de matieres, on n'y en trouve pas de toutes especes; or l'on sçait que les pierres de presque toutes les carrierres sont inégalement pésantes, & qu'il y a une différence très considerable entre les plus legeres & les plus pésantes; car sans parler de la pierre ponce, qui n'est commune qu'en certains cantons d'Italie, où on l'employe à faire des Voutes, & d'un tufe extrémement poreux & leger, qu'on trouve dans les Alpes, & communément à Briançon; il y a 135 livres de différence par pied cube du marbre à la pierre de St. Leu, c'est-à-dire plus du double de la plus legere; de sorte qu'il faut augmenter aussi plus du double de la force des cintres destinez à former des Voutes des materiaux de cette espece.

Cela supofé, il sera facile de trouver quelle sera la pésanteur absoluë d'une Voute qu'on se propose de faire, puisqu'il n'y a qu'à la toiser & la cuber suivant les regles de la Géometrie; mais parce que les cintres ne sont pas chargez de toute sa pésanteur, il faut chercher la diminution du poid qui est soûtenu par les piédroits.

PROBLEME. II.

La pésanteur absoluë d'une Voute en berceau en plein cintre & d'égal épaisseur étant donnée, trouver celle dont les cintres de charpente sont chargez avant que la clef y soit mise.

Soit (fig. 256.) le quart de cercle AGB la moitié de la Voute, dont BD est l'épaisseur; soit AC le rayon vertical passant par le milieu Fig. 256.

de la clef, divisé en deux également en F ; on menera par ce point l'horisontale FG, qui coupera l'arc AB au point G, par où & par le centre C on tirera l'inclinée CH.

Je dis, 1°. que la seule partie AGHE chargera les cintres, & que la partie BCDH ne les charge aucunement dans la supostion que les Voussoirs soient infiniment polis & sans liaison.

2°. Que cette partie AGHE ne chargera les cintres que d'environ les deux tiers de la pésanteur absoluë.

La *Démonstration* de cette propostion, dont la solution est dûë à M. Couplet, consiste dans un calcul Algebrique trop long pour être répeté dans un petit ouvrage de pratique ; les curieux pourront la voir dans les mémoires de l'Academie des Sciences de l'année 1729. nous nous contenterons d'en indiquer le fondement.

Suposant l'arc AGB divisé en Voussoirs B 1, 1 2, 2 G &c. on peut imaginer qu'ils font effort sur les cintres, ou comme des corps libres qui ne tendent en bas que par leur seule pésanteur, ou comme des corps chargez par le poid des Voussoirs supérieurs, qui ajoûtent une nouvelle détermination à la pésanteur des Voussoirs inférieurs pour les faire remonter.

M. Couplet montre que la premiere hypotese est impossible, parce que les Voussoirs supérieurs AGHE font effort pour faire remonter les inférieurs BDHG sur leurs joins, par la proprieté des efforts des poids tombans sur un plan incliné ; sur ce principe il trouve que le tiers de la Voute au dessus des impostes BD ne charge en aucune façon les cintres, parce que les deux tiers au dessus jusqu'à la clef font effort pour écarter du cintre les premieres retombées.

Secondement il démontre que le restant du quart de cercle au dessus AGHE ne pese sur les cintres que suivant un raport qu'il détermine par cette analogie.

La pésanteur de tous les Voussoirs AGHE est à la somme des efforts qu'ils font sur le cintre, comme l'arc AG est à deux fois son sinus FG moins l'arc AG (: : AG . 2 FG — AG).

D'ou l'on tire pour la pratique que les cintres ne sont chargez qu'environ des deux tiers du poid de la Voute au dessus des retombées du premier tiers qui ne les charge pas, c'est-à-dire qu'ils n'en soûtiennent que les quatre neuviémes.

244. 245. 246. 247. 248. 249. 250. 251. 252. 253. 254. 255.

Suposant, par exemple, le rayon CA de 1000 parties, l'arc AG ſera d'environ 1046. & ſon ſinus 866. lequel doublé donne 1732. dont ôtant l'arc AG 1046. il reſte 686. ainſi la péſanteur de tous les Vouſſoirs en AG ſera à la ſomme des efforts qu'ils font ſur le cintre : : AG (1046.). 2 FG — AG = 686. & à peu près pour l'uſage comme 3 eſt à 2.

Ainsi pour abreger dans la pratique, on cubera les deux tiers de la demie Voute pour en trouver la péſanteur ſuivant la qualité des materiaux dont elle eſt faite, en multipliant les pieds cubes par le poid donné par quelques tables, ou trouvé par le Probleme de ci-devant; on multipliera le produit par le double du ſinus de 60 dégrez, & de ce nouveau produit, on ôtera le premier de la péſanteur de l'arc AG, le reſte ſera la charge que les cintres doivent porter, & que l'on cherche.

Il reſte à preſent à ſçavoir faire uſage de la connoiſſance de cette charge pour lui proportionner la groſſeur & l'arrangement des pieces de bois qui compoſent les cintres, afin qu'ils n'en ſoient pas écraſez avant que la clef de la Voute ſoit poſée.

Obſervations ſur l'arrangement & la compoſition des cintres de Charpente.

On trouve dans les Livres de Charpente & d'Architecture différens arrangemens des pieces de bois qui compoſent les fermes des cintres ſuivant les différentes grandeurs de leurs parties; on en voit pour preſque toutes les grandeurs de Voutes dans le Traité des Ponts & Chauſſées de M. Gautier, où l'on peut puiſer des idées des arrangemens des pieces qui les compoſent.

Nous ne nous propoſons ici que quelques obſervations générales pour le choix.

La premiere, c'eſt qu'il faut que leur force vienne de l'arrangement des pieces, & non pas de leur aſſemblage à tenons & mortoiſes, par des liens & des croix de St. André &c. je veux dire que ſans leurs ſecours, mais ſeulement par quelques legeres entailles d'embrevement pour apuys, & quelques moiſes qui aſſemblent les pieces eſſentielles ſans les affoiblir par des grandes entailles, une ferme de cintre ſoit capable de ſubſiſter ſous les fais dont elle doit être chargée entre les deux fermes collaterales.

La seconde, que l'intervale de ces fermes doit être proportionné à la pésanteur de la Voute, suivant laquelle elles peuvent être espacées depuis trois jusqu'à six ou sept pieds de milieu en milieu, c'est sur l'intervale reglé que l'on doit calculer la force des cintres.

La troisiéme, que l'arrangement des pieces de bois qui composent les cintres aussi bien que leur grosseur, peut être différent suivant les largeurs & les épaisseurs des Voutes ; lorsque le diametre de la Voute n'est que de deux ou trois toises, on peut se contenter de deux arbaletiers, & de quelques potelets pour soûtenir les courbes posez perpendiculairement aux deux pieces droites ; si le diametre de la Voute est plus grand jusqu'à 6 ou 7 toises, on peut y ajoûter un arbaletier au dessous de chaque côté, & assembler les quatre dans un poinçon.

Mais si la Voute est plus large que de 6 à 7 toises, il convient de diviser chaque ferme de cintre en deux parties par un entrait placé à la hauteur de 45 dégrez comme en GI ; premierement pour le fortifier en cet endroit où l'effort de la charge agit le plus entre la clef & l'imposte ; secondement pour n'être pas obligé d'employer des pieces de bois trop longues, & leur trouver des points d'apuis en quelques façons communs à différentes directions, & enfin pour pouvoir lier la partie supérieure à l'inférieure par des moises qui embrassent solidement l'une & l'autre.

Nous choisissons ici un exemple de cintres moyens entre les plus grands & les plus petits, tel que le donne M. Pitot, parce que l'arrangement des pieces en est simple & excellent, ce qu'on peut voir à la fig. 258. pour le plein cintre, & 259. pour le surbaissé ; dans ce dernier on y voit les mêmes pieces qu'au premier, avec cette différence que les seconds arbaletiers KT & V ne pouvant se contrebuter au poinçon, s'arcboutent mutuellement aux bouts d'une piece horisontale TV ; alors ces arbaletiers perdent leur nom, ils s'apellent *Décharges*.

La partie supérieure d'une ferme de cintre plein est donc composée de deux arbaletiers KS, EQ de chaque côté du poinçon auquel ils s'assemblent, & où ils sont contrebutez par les deux autres du côté oposé, & de deux courbes GH, HI, qui s'apuyent par le moyen des potelets posez quarrément sur les seconds arbaletiers.

Cette partie supérieure du cintre doit porter celle de la Voute qui charge le plus, laquelle est celle que nous avons consideré dans la premiere hypotese comme un seul coin tronqué, qui s'étend en un quart de cercle depuis 45 dégrez de hauteur d'un côté jusqu'à l'autre,

& comme le coin tend à écarter les parties inférieures, il décharge celles du cintre de charpente, qui doivent servir à les former jusqu'à la hauteur de l'angle de 50 dégrez, comme nous l'avons dit ci-devant.

Cependant comme la partie inférieure du cintre comprise au dessous de l'entrait, doit porter non seulement la partie supérieure de la Voute jusqu'à ce que la clef y soit posée, & une petite partie au dessous, mais aussi le poid de la charpente supérieure, elle a besoin d'une plus grande force.

Il convient donc qu'elle soit composée d'autant de pieces de bois que la supérieure, lesquelles leur servent d'apui & de base, & qui, par une position moins inclinée à l'horison, auront beaucoup plus de force que les supérieures correspondantes, quand même elles ne seroient que de même grosseur. Cette différence d'inclinaison & leur position les fait apeller, comme dans la charpente des combles, des *Jambes de forces*; ainsi à chaque arbaletier il faut une jambe de force pour le soûtenir; celle qui est la plus près de la circonférence sert à soûtenir les courbes du cintre par le moyen des potelets posez quarrément, & assemblez à tenons & mortoises, comme dans la partie supérieure au dessus de l'entrait, ce que la fig. 258. exprime sensiblement.

Les autres pieces qui embrassent les courbes, le second & le premier entrait marquées *m o*, *m o*, sont des moises qui sont composées de deux pieces, une devant, l'autre derriere, échancrées pour serrer les jambes de forces & les courbes, & se joindre par le moyen des boulons & des clavettes de fer.

De la force des pieces de bois, tirée de l'expérience.

Une piece de bois mise de bout porte autant de poid qu'il en faudroit pour la rompre si elle étoit tirée suivant sa longueur, & l'on a trouvé par des expériences qu'un brin de chêne d'une ligne en quarré peut soûtenir 50 liv. avant que de se rompre, d'où il suit qu'il peut en porter autant étant posé de bout. Je ne trouve pas qu'on ait fait des expériences sur une certaine longueur, mais au contraire qu'on n'y a point d'égard dans le calcul; il me semble cependant qu'une piece de bois bien à plomb & bien longue ne doit pas soûtenir le même poid qu'une autre de même grosseur & en même position qui seroit très courte; ma raison est fondée sur la configuration des fibres du bois, qui ne sont pas dirigez en lignes droites depuis le pied jusqu'au sommet, cependant comme l'on n'y a pas trouvé de différence

pour la force, & que par le moyen des moises on peut contenir les pieces de bois dans leur situation verticale ou inclinée ; je supose avec ceux qui ont fait des recherches sur la force des bois par plusieurs expériences, qu'on peut n'avoir aucun égard à la longueur des pieces, mais seulement à leur grosseur ; c'est pourquoi il suffira de mesurer leur base, & de la réduire en lignes quarrées.

Suivant cette hypotese, ayant mesuré la surface de la base de chaque piece de bois en lignes quarrées, on les multipliera par 50 liv. & l'on aura la force absoluë de chaque piece de bois suposée en situation verticale ; mais parce qu'elles sont presque toutes inclinées, on en cherchera la force rélative par ce principe de méchanique, par lequel on réünit l'effort de deux puissances, qui tirent ou poussent suivant différentes directions, en une seule qui est exprimée par la diagonale du parallelograme, formé par les côtez qui expriment ces puissances & leurs paralleles, ce qui est connu & démontré dans tous les traitez de méchanique.

Fig. 257. Suposant, par exemple, deux arbaletiers AS, BS (fig. 257.) comme deux puissances qui poussent chacune en S avec des forces exprimées par les lignes DS, *d* S pour soûtenir le poid P ; si l'on tire par les points D & *d* des paralleles aux directions de ces puissances, qui se couperont en Y, la diagonale SY sera l'expression de l'effort de ces deux puissances réünies au point S, pour soûtenir le poid P.

Cela supofé, il ne sera pas difficile de faire usage de ce principe pour trouver la force des cintres des figures 258. & 259. en formant une échelle, comme par exemple *e c l* divisée en un certain nombre de parties égales, qui exprimeront des quantitez de livres pésant, en quintaux ou miliers, suivant l'éxigence de l'opération d'une grande ou d'une moyenne pésanteur de Voute.

Soit (fig. 258.) la partie supérieure GHI du cintre dont il faut *Fig.* 258. chercher la force, on prolongera les directions des arbaletiers FQ, *k q*, qui sont inclinez entre eux jusqu'à ce qu'ils concourent en R, d'où l'on portera sur chacune de ces lignes le nombre des parties de l'échelle, qui expriment leurs forces trouvées, comme nous venons de le dire ci-dessus, par exemple la force de *k q* en R *t* ; & parce que les pieces de la courbe HI lui sont à peu près paralleles, on peut en ajoûter la force sur la même direction comme de *t* en T. On prendra de même celle de FQ en R *f* ; par les points T & *f*, on menera les lignes TV *f* V paralleles aux lignes R *f* & RT, lesquelles se rencontreront en V, & l'on tirera de R en V la diagonale RV.

On portera ensuite cette diagonale du point r, où elle coupe la ligne du milieu CH, en $r u$ sur la même diagonale prolongée d'un côté, & sur son égale r W de l'autre ; puis on achevera le parallelograme en menant $u y$ parallele à r W, & W y parallele à $r u$, la diagonale $r y$ exprimera la force qui résulte de celles des trois pieces QF, q k & HI, & des trois autres de l'autre côté GH, K q & EQ, c'est-à-dire des deux arbaletiers qui sont l'un sur l'autre de chaque côté, & de la courbe du cintre qui doit porter les dosses du plancher sur lequel on pose les Voussoirs.

Par la même maniere on trouvera la force qui résulte des quatre jambes de force, & des deux jantes des courbes de la partie inférieure au dessous de l'entrait ; supposant ces pieces Fn, k o inclinées entre elles comme elles doivent l'être, on en prolongera la direction jusqu'à leur point de concours en e, puis on portera la force de n F en e P, mesure prise sur l'échelle, & celle de o K en $e p$ suivant la longueur trouvée pour en exprimer la force sur la même échelle, & parce que la jante BI ou courbe du cintre lui est à peu près parallele, on ajoûtera sa force exprimée en $p m$ sur la même direction ; ensuite par les points trouvez P & m, on menera PL parallele à $m e$, & m L parallele à P e pour avoir le parallelograme L m e P, dont la diagonale L e exprimera la force réünie de ces trois pieces de bois.

Presentement pour avoir celle qui résulte des trois autres du côté oposé AG, OK, NE, on portera la diagonale L e en S x sur la même direction prolongée, à commencer au point S où elle coupe la ligne verticale du milieu SC ; puis faisant SX égale à S x & également inclinée, on achevera le parallelograme SXY x, dont la diagonale SY exprimera la force qui résulte des six pieces de bois de la partie inférieure du cintre ; sçavoir des quatre jambes de forces, & des deux jantes du cintre.

Presentement si l'on ajoûte la diagonale de la partie supérieure au dessus de l'entrait avec celle de l'inférieure, on aura la force de toutes les pieces du cintre, qui servent à soûtenir la Voute, car on ne compte point les moises & les potelets, parce que ceux qui soûtiennent les parties des courbes s'apuyent sur les pieces droites au dessous, & que les moises ne servent qu'à entretenir l'assemblage des pieces principales sur lesquelles se repose toute la charge des Voussoirs avant que la clef y soit mise, où il faut observer que la partie inférieure outre la charge de ces Voussoirs, doit encore soûtenir celle de la charpente de la partie supérieure ; à moins que par la commodité du lieu on ne puisse la renforcer par des étançons qui portent sur le sol, comme l'on fait

quelquefois par des pilots plantez dans la riviere lorsqu'il s'agit d'un pont.

Fig. 259. Lorsque le cintre est surbaissé comme à la fig. 259. on operera précisement de la même maniere pour la partie inférieure, qui est au dessous de l'entrait, comme la figure le fait voir.

Il faudroit aussi opérer de même pour la supérieure, si les arbaletiers étoient inclinez entre eux; mais comme on ne peut les faire tous buter contre le poinçon, on fait buter les deux pieces supérieures, qu'on apelle *décharges*, contre les bouts d'une piece horisontale RV; de sorte que par cette disposition les principales pieces deviennent presque toutes trois paralleles; ainsi prenant le concours au point S, on posera de suite sur la direction S *f* les trois mesures des forces de ces pieces, sçavoir celle de S *f* en S 1, celle de VK en 1 2, & celle de la courbe *h i* en 2 *x*; puis tirant par *x* l'horisontale *x* X, qui coupera S *y* en Z, on fera SX égale à S *x*, & l'on achevera le parallelograme SX *y x*, dont la diagonale S *y* exprime la force absoluë que l'on cherche pour la partie supérieure de ce cintre.

L'Inferieure au dessous de l'entrait est la même qu'au plein cintre.

PROBLEME III.

La pésanteur absoluë d'une Voute étant donnée, trouver la grosseur de chaques pieces de bois qui composent un ceintre suivant un arrangement donné.

Cette proposition est une inverse de la précedente; on prolongera les directions des pieces, qui concourent pour en former des parallelogrames avec des valeurs de forces arbitraires, avec lesquelles on operera comme si elles n'étoient pas suposées, ensuite on fera cette analogie: comme la valeur rélative d'une diagonale est à la valeur de celle qu'on a donné à une des pieces, ainsi la pésanteur donnée que le cintre doit porter sera à la force que cette même piece de bois doit avoir, laquelle étant divisée par 50 liv. donnera le nombre des lignes quarrées que la base de la piece doit avoir.

La raison en est sensible en ce que la diagonale étant donnée, la valeur de chaque côté l'est aussi, & les figures de suposition & de réalité étant semblables, leurs côtez & leurs diagonales sont proportionnels.

Il est visible que les opérations de ces deux derniers Problemes, qui roulent sur des triangles où il y a des côtez & des angles connus, peuvent

peuvent être faites avec plus de précifion par la trigonometrie ; mais comme il convient d'augmenter toûjours quelque chofe aux forces des cintres par précaution contre les défauts qui fe trouvent dans les bois, il fuffit de connoître à peu près le néceffaire pour y ajoûter ce que la prudence exige pour plus de fûreté, particulierement lorfqu'il y a du rifque de la vie des Ouvriers ; & de la perte des materiaux, comme dans les Ponts où il y a encore un autre inconvenient à craindre, qui eft celui de combler ou embarraffer le courant de l'eau.

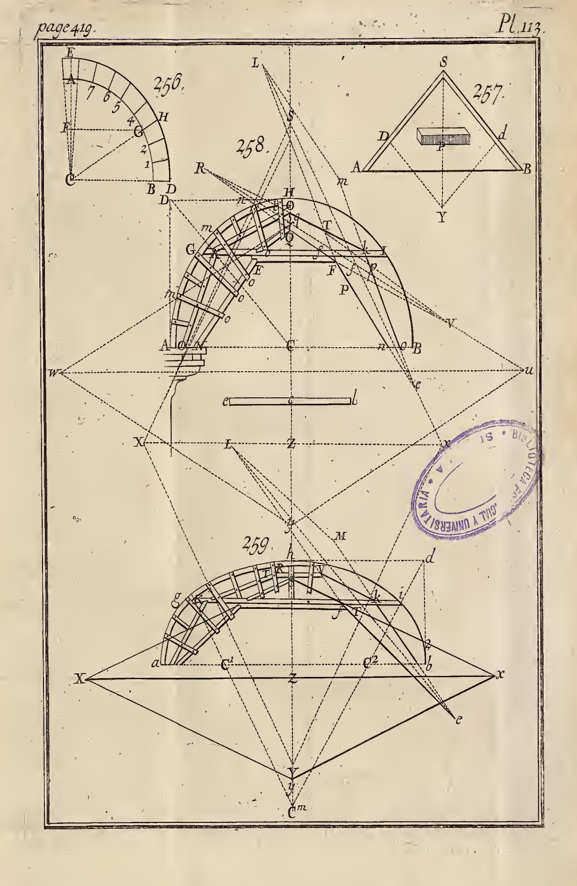
LORSQU'ON a pofé la clef d'une Voute, il eft certain que les cintres font déchargez virtuellement de leur fardeau, mais ils ne le font pas encore actuellement, & même il n'eft pas fûr, lorfque la Voute eft d'un grand diametre, qu'elle fubfifte en la décintrant, fi on n'a grand foin d'abaiffer les cintres par tout également, parce que fi l'afaiffement fe fait plûtôt d'un côté que de l'autre, la Courbe du contour de la doële fe change ; alors la direction des lits qui lui étoient perpendiculaires ne le font plus, d'où il réfulte qu'ils s'ouvrent en quelques endroits & fe refferrent en d'autres, ce qui rompt l'équilibre, par un mouvement qui fait fouvent éfondrer la Voute, comme on l'a vû arriver dans de grands ouvrages.

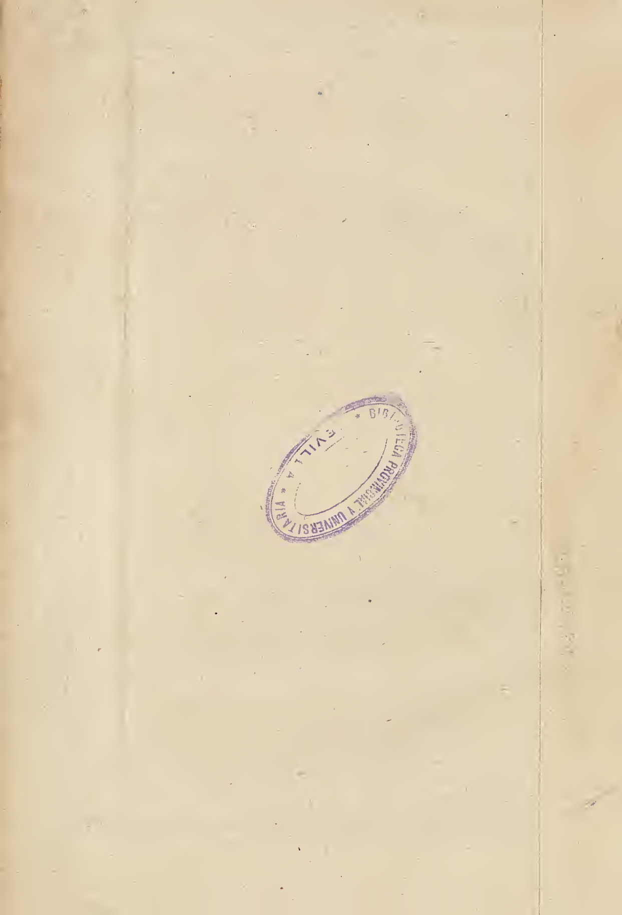
IL eft donc de l'induftrie de l'Architecte de faire en forte, par le moyen des coins, des Vis, ou d'autres machines, d'abaiffer peu à peu les *Fermes* des cintres & à différentes réprifes, pour donner le tems à la maçonnerie de s'afaiffer également jufqu'à ce qu'elle fe détache entierement des *Doffes*, en forte qu'on puiffe les tirer fans démonter les Fermes, parce que fi l'on s'apercevoit qu'elle continuât de s'afaiffer en quelques endroits, & qu'elle menaçât ruine, on auroit encore les moyens de la démolir pour y aporter remede fans perte de materiaux ; c'eft le dernier Trait de prudence d'un bon Architecte, & le dernier Confeil de cet Ouvrage, qui a eu pour objet la régularité & la folidité des Voutes, afin qu'elles plaifent par la beauté de leur conftruction, & qu'elles durent long tems par le feul artifice de la coupe & de l'arrangement de leurs parties, fans le fecours du mortier & du ciment.

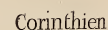
FIN.

A STRASBOURG,
De l'Imprimerie de JEAN - FRANÇOIS LEROUX.




256.
257.
258.
259.


BIBL
TECA PROVINCIAL Y UNIVERSITARIA
EVILLA



Ionique

Dorique

1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 *Modules*

5. 10 20 30.

DISSERTATION

SUR

LES ORDRES D'ARCHITECTURE.

Par M. FREZIER, Chevalier de l'Ordre Militaire de Saint Louis, Ingenieur ordinaire du Roi en Chef à Landau.



A STRASBOURG,

Chez JEAN-DANIEL DOULSSEKER le Fils, Marchand Libraire à l'entrée de la Ruë dite Flader-Gaſs.

M. DCC. XXXVIII.



DISSERTATION
SUR CE GENRE DE DECORATIONS
QU'ON APELLE
LES ORDRES D'ARCHITECTURE.

LA connexité qui ſe trouve entre l'Art de la Coupe des pierres & celui de la Décoration de l'Architecture, peut donner place ici à quelques réflexions propres à établir des principes de diſcernement entre le bon & le mauvais uſage que l'on fait dans les Bâtimens, de ce qu'on apelle les *Ordres d'Architectures.*

Vitruve * ſe plaignoit de ſon tems que la mode avoit tellement prévalu ſur la raiſon à l'apui de l'ignorance & d'une lâche adulation, qu'on fermoit les yeux ſur les extravagances qu'on introduiſoit dans les Arts, & même que bien loin d'y trouver à redire, on les voyoit avec plaiſir, tant on étoit peu éclairé & hors d'état de connoître en quoi conſiſte la vraye beauté des décorations. Notre ſiecle ne reſſemble pas mal en cela au ſiecle dans lequel vivoit ce fameux Architecte; on peut bien, ſans être trop rigide, en dire autant que lui, & avec plus de raiſon, puiſque nos meilleurs Connoiſſeurs prennent le ſiecle d'Auguſte, qu'il critiquoit, pour le modele de la perfection de l'Ar-

* Vitr. liv. 7. ch. 5. *Ita novi mores coegerunt uti inertiâ mali judices conniveant ad artium virtutes . . . . hac falſa videntes homines non reprehendunt ſed delectantur . . . . judiciis autem infirmis obſcuratæ mentes non valent probare quod poteſt eſſe cum autoritate & ratione decoris,*

chitecture, sans examen raisonné, & de plus ils adoptent le gout particulier de quelques-uns de ces Architectes modernes, qui se sont plus scrupuleusement attaché à la bagatelle, qu'à remonter aux vrais principes de leur Art.

Nous croyons donc, suivant l'esprit de Vitruve, que l'on doit asservir les ordres d'Architecture aux loix de la raison, & que sur ce principe, on peut condamner tout ce qui n'y est pas conforme, même l'antique, & parce que nous avons les préjugez qui sont en sa faveur, & la pluralité des voix à combatre, nous devons établir ces loix, & montrer sur quoi * sont fondées les raisons de la vraie beauté.

* *Quod potest esse cum autoritate & ratione decoris.* Vitr.

L'Ide'e que nous avons de la beauté ou de la difformité est le plus souvent un effet de l'habitude que nous avons de voir certaines choses, ou de les entendre louer & aprouver de ce qu'elles sont faites d'une façon plûtôt que d'une autre; mais la mode n'est pas toujours une regle sûre pour juger du *beau* & du *difforme*, puisqu'elle a des vicissitudes qui changent souvent l'un pour l'autre. Cette regle ne se trouve que chez les esprits libres de préjugez, qui après avoir vû & combiné plusieurs ouvrages de différens tems & chez différentes nations, sont en état de discerner les beautez purement naturelles, qui se font sentir au travers des usages établis par la mode, à ceux qui lui préferent la raison.

Il faudroit donc, pour venir à un examen des Ordres d'Architecture, trouver de ces sortes d'esprits, mais ils sont rares, même parmi les gens de la profession qui en paroissent les juges naturels, & l'on peut avancer sans extravagance, qu'on ne doit pas toujours s'en tenir à leurs décisions. * Je puis apuyer cette opinion du jugement de Vitruve *liv. 6. chap.* 11. mais en voici la preuve.

* *Namque omnes homines non solum Architecti quod est bonum possunt probare* Vitr. liv. 6. c. 11.

La plûpart des Architectes ont sucé dès leur enfance, les principes des Maîtres qu'on leur a donné, ou qu'ils ont adopté sur leur réputation; ils regardent leurs preceptes comme des loix ausquelles ils n'est pas permis de contrevenir, toutes vaines & pueriles qu'elles soient.

Judiciis autem infirmis obscuratæ mentes non valent probare quod potest esse cum autoritate & ratione decoris. Vitr. *ibid.*

Ils sont ensuite conduits dans leurs études par des vûës d'intérêt; il s'agit pour leur fortune d'étudier le goût du siécle, de la nation dans laquelle ils vivent, & particulierement de ceux qui font la dépense des bâtimens, dont ils ambitionnent la conduite ou l'entreprise pour meriter la préference sur les concurrens qui se présentent; & comme les gens riches à qui ils ont à faire ne sont pas toujours les plus éclairez, on ne leur propose de projets que sur des modeles

à la mode, dont ils ne connoiſſent ni le bon ni le mauvais, ou s'ils veulent de la nouveauté, on s'efforce d'en produire à quelque prix que ce ſoit : de-là viennent ces bizarres varietez pui s'érigent peu à peu en modes, & qu'on apelle dans le monde le bon ou le mauvais *goût*, ſelon qu'il aproche ou s'éloigne le plus de la nouveauté.

Il eſt aiſé de prouver que la plûpart de ces prétenduës décorations n'ont point de beauté réelle, puiſque nos modes ne ſont ni conſtantes ni univerſelles ; les Orientaux, les Occidentaux, les habitans du Septentrion & ceux du Midy ont leurs uſages en fait de bâtimens, & des décorations à leur gré : ſommes-nous les ſeuls peuples qui ayons en partage le meilleur goût & le bon ſens ? les gens qui n'ont pas voyagé ſont quelquefois aſſez peu éclairez pour donner dans cette folle préſomption ; mais pour les déſabuſer, il n'y a qu'à leur faire connoître que nous empruntons tous les jours des inventions des étrangers. Nous devons les plus beaux modeles d'Architecture, premierement aux Grecs, & enſuite aux Romains, qui les ont imité : ſi nous entrons dans le détail, nous trouverons que nous tenons des Italiens nos Salons, les couronnemens de baluſtrades en terraſſes, qui ſont d'un bel effet, & nos entre-ſoles ; des Eſpagnols & des Portugais, nos fenêtres abaiſſées au deſſous de l'apui, & nos balcons même juſqu'à leurs ferrures, & que nous copions dans nos décorations d'ornemens le goût Arabeſque & le Chinois, au lieu du Romain que nous abandonnons.

Peut-on dire que les unes ou les autres de ces nations ayent toujours eu des regles conſtantes de beauté dans les décorations de leur Architecture, non certainement, puiſqu'elles ont varié chez eux dans un aſſez petit intervale de tems.

Quelle différence des édifices des anciens Grecs & Egyptiens à ceux des Mahometans qui leur ont ſuccedé dans le même pays ? quelle différence de ceux des Maures à ceux des Eſpagnols nez comme eux en Eſpagne ? enfin quelle différence des bâtimens Gothiques dont la France & les Pays-bas ſont pleins, à ceux des François de nos jours ? nos Ancêtres avoient-ils raiſon ? l'avons-nous ? c'eſt une queſtion qu'il n'eſt pas plus facile de décider que celle qu'on pourroit agiter ſur la différente façon de nos habits ; on convient de la neceſſité de ſe couvrir, & de ſe mettre à l'abri des injures de l'air, mais non pas de la grace de l'ajuſtement ; elle dépend tellement de l'habitude qu'on a de voir les objets figurez d'une certaine façon, que ce qui n'eſt pas conforme à la mode eſt inſuportable & ridicule : or les loix de la mode ne ſont pas bornées à la façon de nos habits, elles s'étendent ſur tout, & les bâtimens n'y ſont pas les moins aſſujettis. Sans

remonter bien avant dans les fiécles paffez, examinons ceux que nous tenons de nos Peres ; de leur tems on affectoit de mettre les entrées au milieu des maifons, aujourd'hui on ne s'affujetit pas même d'y laiffer un vuide, on n'a point de honte d'y placer un trumeau, comme on voit dans quelques-uns des plus modernes & des plus grands Hôtels de Paris. *

* M. Blondel habile Architecte, dont je fais cas, défaprouve cete licence cõme moi dans fon Architecture moderne tom. 1 pag. 57 & 58.

On faifoit de grandes cheminées & de petites portes, à prefent on fait de très grandes portes & de petites cheminées ; on prenoit des jours d'en haut & d'une mediocre grandeur, aujourd'hui tout eft ouvert jufqu'à nos pieds ; on affectoit de la fimetrie dans les fenêtres, aujourd'hui fur une même face on feroit bien fâché de les faire uniformes, c'eft une beauté d'en varier les fermetures ; on faifoit les combles extrémement rapides d'une pente fuivie, aujourd'hui extrémement couchez, & de deux pentes différentes, l'une trop rapide, l'autre trop couchée.

Tous ces changemens, dira-t'on, font autorifez par la commodité; cette raifon n'eft pas inconteftable. Quand les portes d'entrée étoient au milieu des maifons, on n'étoit pas obligé d'aller chercher un guide pour y entrer ; l'étranger fe tranfportoit avec moins de circuit où il avoit à faire, & fe plaçoit en un lieu d'où il apercevoit une agréable fimetrie. Scamozzi difoit que la porte d'une maifon étoit comme la bouche d'un animal, que la nature a mis au milieu de la face pour diftribuer également la nourriture à droite & à gauche ; il feroit fort étonné s'il voyoit aujourd'hui en France des vifages qui n'ont point de bouche en face, mais par le côté ; une pareille difpofition n'eft fuportable que dans un bâtiment fimple, où il eft avantageux de ne pas en divifer les apartemens, ou dans celui d'un petit particulier qui manque de place ; mais dans les grands Hôtels doubles, ces raifons ne fubfiftent plus ; l'entrée par le milieu ne caufe aucune interruption dans ceux de Matignon & de Noirmoutier, qui font du deffein de M. de Courtonne, Profeffeur de l'Academie d'Architecture, ni dans plufieurs autres édifices modernes à Paris.

Je demande auffi fi c'eft une commodité d'introduire l'air froid dans une chambre par une ouverture de porte, qui feroit fuffifante pour une entrée de grange, plûtôt que de la proportionner à nôtre taille & à nos befoins ; d'ouvrir tellement les fenêtres qu'une chambre foit fufceptible du chaud & du froid de chaque faifon, & faire venir de nos pieds une lumiere qui éblouït & fatigue la vûë plûtôt que de la recevoir moins rafante au plancher ; car la nature a couvert nos yeux de paupieres de haut en bas, & non pas de bas en haut ; d'établir des logemens dans les toits, qui ne font faits que pour couvrir nos

chambres, & détourner la pluye de sur nos têtes, & de les briser & percer de lucarnes & de pentes inégales, ou de les faire d'une pente uniforme & continuë, comme il convient à l'écoulement des eaux, puisque toutes ces brisures & noües ouvrent une infinité de gouttieres, lorsqu'on n'a pas soin d'y remedier par la dépense des tables de plomb ou d'autres métaux. Ce genre de bâtimens qui a tant fait d'honneur à François Mansart * en France, n'a pas été adopté chez les nations qui ont le plus abondé en grands Architectes, comme en Italie; d'où je conclus qu'il n'a rien de si excellent que quelques écrivains modernes ont voulu nous le persuader.

* Ce n'est pas le dernier qui s'appelloit Jules Ardoüin.

Puisque la mode regne dans les parties essentielles des édifices, il n'est pas étonnant qu'elle change dans l'ordre de leurs décorations; sans parler des ornemens de sculpture, où l'on a passé de l'extrémité d'un relief trop massif à une confusion de legers contours Arabesques, & d'imaginations Chinoises de Dragons, d'aîles de chauves-souris, & d'autres pareilles grotesques; on a aussi passé pour la construction des bâtimens voutez de la legereté Gothique de peu de dépense, à une consommation superfluë de materiaux, comme on voit dans les Eglises modernes; cependant depuis environ deux cens ans qu'on a repris le goût de l'Architecture antique, en abandonnant totalement le Gothique, combien d'Architectes n'ont pas écrit pour tâcher de fixer les ordres antiques à certaines mesures, chacun selon son goût qu'il a cru le meilleur; mais rien ne prouve mieux la futilité des regles qu'ils ont voulu nous prescrire que leur discordance entre eux, & les folles varietez qu'ils ont répandu dans l'Architecture; on entasse sans nécessité plusieurs ordres les uns sur les autres, on en voit d'inégales hauteurs mêlez sur la même base, on tord les colonnes en hélices, on les interrompt par des bandes, on imagine des chapiteaux bizarres, on plie les parties des ordres qui sont inféxibles de leur nature, comme les architraves & les corniches, on confond celles qui doivent être distinctes, comme aux corniches architravées, on les coupe par des ouvertures ou des ressauts, par des changemens d'inclinaisons, des enroulemens & des cartouches bizarres; en un mot la mode regne sur les ordres d'Architecture, & si l'on n'en a pas changé totalement l'ordonnance, on l'a tellement défigurée dans toute l'Europe qu'on peut dire que ce n'est plus qu'un canevas sur lequel les Architectes & les Dessinateurs particulierement des rétables de nos Eglises, brodent à leur fantaisie; on doit seulement en excepter un petit nombre des modernes de notre France, qui en ont usé plus sagement, en se conformant au goût de la celebre Academie d'Architecture de Paris.

Au milieu de cette varieté de goûts & d'opinions, ne sera-t'il pas

permis d'établir quelques principes, dont les hommes raisonnables puissent convenir, & n'y auroit-il pas une Architecture naturelle indépendante du caprice des Dessinateurs ? je vais exposer ce que j'en pense.

Il n'est personne qui n'ait remarqué que l'imitation d'une chose naturelle nous cause du plaisir, ce n'est que par l'imitation que la Peinture, la Sculpture, la Musique, & la Comedie nous plaisent & nous réjoüissent, & lorsqu'elle est parfaite, l'objet copié d'après une belle nature nous cause plus de plaisir que l'original ; la vûë d'un beau tableau ou d'une belle figure de marbre nous touche souvent plus que celle de l'homme auquel elle ressemble : or l'Architecture, comme
*liv. 1 c. 1. l'a fort bien dit Vitruve *, n'est pas moins un art d'imitation que ceux que je viens de nommer ; *Maximè etiam in Architectura hæc duo insunt quod significat & quod significatur.*

S'il est donc quelque regle universelle pour les ordres, elle ne peut être fondée que sur l'imitation de l'Architecture naturelle ; c'est à la verité ramener ce grand Art dont on fait tant de bruit dans le monde, & auquel on prodigue souvent le nom de Science aux choses les plus simples ; mais c'est le rapeller à son origine, témoin Vitruve, & après lui Palladio, Scamozzi & tous les plus fameux Architectes.

On pourra demander quelle est cette Architecture naturelle ? faut-il remonter à la construction des maisons qu'ont bâti les premiers hommes ? il n'en existe plus de monument, pas même dans les histoires ; cependant on peut la croire telle que Vitruve l'expose dans son second Livre, où il remonte à un tel point de simplicité, qu'il pense qu'ils firent des toits horisontaux avant que la pluye leur eût apris qu'il falloit leur donner de la pente, mais voici les raisons qui doivent établir son opinion.

L'Industrie naturelle aux hommes que je pourrois apeller l'instinc de se garantir des injures de l'air, puisqu'elle est commune à la plûpart des animaux, a été la même de tout tems, suivant les besoins particuliers aux climats qu'ils ont habité ; ceux qui ont trouvé des grottes faites par la nature en ont profité, & ceux qui ont trouvé des bois s'en sont servi pour se mettre à couvert de la pluye & du soleil, s'ils n'avoient pas eu assez de genie pour faire usage de la terre lorsque les bois leur ont manqué, les taupes leurs auroient montré à s'y loger, comme on fait encore aujourd'hui en certains cantons d'Irlande, & chez cette nation du Mississipi qu'on apelle les *Chenards* ; telles étoient aussi à peu près les cabanes de ces anciens Phrygiens, dont parle Vitruve. Les hyrondelles leurs auroient apris à s'en faire des cloisons, & les castors à faire des Voutes ; mais comme les bois sont la matiere
la

la plus commode à former une habitation propre à la ſanté & agréable à la vûë, c'eſt de cette matiere que nous tenons l'origine de nos ordres, car l'arangement des pieces eſſentielles à leur conſtruction eſt ſi naturel, qu'on n'a pas beſoin d'étudier la charpente pour dreſſer une cabane de bois.

Examinons les premiers établiſſemens d'une colonie dans un pays de forêts inhabitées, comme étoient ceux de nos Isles de l'Amerique, on verra qu'on commence par planter des troncs d'arbres, ſur leſquels on couche des pieces de bois horiſontalement pour ſuporter un toit, & d'autres inclinées à l'horiſon & entre elles pour lui donner la pente néceſſaire à l'égoût des eaux ſur un tiſſu d'écorces d'arbres, de feüilles ou de branches, de roſeaux où d'autres choſes, ſous leſquelles on puiſſe ſe mettre à l'abri du ſoleil & de la pluye ; s'il faut encore ſe garantir des vens & du froid, on remplit les intervales des troncs, qui ſervent de ſuports, avec des doſſes de bois fendus, du clayonage, de muraille de terre ou de ce qu'on peut ; les Germains nos Ancêtres ne bâtiſſoient point autrement, ils n'employoient (ſelon nos Hiſtoriens) ni pierre, ni chaux, ni ciment, mais du bois ſans être dolé, comme on fait encore aujourd'hui en Boheme & en Moſcovie, & comme faiſoient pluſieurs nations du tems de Vitruve ; mais dès qu'il s'agit de faire durer les édifices, on y aporte d'autres précautions ; on éleve les troncs d'arbres ſur des pierres pour empêcher qu'ils ne pourriſſent à fleur de terre ; voilà l'origine des *Dez* & des *Plinthes*, comme le prouve l'étimologie du mot grec qui ſignifie une brique : enſuite pour plus de propreté, on arondit les troncs d'arbres d'une forme réguliere, telle qu'on fait les colonnes ; mais afin que le rejailliſſement de l'eau de pluye au deſſus du plinthe, ne nuiſe point à la baſe de la colonne, on en abat l'arête en chanfrain ; peut-être qu'en quelques endroits on s'eſt aviſé d'enveloper cette baſe de cordes, comme l'on fait aux *Rouſſetures* des Mats des Vaiſſeaux, ou avec des cerceaux, & que cette invention a donné lieu à imaginer les *Tores* des baſes des colonnes ; cette conjecture eſt fondée ſur la ſignification du mot latin *ſpira*, dont Vitruve ſe ſert pour exprimer la baſe d'une colonne, parce qu'il ſignifie la révolution d'un cable. Cette étimologie me paroit plus naturelle que celle que nous donnent les Architectes, dont l'un va chercher, après Vitruve, la chauſſure humaine, l'autre, comme Palladio, le renflement cauſé par l'afaiſſement, l'autre des matelats pour aſſeoir du bois ou de la pierre, comme Scamozzi trompé par le mot *torus*.

Pour donner quelque aſſiete aux ſommiers qu'on couche horiſontalement, on a ſoin de les équarrir, voilà nos *Architraves*, c'eſt-à-dire nos principales poutres, comme l'explique l'origine du mot partie grec-

que partie latine ; nous les apellons en terme d'Architecture françoise *poitrail* ou *sommier.*

On range ensuite sur les Architraves les poutrelles qui doivent porter le plancher, ou les tirans des fermes du comble, & parce qu'étant posées en travers, elles ne montrent au dehors que leurs bouts, les Architectes ont imité cette aparence par des quarrez longs en saillie, ou tout unis comme ceux de Vitruve ; Palladio & Scamozzi mettent à l'ordre *Toscan*, ou ornez de la gravure de trois canaux angulaires, comme sont les *Triglyphes* de l'ordre *Dorique*, l'un & l'autre expriment des boûts de planches mises sur le parement du bois vû debout pour le conserver, d'où vient que Scamozzi les apelle *pianuzzi*, & Vitruve *antepagmenta* liv. 4. ch. 7. & quoique les gravures en changent le nom, elles représentent toujours la même chose un peu ornée.

Enfin on couche sur les poutrelles une sabliere pour servir d'apui aux chevrons qu'on avance en saillie pour écarter les eaux de la face de l'édifice ; voilà le modele des *Corniches*, de leurs *Modillons*, *Mutules* & *Denticules.*

L'Arangement dont nous venons de parler, ne convient qu'aux deux côtez de l'édifice, où le toit fait égoût ; il en est deux autres où il n'en fait point, qui sont terminez en pointe plus ou moins aiguë selon l'inclinaison de chaque moitié du toit ; c'étoit ordinairement dans une de ces dernieres qu'étoit anciennement la principale entrée des Temples, comme il paroit par tous les monumens de l'antiquité, & même le plus souvent celle des maisons, comme on le voit encore en plusieurs Villes des Pays-bas, & à Paris sur le pont de Notre-Dame, & parce que cette partie est la face ou le front du bâtiment, on a apellé cette élevation angulaire un *Fronton.*

Omnia enim certa proprietate & à veris naturæ deductis moribus traduxerunt in operum perfectiones . . . ex eis originibus simetrias & proportiones unius cujusque generis constitutas reliquerunt. Vitr. l 4. ch. 2.

Ces origines ne sont pas un effet de mon imagination, les plus fameux Architectes en conviennent après Vitruve, qui dit que les anciens n'ont rien imaginé que d'après la nature, & n'ont reconnu de beauté constante que celle qui en tiroit son origine ; c'est de cette Architecture simple & naturelle qu'ils ont fait le modele des décorations, dont ils ont orné les édifices les plus somptueux.

Suivons les principes qu'ils ont adopté, & nous trouverons qu'ils s'en sont écartez en plusieurs rencontres sans y faire attention. Vitruve qui avoit si bien reconnu que les corniches n'apartiennent qu'aux toits, parle cependant d'entasser un ordre sur l'autre sans suprimer la corniche du premier ; & ce qu'il y a encore de plus singulier dans sa conduite, c'est qu'il rend cette faute ridicule par le récit qu'il fait du

jugement de Licinius ſur un tableau d'Apaherius, dans lequel on voyoit un ſecond ordre établi ſur les corniches & frontons du premier ; vous admirez ce tableau, diſoit Licinius aux Alabandins, parce qu'il eſt bien peint, mais vous n'y apercevez pas une faute de bon ſens ; *qui a jamais vû des maiſons & des colonnes poſées ſur les tuiles des combles, au lieu qu'elles doivent être ſur des planchers ?* cependant malgré cette judicieuſe obſervation de Licinius, nos Architectes élevent quelquefois deux & trois rangs d'ordres les uns ſur les autres, auſquels ils donnent pour baſe des corniches ornées de ces choſes qui n'apartiennent qu'aux toits, comme les Modillons, Denticules & Mufles de Lions : il eſt donc vrai ſelon le jugement de ce Mathématicien, qu'ils manquent tout-à fait de bon ſens & d'eſprit.

Quis enim veſtrûm domos ſupra regularum tecta poteſt habereaut columnas ſeu faſtigiorum explicationes, hæc enim ſupra contignationes ponunt, non ſupra tegularum tecta Vitr. l 7 ch. 5.

Mais qui oſera reprocher aujourd'hui cette faute aux plus ſomptueux bâtimens de l'Europe ? puiſque l'abus a tellement prévalu contre les regles de la raiſon, que les yeux y ſont accoutumez, & que les Architectes y ſouſcrivent & l'aprouvent. Je n'entreprendrai pas ici de m'ériger en réformateur d'une mode ſi généralement reçûë en dépit du bon ſens ; je demande ſeulement qu'on me produiſe quelque modele du contraire chez les Grecs, qui nous ont tranſmis par les Romains la plus belle Architecture ; on ne voyoit qu'un ſeul ordre dans leurs édifices : je ne trouve d'exemple du contraire que dans le Temple de Minerve Elée en Arcadie, & dans celui de Jupiter Olimpien d'Athenes, où deux ordres formoient autant de galeries dans l'intérieur du temple ; mais les Hiſtoriens ne nous diſent pas que la corniche du premier ordre fût entiere, & qu'elle eût des attributs des toits. Je ſçai que ſi l'on deſcend aux Romains, on trouvera de ces modeles ridicules d'entaſſemens d'ordres ; le plus fameux eſt le Septizonio, où l'on en voyoit ſept les uns ſur les autres, mais une telle autorité ne prévaut pas contre la raiſon de Licinius, qui eſt ſi plauſible, qu'on ne peut la rejetter ſans renoncer au ſens commun; il n'eſt pas ſurprenant que quelques Architectes n'y ayent pas pris garde, puiſque Vitruve a lui-même agi contre ſes propres lumieres; la Ville de Tralles, éblouïe par l'art du peintre Apaherius, ne s'aperçût du défaut qu'après que Licinius leur en eût fait ſentir le ridicule, obſervation digne d'un Mathématicien qui ne donne pas facilemunt dans le faux.

Propter hæc vitia inſipientes *ſunt judicatæ.*

Quelques-uns de nos Architectes de France ont profité de cette remarque, quoique le Periſtile du Louvre répondit à la face intérieure d'un bâtiment, qui eſt un entaſſement de trois ordres ; le nouvel Architecte a réduit la face extérieure à un ſeul, d'où il a tiré cet air de grandeur que tous les connoiſſeurs y admirent ; il ſentoit bien que

cês trois rangs de fuſeaux guindez les uns ſur les autres, quoique du deſſein d'un homme qui s'étoit acquis de la réputation, n'étoient en effet qu'une Architecture d'écolier ; le logement d'un Roy doit porter un caractere d'unité & de diſtinction, qui marque que tout eſt pour lui eſſentiellement, & par accident pour ceux qui compoſent ſa Cour; l'Architecte de la façade de Verſailles du côté du jardin a penſé de même, & s'eſt fait honneur d'une noble ſimplicité en ne mettant qu'un ordre établi ſur un grand ſoubaſſement, & ſurmonté au deſſus par une attique : je ne prétends pas condamner abſolument l'ordonnance de deux ordres poſez l'un ſur l'autre, mais je crois qu'alors il faut ſuprimer la corniche du premier, & la convertir en une eſpece de plinthe un peu façonnée, ou du moins la mutiler de ſa cimaiſe & de tous les ornemens qui ne ſont que les attributs des toits ; c'eſt ainſi que quelques bons Architectes penſent, témoin la façade de l'Hôtel de Pequigny en Province, du deſſein de M. Deſgoz, Architecte du Roy, Contrôleur Général des Bâtimens : en effet outre la bienſéance d'une ſage imitation que nous mettrons, ſi l'on veut, à part, ne peut-on pas demander quelles ſont les fonctions des corniches, n'eſt-ce pas d'écarter les égoûts des toits de la face du bâtiment ? or cette fonction eſt ſans doute réſervée à la partie la plus éminente de la face, les ſaillies inférieures ne peuvent que cauſer un réjailliſſement d'eau nuiſible aux murs ; elles cauſent de plus une autre incommodité, c'eſt qu'elles cachent la vûë de l'entrée des portes de la ruë, & des fenêtres du premier étage, à ceux qui ſont au ſecond & au troiſiéme.

Si nous devons nous en tenir à une fidele imitation de l'Architecture naturelle, ne ſera-t'il pas encore ridicule de partager en trois rangs d'ordres, comme en trois étages, la face extérieure d'un bâtiment qui eſt connu pour n'en contenir qu'un, telle eſt l'ordonnance de la façade de la plûpart de nos Egliſes; c'eſt vouloir tromper les ſpectateurs, ou leur faire entendre que la ſuperimpoſition des ordres n'eſt qu'un placard ſans ſuite qui ne ſignifie rien ; en un mot c'eſt convenir que ce ne ſont que des pierres entaſſées ſans rime ni raiſon ; qu'on amene un ſauvage de bon ſens, car il en eſt parmi eux plus qu'on ne penſe en Europe, & qu'on le place devant le fameux portail de St. Gervais, il croira voir trois habitations les unes ſur les autres, il en jugera de même, non ſeulement à cauſe de la diviſion, mais auſſi par l'idée de ce qui convient à la ſolidité d'un édifice, pour laquelle on ne doit pas faire de pluſieurs morceaux de troncs d'arbres poſez bout à bout, ce qui ne devroit être que d'un ſeul; ſi enfin après lui avoir expliqué que les corniches repréſentent la ſaillie des toits, on le faiſoit entrer dans nos Egliſes modernes, que diroit-il, d'y en trouver & des plus ſaillantes? il ne pourroit s'empêcher de rire de l'extravagante ſuperfluité

d'une telle faillie dans un lieu couvert d'une Voute recouverte d'un toit ; toute mefeftimée que foit l'Architecture Gothique, il lui donneroit fans doute la préference, en ce qu'elle ne fait pas parade d'une imitation fi mal placée, car il ne faut point d'étude pour penfer qu'on doit avoir égard à l'ufage des chofes, & à la vraifemblance dans la difpofition des ornemens ; il s'apercevroit encore que cette faillie eft nuifible, en ce qu'elle couvre une partie des vitraux dont elle cache la vûë, & interrompt le paffage du jour qu'on en doit tirer ; elles femblent même rétrecir les lieux, & leur donner un air difgratieux, comme l'a fort bien remarqué Palladio ; c'eft cependant ce qu'on voit dans prefque toutes les nouvelles Eglifes, dont l'Italie fait parade comme des merveilles de l'Art.

Si fono in luogo chiuso lo fanno fteelto & fgarbato *liv.* 1.

O la belle chofe ! s'écrieront les partifans des corniches, de voir un ordre d'Architecture dépoüillé de cet ornement, qui en eft le principal ? & pourquoi donc Vitruve n'en avoit-il pas mis à la Bafilique de Fano ? pourquoi n'y en avoit-il point au premier ordre des Sales Egyptiennes, & des Places publiques ? pourquoi n'en voyoit-on point au Palais des Tuteles de Bordeaux ?

Quelques-uns de ces Architectes qui fe font rendus fameux, ont bien fenti la convenance de les fuprimer dans plufieurs circonftances, tel eft Vignole, qui au dedans de fon Eglife de St. André de Pontemole, n'a mis qu'une Architrave fur le premier ordre : fans vouloir me mettre au rang des grands Architectes, j'ai pris la liberté de fuprimer auffi la frife & la corniche du premier ordre de la Chapelle en rotonde, que j'ai fait depuis peu dans le milieu du nouvel Hôpital militaire de Landau, & j'ai eu le plaifir de voir des connoiffeurs en aprouver le bon effet.

Si l'on veut fe mettre pour un moment au deffus du préjugé que l'Architrave, la frife & la corniche font trois chofes inféparables, & confiderer qu'il nous vient plûtôt de l'habitude que du raifonnement, nous conviendrons que Vitruve avoit fort raifon de ne mettre qu'une Architrave au dedans de la Bafilique de Fano, puifque la corniche eft une de ces chofes qui conviennent plûtôt au dehors qu'au dedans d'un édifice ; d'ailleurs n'eft-il pas vrai qu'une corniche d'impofte de peu de faillie en profil d'Architrave, nous contente la vûë dans les retours des Arcades pour accorder la jonction de la furface plane des piédroits avec la naiffance de la courbe de la partie voutée ? or en quoi differe cette Arcade d'une Nef, qu'en ce qu'elle a beaucoup moins de profondeur ? à cela près la chofe eft égale, donc on peut fuprimer dans le grand fans aucune difformité, ce qu'on fuprime ordinairement dans le petit

Apre's avoir osé attaquer quelques abus touchant la disposition des ordres & de leur corniche, nous pouvons hazarder quelques opinions touchant la nature, le nombre & les regles des Ordres, & ces mysterieuses dimentions de leurs parties, sur lesquelles il s'est fait plus de Volumes que sur des matieres importantes aux besoins d'une République.

Du nombre des Ordres.

Les divisions qui se présentent à un bon esprit en fait d'établissement de principes, se réduisent toujours au plus petit nombre qu'il est possible, & si nous voulons faire réflexion qu'on ne peut bâtir que de trois manieres, ou très solidement, ou très legerement, ou d'une maniere moyenne, qui participe de la solidité & de la legereté, on n'admettra que *trois Ordres*, ausquels on donnera tels noms que l'on voudra, il n'importe des noms, nous n'en voulons qu'aux choses; & puisque les Grecs se sont bornez à cette division, nous pourrons-nous servir des noms qu'ils leur ont donné, quoiqu'ils n'expriment pas la construction à laquelle ils répondent, ainsi nous apellerons suivant l'usage établi en Architecture.

L'Ordre solide	*le Dorique.*
L'Ordre moyen	*l'Ionique.*
L'Ordre délicat	*le Corinthien.*

Le Dorique en effet semble être la plus belle maniere de bâtir solidement, parce que les parties sont fortes sans être trop massives; c'est pour cela que les Anciens le comparoient à la taille d'un homme robuste; on dit même qu'ils avoient tiré les proportions de ses colonnes du corps humain *, parce qu'ayant examiné le raport de l'assiete horisontale que la nature lui avoit donné à l'égard de sa hauteur, ils trouverent suivant Vitruve, que la longueur du pied en étoit la sixiéme partie, & de-là ils conclurent que la colonne devoit avoir en hauteur six fois la longueur du diametre de sa base; mais avec la permission de cet Architecte, il falloit que les hommes de ce tems-là eussent le pied plus grand que ceux d'à present, car on remarque que la longueur du pied d'un homme bien fait n'est que la septiéme partie de sa hauteur, souvent moins, telle fut aussi selon les aparences l'observation des Grecs, & ensuite des Romains, qui ne s'en sont pas tenu à cette proportion trop massive de l'Architecture naissante, car il lui ont toujours donné au moins sept diametres de hauteur, quelquefois sept & demi, & enfin jusqu'à huit.

* *Ita dorica columna virilis corporis proportionem & firmitatem & venustatem in ædificiis præstare cepit.* liv. 3 ch. 1.

Au langage de Palladio, il semble au contraire que cette proportion

a été tirée du raport de la hauteur de la tête à celle du corps, parce qu'il apelle les diametres *Têtes*, c'eſt ainſi que les Peintres reglent les hauteurs des figures, cependant il eſt bien plus naturel que l'on ait comparé les baſes aux pieds pour le raport de l'aſſiete de la colonne à ſa hauteur, ſans égard aux ornemens qui les élargiſſent : il eſt vrai que dans les monumens antiques, on ne trouve pour toute baſe aux colonnes doriques qu'un reglet avec un congé qui fait un très petit empatement, & quelquefois on eſt ſurpris de n'y en point trouver, mais une terminaiſon ſans grace, telle qu'eſt celle d'un arbre ſcié. Ce défaut déplait également à tous les Architectes de nos jours, on a voulu pour excuſer les Anciens, dire après Vitruve, qu'ils avoient voulu repréſenter un homme nud, comme Hercule, cette conjecture me paroit ridicule, ce ſeroit plûtôt un homme ſans pieds.

On demandera peut-être s'il n'y a pas une maniere de bâtir encore plus ſolide que la Dorique ; je répondrai qu'oüi, mais elle eſt ſans grace, il ſemble que celle-ci eſt la borne de la ſolidité agréable, & qu'au deſſous de ſes proportions l'Architecture ſeroit ſi maſſive & ſi péſante qu'elle ne plairoit non plus à la vûë qu'un homme d'une taille trop épaiſſe par raport à ſa hauteur.

Puisque nous conſiderons cet Ordre comme uniquement deſtiné à la ſolidité, il ſemble que les ornemens ne lui conviennent guére, que les membres de ſes chapiteaux, de ſon entablement & particulierement de ſa corniche, ne doivent être ni petits, ni taillez de ſculpture, & que les denticules que Vignole, après quelques Antiques, y a mis, ſont mal placées, non ſeulement parce que c'eſt un ornement trop délicat, mais encore parce qu'elles ſont incompatibles avec les Mutules, qui doivent y être auſſi invariablement, que les trigliphes dans la Phriſe ; la raiſon eſt que faiſant paroître le bout des poutrelles exprimé par les trigliphes, il convient qu'on faſſe auſſi paroitre le bout des Arbaletiers qui ſont repréſentez par les Mutules ; or puiſque ſelon Vitruve les Denticules repréſentent les chevrons, elles devroient être au deſſus du Larmier, au lieu qu'on les met ordinairement au deſſous, & en ce cas les chevrons ſeroient au deſſous des Arbaletiers, dérangement ridicule dont Vitruve a repris les Architectes de ſon tems, faiſant remarquer que les Grecs n'étoient jamais tombé dans ce défaut, ce qui condamne les corniches Doriques du Théatre de Marcellus, & des Thermes de Diocletien, & au contraire fait ſentir l'élegance de celle du monument d'Albano, décrit dans le parallele de M. de Chambray. L'amphithéatre de Domitien nous préſente un exemple de poſition immédiate des Mutules ſur les trigliphes, comme ſi l'Architecte eût voulu faire connoître que l'un étoit inſéparable de l'autre, & qu'il ne devoit pas y reſter de place pour les Denticules.

Ergo & trigliphorum & mutulorum in Doricis operibus ratio ex ea imitatione inventa eſt. liv. 4. ch. 2.

In græcis operibus nemo ſub mutulo denticulos conſtituit, non enim poſſunt ſubtus cantherios aſſeres eſſe. liv. 4. ch. 2.

Apre's ce que nous venons de dire, il sera aisé de désigner l'ordre Dorique, en disant qu'il est caracterisé par la grosseur de sa colonne à l'égard de sa hauteur, la simplicité de sa base & de son chapiteau, les Trigliphes de sa Phrise, les Mutules de sa corniche, le petit nombre & la simplicité de ses moulures, en un mot par sa *solidité*.

De même qu'il y a des bornes à la solidité, il y en a aussi à la délicatesse & à la legereté d'un édifice; car quand même il seroit solide par la consistance de ses materiaux, & par l'artifice de leur liaison, lorsque l'idée que nous avons naturellement de la proportion qui doit être entre le suport & la charge, nous fait paroitre un suport trop foible ou trop étroit, nous n'en pouvons aprouver la construction, notre esprit se révolte contre ce qui paroit hazardé, nous voulons non seulement une solidité réelle, mais encore aparente, qui ne donne pas occasion au Spectateur de craindre que l'édifice culbute. Nous admirons un homme qui danse sur la corde, mais dans le fond on le condamne de s'exposer mal à propos, & on sent de la peine à le voir.

Par cette raison qui est fondée dans la nature, jamais l'Architecture Gothique n'a dû être comparable à l'Antique, en ce qu'elle est pleine de *port-à-faux* sur des saillies de moulures de *Culs-de-lampes*, de *Marmousets* & de *Chimeres*, qui servent de suports à des naissances de *Nervures* & de Voutes, & que celles qui portent de fond sont apuyées sur des *Perches* si menuës, & d'une hauteur si prodigieuse qu'elles répugnent à l'Architecture naturelle, quoique par l'adresse de l'exécution, ces sortes d'ouvrages subsistent depuis plusieurs siecles.

A bien examiner le moindre raport que l'on peut donner au diametre de la base d'une colonne à l'égard de sa hauteur, il semble que c'est celui d'un à dix ou à dix & demi; car si on le pousse plus loin comme d'un à onze, la colonne devient trop mince pour sa hauteur, comme on le voit à la Rotonde de St. Etienne auprès du Tibre à Rome; or puisque la Corinthienne a dix fois le diametre de sa base, on ne peut bâtir plus délicatement que suivant les mesures de cet ordre, qu'on ne peut élever sans retomber dans le défaut des piliers & des perches Gothiques, d'où je conclus que les deux extrémitez de l'art de bâtir sont l'Ordre Dorique, & le Corinthien.

Entre ces bornes du Massif & du Gresle, il y a sans doute plusieurs manieres de proportions, qui participent plus de l'une & moins de l'autre extrémité, mais il n'y en a qu'une qui tienne le juste milieu, c'est à celle-là que nous donnerons, si l'on veut, le nom d'*Ordre Ionique.*

Les

Les Anciens qui avoient comparé l'Ordre Dorique à la force d'un homme, comparoient celui-ci à la taille d'une femme, & la délicatesse Corinthienne à celle d'une fille; ils les employoient aux temples de leurs Divinitez conformément à cette idée. Comme je ne vois pas grande analogie d'un arbre à un homme, je ris de l'idée de Scamozzi, qui est obligé d'avoir recours aux Géans pour sçavoir à qui il doit comparer ce Dorique batard, qu'on a mis au rang des Ordres après Vitruve sous le nom de *Toscan*.

Puisque nous reconnoissons l'Ionique pour un Ordre moyen, nous déciderons sûrement des proportions de sa colonne, qui doit être moins haute que la Corinthienne, & plus haute que la Dorique, à bases égales; de sorte que le raport de son diametre à sa hauteur sera comme de un à neuf, tel est en effet celui des plus beaux monumens de l'Antique.

La même proportion doit être observée dans la hauteur de l'entablement qu'elle doit porter, & dans la qualité & le nombre des ornemens, dont il est décoré, qui doivent tenir un juste milieu entre la richesse Corinthienne, & la simplicité Dorique.

Suivant ce systéme, on conviendra facilement des proportions des parties essentielles de chaque Ordre, telles sont celles de la colonne & de l'entablement qu'elle porte; car le suport le plus fort doit porter une plus grosse charge, & le plus foible la plus legere; mais nous ne croyons pas devoir nous amuser à ces scrupuleuses précisions ausquelles les Architectes veulent nous assujettir; il faut laisser au bon goût & au bon sens le droit de grossir ou de diminuer les colonnes, suivant les circonstances ausquelles on doit avoir égard; telles sont, 1°. celles de leur éloignement les unes des autres, car les plus serrées paroissent plus grosses, selon la remarque de Vitruve, 2°. de la hauteur de leur position au dessus du rez-de-chaussée, qui en racourcit la longueur suivant la perspective; 3°. de l'exposition à claire voye ou sur un fond obscur, car le grand air le *mange*, disent les Architectes; 4°. de l'ornement des canelures, dont le grand nombre grossit le fust à la vûë; toutes ces considerations doivent occasionner quelque changement d'épaississement ou de diminution des diametres par raport à la hauteur des colonnes, pourvû qu'il n'excéde pas un demi diametre de plus ou de moins sur toute la hauteur; cet avis est conforme à celui de Palladio, & des meilleurs Architectes qui veulent qu'on ait égard aux différentes circonstances des lieux; cependant nous ne rejettons point le détail des mesures des parties. Il est des proportions qu'on ne peut alterer considerablement sans donner la mauvaise grace à ce genre de décorations.

Nam cum Deorum triplex ratio habita esset, fortium delicatorum & mediorum *fortibus ut Marti, Herculi, Minervæ, ædes Doricæ severioris structuræ constitutæ sunt, delicatoribus ut Veneri, Proserpinæ, Floræ, Corinthiu genere propter teneritatem operis factæ sunt: mediis ut Junoni, Dianæ, Baccho constructæ sunt jonicæ, quod id genus ædes temperatæ sint id est nec usquam* gracili *floridaq; sint structura nec rursus* severa *Philand in* Vitr. liv. 4.

Des proportions de chaque Ordre.

Pour établir une mesure propre à déterminer les proportions des Ordres, les Architectes ont pris, d'un consentement unanime, le diametre de la colonne à sa base, qu'ils ont divisé en plus ou moins de parties, selon qu'ils l'ont jugé à propos, pour avoir peu de fractions dans les hauteurs & saillies de leurs profils ; les uns l'ont pris en entier, & l'ayant divisé en 60 parties, l'ont apellé le *grand Module*, les autres n'ont pris que la moitié de ce diametre, qu'ils ont nommé le *Module*, & quelques-uns n'en ont pris que le tiers sous le nom de *petit module.* Il a plû à quelques-uns de diviser le Module différemment pour chaque Ordre, comme s'ils avoient voulu embarrasser cette frivole matiere, & rendre mysterieux un Art qui est presque tout arbitraire dans les petites sous-divisions ; pour moi qui tache de le dépoüiller de ce faux air de conséquence, je pense qu'il n'y a point de nécessité de se charger la memoire d'une multitude de différentes divisions, parce qu'on peut établir des raports simples dans les parties essentielles, persuadé que les petites sont plûtôt une affaire de goût que de précision constante.

Je trouve en effet que le raport du diametre de la colonne pris à sa base à cause de la diminution qui est arbitraire, étant comparé à sa hauteur, peut être naturellement expliqué dans cette progression simple, pour tous les Ordres $\frac{1}{8}$ $\frac{1}{9}$ $\frac{1}{10}$, & celui de l'entablement à la hauteur de la colonne $\frac{2}{8}$ $\frac{2}{9}$ $\frac{2}{10}$ conformément aux meilleurs monumens de l'Antique, & au goût des plus judicieux Architectes ; ce que l'on peut réduire en table, comme ci-dessous.

		Dorique.	*Ionique.*	*Corinthien.*
Raport du diametre de la colonne à la hauteur de	la colonne	$\frac{1}{8}$	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{10}$
	tout l'ordre	$\frac{1}{10}$	$\frac{1}{11}$	$\frac{1}{12}$
Raport de l'entablement à la colonne		$\frac{2}{8}$	$\frac{2}{9}$	$\frac{2}{10}$
Exemples tirez de l'Antique		*Théâtre de Marcellus.*	*Fortune virile.*	*Septizonio de Severe*

Où l'on voit que la hauteur de tout l'Ordre sans piédestaux n'est que l'addition des dénominateurs & des numerateurs du raport de l'entablement à la colonne.

Quant aux subdivisions du diametre, on peut les rendre exactement propres à mesurer quelques profils déterminez, mais il seroit difficile d'en faire d'égales, qui puissent convenir à tous les profils sans fraction, à moins que d'en multiplier infiniment le nombre ; car la division en

60 parties que ce celebre Chambray a suivi sur l'exemple de Palladio & de Scamozzi pour tous les ordres, n'a pû suffire pour trouver des raports rationnaux de tous les membres des morceaux antiques qu'il a mesuré ; il y en a si peu qu'il est souvent obligé de doubler, tripler & même quadrupler cette division, parce qu'il faut quelquefois trouver des quarts de 60e ; de sorte qu'au lieu de 60 parties, il faut diviser le diametre en 240, preuve évidente, que les anciens Architectes, que quelques écrivains ont voulu faire passer pour des Sçavans, qui ont attrapé l'Art de combiner les grandeurs des membres d'Architectures, pour y trouver un raport agréable à la vûë, n'avoient d'autres mesures que celles de leur goût particulier ; car je suis sûr que si l'on en venoit à une plus grande précision, on trouveroit que ces parties que l'on a cru aliquotes, ne le sont point, quoiqu'on ait divisé le diametre de la colonne en 240 parties.

Ils faisoient aparemment de leur tems ce que font encore aujourd'hui les bons Architectes, ils exposent des profils & souvent des modeles en relief de grandeur naturelle, dans une situation semblable à celle qu'on doit donner à l'ouvrage en exécution, pour la hauteur & l'éloignement d'où ils doivent être aperçus, & alors ils diminuent ou grossissent les parties suivant le bon ou mauvais effet qu'ils croyent y remarquer.

Rien ne prouve mieux le défaut de regle constante chez les Anciens, que leurs variations dans le raport des bases des colonnes à leur hauteur dans chaque ordre, & particulierement dans le Dorique, puisqu'ils ont commencé, suivant le témoignage de Vitruve, par l'établir d'un à six ; ensuite ils l'ont élevé au septiéme, comme au Théatre de Marcellus, quelquefois au septiéme & demi, comme au Temple d'Albano, & enfin ils l'ont poussé jusqu'au huitiéme, comme aux Thermes de Diocletien, c'est-à-dire qu'ils ont tatonné jusqu'à ce qu'ils ayent vû qu'elle étoit assez exhaussée pour un ordre solide.

Il en a été aparemment de même des entablemens, ils n'ont pas toujours donné un quart de la hauteur de la colonne avec une exactitude scrupuleuse, puisque au Temple auprès d'Albano, ce raport est de 45 à 11, qui est incommensurable.

Ce que nous disons des mesures indécises dans l'Ordre Dorique, s'aplique aussi à l'Ionique & au Corinthien, comme il est aisé de le prouver par les monumens de l'Antique, qui nous servent de modeles pour les proportions de ces Ordres.

On peut cependant tenir pour les proportions les plus parfaites,

celles que nous avons donné à la table précedente, qui sont les plus concordantes à la belle antiquité & à la raison, puisque les connoisseurs conviennent que la hauteur de l'entablement Ionique est une moyenne proportionnelle entre le quart de Dorique & le cinquiéme du Corinthien, c'est-à-dire de $\frac{2}{9}$ de la hauteur de la colonne, comme il est aux Thermes de Diocletien, & au Temple de la Fortune virile.

On ne trouve guére moins de varieté dans les proportions de la colonne Corinthienne, que dans le Dorique, puisque Vitruve lui donne la même hauteur qu'à l'Ionique, qui est de 9 diametres de son fust à la base, quoique la plûpart des monumens antiques l'ayent déterminé environ au décuple de ce diametre; cependant ce raport n'y est point encore exactement suivi, cela signifie que suivant la convenance & le goût de l'Architecte, ou la plus ou moins grande élevation, on peut augmenter ou diminuer la proportion de la colonne, & son raport à l'entablement; quoique nous ayons opiné avec quelques bons Architectes pour le cinquiéme, nous ne prétendons pas qu'on ne puisse y ajoûter un peu de hauteur, mais non pas jusqu'au quart, car alors on écrase cet Ordre qui doit avoir un air de legereté. Scamozzi y trouve non seulement un air de pésanteur, mais un ridicule dont il se mocque, lorsque parlant des entablemens de Vignole & de Sansovino, il dit qu'ils ressemblent à des chapeaux à la Valonne, *Payono capelli a la Valona.*

Apres avoir donné quelques bornes aux proportions essentielles à la belle ordonnance caracteristique de chaque Ordre pour leurs colonnes & leurs entablemens, on pourroit descendre aux sous-divisions de leurs parties. On convient assez du raport que doivent avoir les bases & les chapiteaux à la hauteur de la colonne, les bases se font de la hauteur du Module, qui est le demi diametre de la colonne; les chapiteaux des deux premiers Ordres sont de même dimention, mais celui du Corinthien a le double.

De même l'entablement est divisé, à peu de chose près, dans tous les Ordres en trois parties égales, dont l'Architrave en occupe une, la Phrise une autre & la Corniche la troisiéme. Nous laisserons aux Architectes la discussion de la différence qu'ils y veulent mettre, nous en dirons notre avis pour chaque Ordre.

On a pû remarquer que nous supposons toujours les Ordres sans piédestaux, parce que nous ne comptons pas cette partie comme integrante, nous croyons même qu'on ne doit en tolerer l'usage que dans certaines circonstances, & lorsqu'ils sont de suite sans interruption.

Des Piédeſtaux.

Les piédeſtaux, ſuivant l'étimologie du mot tiré du Grec, ſont les *pieds des colonnes* inventez pour les exhauſſer ſur un rez-de-chauſſée plus élevé que celui du terrein ſur lequel les colonades étoient établies, comme aux portiques des anciens Temples, où l'on montoit par de grands perrons; de ſorte que ce n'étoit proprement qu'un ſoubaſſement que Vitruve apelle *Stilobate.*

L'Usage de les couper en *Dez iſolez* eſt aparemment venu de ce que dans les ſoubaſſemens de quelques Antiques on les voit faire des reſſauts en ſaillie ſous chaque colonne, comme au théatre de Marcellus, au Coliſé, autour de la cour du temple de Jupiter Stator, & au temple de Veſta à Nîmes, deſſinez par Palladio; mais on n'y voyoit pas de ces piédeſtaux iſolez, tels que les font nos Architectes modernes; le ſeul temple de Sciſi en fournit un exemple, dont Palladio qui en a fait la deſcription, fut ſurprit, parce qu'il avoit remarqué dans tous les temples antiques que les colonnes s'élevoient toujours depuis le pavé ſans autre exhauſſement que celui de leurs Plinthes, ce qu'il trouvoit plus à ſon goût, tant parce que les piédeſtaux ne font *qu'embarraſſer le paſſage*, que parce que ſuivant le goût de Vitruve, les hautes colonnes ont un air de grandeur & de magnificence * que n'ont point celles qui ſont montées ſur des piédeſtaux comme ſur des échaſſes, qui les racourciſſent & les diminuent conſiderablement.

* *Ipſæ vero columnæ in altitudine perpetua ſub trabe teſtudinis perductæ & magnificentiam impenſæ & autoritatem operi adaugere videntur.* Vitr. liv. 5 ch. 1.

Le ſecond inconvenient de ces piédeſtaux eſt que les cornes de leurs corniches s'écornent ordinairement ſi elles ne ſont au deſſus de la portée de la main, & que dans les dehors elles cauſent un réjailliſſement de la pluye, qui eſt préjudiciable à la durée des baſes des colonnes, ce que Palladio & Scamozzi ont voulu corriger par un talud, qui confond le plinthe de la colonne avec la corniche du piédeſtal, d'où l'on peut conclure contre cet abus de l'Architecture moderne; c'eſt ainſi qu'on peut le regarder, puiſqu'il n'eſt pas fait mention de piédeſtaux iſolez chez Vitruve; le fameux Chambray les a ſans doute regardé de même, car il n'en a point fait le parallele comme des autres parties d'Architecture; ce qu'on en trouve dans la ſeconde édition n'eſt pas de lui.

Si ancho percheleco- lone lequali da terra cōminciano rendono maggior grandezza & magnificenza *Pal.* l 4. ch. 5.

Si cependant on exige de moi que je diſe ce que je penſe de leur proportion, j'adopterai celles de Palladio, & rejetterai totalement celles de Vignole, qui leur donne toujours pour hauteur le tiers de la colonne qu'ils portent.

La plûpart des soubassemens antiques n'en avoient que le quart, au raport de Palladio qui en avoit mesuré un grand nombre ; mais ce grand Architecte, entrainé par le goût de son siecle, nous propose dans ses desseins des piédestaux isolez & adossez contre des piédroits, tels que Vignole en produisoit de son tems, quoique dans les desseins qu'il a exécuté, il leur ait toujours donné une suite, soit en les liant par des continuations de leurs corniches sur des Balustrades, ou en formant des *Stilobates* à la maniere des Anciens. Il faut avoüer que l'on ne peut regarder sans mépris ces piédestaux adosséz à des piédroits; quelle suite ? quel accord peut-on trouver dans cette ordonnance ? n'est-ce pas un placage sans correspondance ? on voit ordinairement au dessous de leur corniche une autre espece de soubassement, qui est le socle & la base de l'*Alette* ou piédroit de l'arcade ; de sorte qu'on voit au même endroit un amas de bases inégales & de différends niveaux. On blamera peut-être ma hardiesse à trouver du ridicule dans les ouvrages des grands Architectes ; mais les exemples de l'Antique, les inconveniens d'incommodité & de durée, & une aparence de grandeur & de solidité, doivent prévaloir sur l'aveugle déference qu'on a pour les ouvrages de ceux qu'on considere comme les maîtres de l'art. En effet combien ne s'est-il pas glissé d'abus touchant les piédestaux?

Le premier a été d'en entasser plusieurs les uns sur les autres immédiatement ou sur de hauts socles, dont un troisiéme enfin porte le Plinthe de la colonne, comme on voit aux magnifiques Autels de St. Ignace, & de Louis de Gonzague à Rome au College Romain.

Le second abus est de faire des piédestaux cylindriques, comme on en voit au Palais Farneze, & dans les desseins du fameux Frere Pozzo, qui les accompagne d'une saillie d'entablement du même contours.

Le troisiéme pire que les précedens, est de les faire en consoles, sur lesquelles les colonnes portent à faux, j'en ai vû de grosses ainsi soûtenuës, dont la charge avoit fait pancher & afaisser le piédestal en devant, malgré les précautions qu'on avoit pris pour l'empêcher ; cette idée est repetée dans plus de dix planches des desseins de Pozzo.

Des Bases

La nature nous fournit des modeles de bases élargies dans la plûpart des corps qu'elle destine à être posez verticalement, & la Méchanique nous en montre la nécessité pour les mettre en état de faire une résistance capable de contrebalancer les efforts des vents qui pourroient les renverser ; cependant nous voyons dans les monumens de

l'Architecture antique, qu'on ne mettoit point de base sous les colonnes de l'Ordre Dorique, on les faisoit poser a cru sur le pavé, quoique celles des autres Ordres en eussent d'affectées ; cette disposition qui a paru sans raison & assez mal fondée, n'a été aprouvée ni suivie d'aucun des Architectes modernes, & pour ne pas paroitre abandonner cette Architecture qu'ils ont pris pour modele, ils y ont cherché quelques exemples de bases, ils en ont trouvé au colisée, & à un temple qui étoit auprès de St. Adrien ; mais comme celle du colisée est trop bizarre, la plûpart l'ont désaprouvée, & ont conclu qu'il falloit donner au Dorique la base attique qui avoit été employée dans tous les ordres presqu'indifféremment. Vignole qui n'a pas été de cet avis, a voulu en faire un à sa fantaisie, qu'il a pris de la partie supérieure de certaines bases Corinthiennes, comme de celle de la Maison quarrée de Nîmes, ou du temple de Jupiter Stator ; pour moi j'aimerois mieux la simple base Toscane sans l'addition d'une baguette posée immédiatement au dessus du Tore, laquelle est une désagréable répetition de la même moulure, où il n'y a d'autre varieté que celle de la grosseur.

S'il faut des autoritez tirées de l'Antique pour apuyer mon avis, je n'ai qu'à citer la colonne Trajane, qui est constamment de l'ordre Dorique, puisqu'elle en a les proportions exactement, ayant pour hauteur huit fois le diametre de sa base ; ceux qui la mette au rang de leur ordre Toscan, prennent pour pretexte cette base même qui n'est pas un caractere d'ordre, car il est fixé dans le raport du diametre de la base à sa hauteur ; si l'on est pas content de cette autorité d'Antique, j'en puis trouver de plus anciennes dans les ruines de Persepolis, qui selon mon induction de ce que Chardin * nous en dit, sont plus anciennes de près de 800 ans que l'ordre Dorique même, qui a bien pû en tirer son origine ; car il est assez probable par le commerce établi entre les Grecs & les Perses, que les colonnes de ces ruines ont servi de modele à celles de cet ordre, puisque leurs canelures sont à vive-arête comme celles des monumens Doriques.

Or suivant les desseins que nous en donne Chardin, qui les avoit fait tracer sur les lieux par un dessinateur de profession qu'il avoit mené avec lui, le profil des bases de la plûpart de ces colonnes qui subsistent encore dans leur entier, est précisement celui des Toscanes, donc cette base est originairement celle de l'ordre Dorique, dans lequel les

* Chardin prétend que le Temple de Persepolis apellé aujourd'hui *Tchelminar* (40 Colonnes) a été bâti 450 ans avant Moyse, qui vivoit 1571 ans avant Jesus-Christ, ce qui fait 2021 ans avant Jesus-Christ, l'Achaïe n'est connuë que 1350 auparavant, ainsi ces colonnes sont plus anciennes que l'ordre Dorique de 771 ans.

Architectes Grecs l'ont mutilé de ſon tore, n'y laiſſant que le reglet avec le congé, & quelquefois totalement ſuprimée par un caprice déſagréable; dont on ne peut deviner la raiſon.

Quant à la baſe de la colonne Ionique, le même Architecte nous donne encore un fort mauvais modele de l'aveu de tous les connoiſſeurs, il eſt vrai qu'il l'a priſe de Vitruve comme d'un bon Maître, mais les égards dûs à ce premier Auteur des regles d'Architecture n'ont antrainé ni Palladio ni Scamozzi, parce qu'on n'en trouve aucun exemple dans l'Antique, & que l'ordonnance en paroit contraire au bon ſens, en ce qu'une baſe doit avoir un membre ſolide poſé ſur le Plinthe, puiſque c'eſt un apui qui en eſt ſupoſé détaché, & non pas continu au Plinthe comme le Cavet de cette baſe. Nous ne craignons point de nous déclarer contre Vitruve dans cette diſpoſition, parce que nous avons d'autres preuves de ſon mauvais goût en fait de baſe, tel eſt le Plinthe rond qu'il met ſous ſa baſe Toſcane, idée dont on ne voit point d'exécution dans l'Antiquité Romaine, mais ſeulement dans l'Architecture Gothique, où les Plinthes ſont tantôt ronds tantôt à pan, & preſque jamais quarrez.

La baſe de la colonne Ionique dans les meilleurs monumens de l'Antique, & celle que les plus judicieux des Architectes modernes lui donnent, eſt celle qu'on apelle Attique, qui conſiſte en deux Tores ſéparez par un Cavet, leſquels compris le Plinthe, ſont enſemble la hauteur d'un demi diametre de la colonne ſous une autre eſpece de petite baſe qui eſt un congé, & ſon anneau poſé ſur le ſecond tore.

La même baſe Attique augmentée entre les deux tores d'une Aſtragale, & d'un ſecond Cavet avec deux reglets, devient la baſe Corinthienne ſans augmenter la baſe totale d'un module ; de ſorte que le nombre des moulures étant augmenté dans un même intervale, la hauteur & la ſaillie de chacune en particulier ſont diminuées, ainſi un Plinthe & un Tore à la baſe Dorique, doivent être beaucoup plus gros & plus haut que le Plinthe & le Tore du Corinthien, puiſque dans ce premier ordre ils ſont la valeur d'un demi diametre en hauteur, & qu'au ſecond ils n'en ſont qu'environ la moitié.

Dans pluſieurs Antiques on voit l'Aſtragale entre les deux Cavets doublée & contiguë, comme au Corinthien du Pantheon; mais l'exemple des Thermes de Diocletien, où elle eſt ſimple, paroit plus beau aux yeux des connoiſſeurs, qui trouvent avec raiſon du chetif dans la répetition ; cependant c'eſt celle qui eſt la plus généralement adoptée par nos Architectes modernes. Vignole pour varier ſon ordre compoſite en a fait la baſe à ſimple Aſtragale, quoique dans l'arc de Titus qu'on

qu'on a pris pour modele de cet ordre prétendu, elle soit double comme la Corinthiene. Si cet Architecte avoit raisonné, il auroit dû au contraire prendre la simple pour son Corinthien, & la double pour son composite ; puisqu'il veut que ce dernier rencherisse sur le premier.

Je n'entre pas dans la minutie du plus ou du moins de grosseur de chacun des membres des bases, il suffit d'en avoir vû, & d'avoir un peu de goût pour en sçavoir faire le profil.

On voit par le détail de toutes les bases usitées, quel raport elles peuvent avoir avec la chaussure humaine, dont on veut qu'elles tirent leur origine : Scamozzi, qui en a senti le ridicule, veut la tirer du mot latin *Torus*, qui signifie un lit, prétend qu'elles représentent des matelats, ou lits de plumes *Picemacetti*, comme si on s'étoit avisé dans les premiers tems d'asseoir mollement des bois posez de bout. Il ne sçavoit pas que *Toros* en grec, signifie un tour à tourner en rond ; d'où vient la véritable origine de *Tore* ; puisqu'on fait au tour, autant qu'on le peut, les bases, qui ne sont pas trop grosses pour y être appliquées ; mais le mot de *Spira* décide la question, comme nous l'avons dit ailleurs.

Des Fusts des Colonnes.

Les plus anciennes Colonnes de pierres, à ce que croit Scamozzi, qui en a cherché l'origine, sont celles du Labyrinte d'Egypte, qui n'avoient ni bases, ni chapiteaux, de sorte que ce n'étoit ; suivant le langage des Architectes, qu'un *Fust fustis*, un bâton.

La plûpart des Colonnes antiques diminuoient de grosseur dès le pied, à l'imitation des arbres qui sont plus épais par le bas que par le haut, c'est à dire, qu'elles étoient des cônes tronquez. Ensuite on s'est avisé de les faire Cylindriques, jusqu'au tiers de leur hauteur, d'où on a commencé une diminution du quart ou du sixiéme de son demi diametre suivant une ligne courbe, que plusieurs Architectes ont cherché à rendre réguliere par des transpositions de differentes ordonnées du cercle apliquées à son axe, & répanduës suivant certaines divisions le long des deux tiers de la colonne, qu'ils diminuent, ce qui la rend bisarrement partie Cylindrique & partie Conoïde. Pour moi je me déclare partisan de cette diminution prise dès le bas, qui fait la colonne toute en conoïde tronqué, dont la ligne droite, tirée de la base, au sommet de la colonne, est la Corde d'un arc de section conique ou de Conchoïde.

Vignole sans être Géometre, a trouvé une courbe, que Blondel a reconnu pour être la Conchoïde de Nicomede, sur quoi il a donné une

autre maniere pour y appliquer les courbes des Sections Coniques, & rendre le Contour de cette diminution, portion d'Ellipse de Parabole ou d'Hyperbole, il n'y a qu'à choisir; & parce que cette Courbure se peut continuer agréablement audessous du tiers, c'est-à-dire, prendre naissance dès la base, on a diminué la colonne du tiers en bas & du tiers en haut, ce qui fait au tiers une grosseur qu'on appelle *Renflement.* Plusieurs Gens de bon goût l'ont désaprouvé; parce qu'ils ne le trouvent pas naturel; je pensois de même avant que d'avoir vû ces grands arbres de l'Amerique, qu'on appelle *Palmistes*; mais ils m'ont fait voir un modele si parfait des Colonnes renflées, qu'ils me l'ont rendu tolerable, pourvû qu'il soit peu sensible. En effet ils sont dans toute leur hauteur sans branches, & sans nœuds, aussi ronds dans leur contour & unis à leur surface, que le peuvent être des Colonnes faites au tour; & ce qui est remarquable, ils sont tous renflez à commencer insensiblement dès le bas jusques vers le tiers & la moitié, & rediminuent de même, jusqu'au sommet où est le bouquet de palmes, qui les termine très-régulierement par un arangement merveilleux. Il n'est donc pas nécessaire d'avoir recours à la pitoyable raison de quelques Architectes, qui pour autoriser cette innovation dans l'Architecture en vont chercher un exemple dans le corps de l'homme, qu'ils croient plus large vers les hanches qu'ailleurs, ce qui n'est pas exactement vrai, si l'on fait attention aux épaules; mais quelle analogie y a-t-il de la figure d'un arbre à celle d'un homme? le bon sens est choqué de la substitution qu'on a voulu faire des figures humaines aux Colonnes, comme dans ce qu'on appelle *l'Ordre Persique* & des *Cariatides*, où des hommes & des femmes servent de suports à des entablemens; l'homme n'est pas fait pour suporter un fardeau immuable; quoique Vitruve ait attribué cette faute de bon sens aux Anciens, il semble par quelques monumens, comme celui du Palais Farnese, que ces Esclaves ne servoient pas de suports aux Chapiteaux ni aux Architraves, mais qu'on les avoit enchaînez en Trophée dans des angles, à la place où doivent être des Colonnes; qu'au reste ils n'en faisoient pas les fonctions; puisque l'entablement portoit sur un massif de maçonnerie; quoiqu'il en soit, il n'est permis qu'à des Dessinateurs de Tabernacles & de Retables, ou à des Architectes ignorans d'y employer des anges ou d'autres figures humaines, ou à des Sculpteurs d'ornemens chimériques propres à des jambages de cheminées, de renouveller l'absurdité des ordres Persiques & des Cariatides ou des Thermes; car quand même * l'exécution en seroit aussi belle que celle de la Tribune de la Sale des Suisses du vieux Louvre à Paris, l'aplication qu'on en fait à une ordonnance d'Architecture, considerée comme un corps de bâtiment, n'en est pas moins un témoignage du défaut de jugement de ceux qui ont inventé & de ceux qui ont imité ce genre de suport, si disproportioné à sa charge.

* *Nec si factæ sunt elegantes ab arte, ideo de his statim debent repente judicari nisi argumentationibus certas habuerint rationes sine offensionibus explicatas.* Vitr. l. 7. c. 5.

Cette invention de l'ordre des Cariatides a donné occasion à une imagination de colonnes courbes, coudées depuis le tiers en bas, à peu près comme le profil d'un homme assis, laquelle me paroît si extravagante, qu'elle ne mériteroit pas d'être réfutée, si elle n'avoit été proposée par un Auteur, qui s'est rendu fameux en Italie & en Allemagne; c'est le Frere Pozzo, Jesuite, connu par plusieurs morceaux d'Architecture effective, & par d'autres de Peinture en perspective, & enfin par le livre in-folio qu'il a publié sur cette matiere, premierement à Rome, & qui a été ensuite traduit & gravé à Augsbourg en 1719. ce qui l'a répandu entre les mains de la plûpart des Architectes, Peintres & Sculpteurs, parmi lesquels il s'en est trouvé, qui ont mis en œuvre cette bisarre idée, à laquelle ils ont déja fait passer les monts; car j'ai vû deux pilastres dans ce goût, executez en beau marbre sur l'Autel des Barnabites de Thonon en Chablais.

Rien n'est plus contraire à la fin pour laquelle on doit faire des colonnes, que de les courber de façon qu'elles soient obligées d'être soutenuës elles-mêmes; puisqu'elles ne sont faites que pour porter un Entablement; le Frere Pozzo. qui a bien senti cette absurdité, ne veut employer ses Colonnes assises (c'est ainsi qu'il les apelle) qu'à l'apui des pilastres à plomb, *quòd pilis conjunctæ sint*, c'est-à-dire, qu'il les donne en place de consoles renversées; mais il s'en faut bien qu'elles en ayent la grace & la beauté. Les consoles renversées sont des massifs, où la volute ne sert que de terminaison, & celui qu'il faut mettre sous les colonnes assises n'y est point naturel, & ne peut sauver le *porte-à-faux* qu'en l'avançant à plomb autant que le dessus de la colonne, auquel cas il ne sert qu'à faire mieux apercevoir le ridicule de la courbure. * C'est trop s'arrêter à réfuter une méprisable nouveauté: comme l'inventeur exige qu'on fasse si bien qu'elle ne choque pas la vûë, je pense qu'il n'y a point de plus sûr moyen que de ne point présenter aux yeux des gens sensées des colonnes *Assises*.

Quelques Architectes amateurs des fatras de sculpture ont voulu orner les fusts des colonnes, qui ne sont guères susceptibles d'ornemens. Les Anciens les faisoient ordinairement unis, souvent aussi Canetez, ce qui est agréable à la vûë, aparemment, parce que c'est une imitation de la gersure de certains arbres, dont l'écorce est comme fenduë de haut en bas; mais parce qu'il y en a de gersez en écailles & d'autres en vis, ils ont imité quelquefois & l'un & l'autre, comme on voit

* *Jam verò peto* [dit Pozzo, Partie 2. Fig. 75. & 76.] *cur adeò necesse sit ipsas stantes ponere, nec possint satis superque fingi suo munere etiam sedentes, quod si in hoc nihil indecorum est, non video quid absurdi sit in faciendis columnis flexis, atque, ut ita dicam, sedentibus; aio tamen, licèt earum aspectu oculus minimè offendatur, sintque ferendo ponderi, eo quod, pilis conjunctæ sint, non tamen abutendum esse in alias res transferendo.*

au Temple près de Trevi, raporté par Palladio, les premieres en écailles sont les plus rares ; mais les secondes en vis ne le sont pas ; j'en ai vû à un morceau de colonne dans les ruines de la ville des Curiosolites, au Village de *Corseul* en Bretagne près de Dinan, de très-bien exécutées, qui avoient pour base celle qu'on apelle l'*Attique*.

* Ce genre de Canelures prouve, que les Architectes de ces tems ne pensoient point à l'imitation des plis des habits des femmes d'où Vitruve veut tirer l'origine de cet ornement.

On attribuë, avec quelque vrai-semblance, aux Canelures en vis, l'idée d'invention des colonnes torses, lesquelles, quoique décriées par les gens de bon goût, ont conservé des partisans, particulierement en Espagne, où elles ont fait fortune plus qu'ailleurs ; presque tous les Retables & les Tabernacles en sont décorez ; on a beau dire, que cette figure en Hélice, & si peu propre à suporter un fardeau que les plantes, qui sont ainsi tournées, comme les Convolvules d'Europe & les Cianes d'Amérique, ne peuvent se soutenir d'elles-mêmes; qu'elles ne s'élevent qu'à la faveur des arbres, sur lesquels elles rampent, & que cette figure répugne à l'idée de solidité qu'on cherche dans un suport, la raison ne peut détruire la mode, il n'y a point de Superieur ou Superieure de Religieux, ni de Curé de Village, qui ne préfere une colonne torse à toute autre, pour composer un Retable ou un Tabernacle.

On voit dans les desseins du Frere Pozzo des colonnes mixtes, qui sont cylindriques jusqu'au tiers & torses au dessus; j'ai remarqué que cette partie torse les faisoit paroître trop courtes.

L'autre espece d'ornement qu'on a imaginé pour les fusts des colonnes, est de les charger de bandes de sculpture saillantes, comme on en voit à S. Etienne du Mont à Paris, au Palais des Tuilleries & ailleurs; cette interruption des fusts leur donne un air massif, plus propre à une Forteresse ou à une Prison, qu'à décorer la face d'une Eglise ou d'un Palais de Prince. Il faut renvoyer ce genre d'invention aux décorations des Operas, comme au Palais de Pluton dans Alceste.

* On peut voir dans le premier Tome de l'Histoire de l'Academie des Inscriptions, un extrait du mémoire que j'envoyai en 1709. à Monsieur le Pelletier de Souzy, notre Directeur Général, touchant les restes de l'Ancienne Ville des Curiosolites, que je découvris au Village de Courseul, où il faut remarquer, que lorsque l'Historien dit, *Que M. le Pelletier y envoya un Ingenieur de S. Malo*, sans me nommer, il faut entendre que j'étois alors en résidence à S. Malo, & non pas natif de cette Ville. Il faut aussi remarquer, que lorsqu'il est dit au 4. Tome dans l'éloge de M. le Pelletier, que mon raport a été inseré *tel qu'il étoit*, il faut entendre, en Substance ; car il étoit plus étendu, & accompagné d'un Plan & des Figures.

Nous concluons donc que les Fusts des colonnes doivent être unis ou taillez d'un certain nombre de Canelures verticales, comme de 24. ou 30. les colonnes des ruines de Persepolis, dont j'ai parlé ci-devant, en ont 40. mais il y a encore du choix dans leur façon, la meilleure est en bottes, Vitruve & ses Sectateurs en veulent d'Angulaires aux Colonnes Doriques; quoique les vives arêtes, qui en résultent en diminuent la durée, & qu'elles soient peu conformes à la nature; en effet les Architectes prévoyans qu'ils ne pouvoient leur donner une force suffisante pour résister aux moindres chocs, ont imaginé de les remplir jusqu'au tiers de la hauteur de la colonne, par une façon de roseau qui en remplit le canal, & empêche les écornures des Canelures, ils les apellent *Rudenture* du Latin *Rudens*, qui signifie chez Plaute un Cable, ce qui n'a pas grand fondement dans la vrai-semblance; puisqu'un Cable ne peut avoir aucune fonction dans ces canaux; mais ce n'est pas le seul endroit où les origines sont mal prouvées.

Nous n'avons rien à dire des Fusts Cylindriques, ou des piliers sans diminution, non plus que des colonnes ovales par leur contour horisontal, ce sont choses hors d'usage ailleurs que dans l'Architecture Gotique.

Il nous reste à faire une remarque sur un mélange (assez ordinaire dans les édifices d'Italie) où l'on voit des colonnes & pilastres de differentes hauteurs s'élever du même niveau, particulierement dans ceux qui sont du dessein de Michel Ange Bonavota & du Cavalier Borromini, comme à St. Pierre au Capitole, S. Charles in Corso, &c. ce mélange selon moi a plusieurs mauvais effets. 1.° En ce que les entablemens des petits ordres ne peuvent être continuez sans couper ou pénetrer les colonnes du grand. 2.° Parce que l'oposition du grand & du petit fait que les grandes colonnes paroissent colossales, & les petites des fuseaux, l'exemple de Vitruve dans les portiques de ses Places, où il mêle des colonnes de differens ordres & de differentes hauteurs, ne peut autoriser ce défaut; parce que les differences sont peu considerables, au reste ce n'est pas un exemple à imiter.

DES CHAPITEAUX.

Par Analogie à la tête, qui est la partie de l'homme la plus éminente & la plus aparente, ou si l'on veut au chapeau, on apelle le sommet d'une colonne formée de certains ornemens, un *Chapiteau*; sa figure porte une difference caracteristique de chaque ordre, qui le fait distinguer très-sensiblement. Du Latin *Caput* ou du François *Chapeau*.

Celui de la Colonne Dorique n'est composé que de moulures ron-

des, couvertes d'un *Tailloir* quarré, fur lequel pofe l'architrave. La naiffance au fommet de la colonne eft une Aftragale ou Baguette ronde, qui laiffe un intervale en façon de collier, apellé Corgerin ou *Collarin*, à caufe de fa jonction au Chapiteau, comme le col eft au deffous de la tête, ce qui eft particulier à cet ordre; parce qu'aux Chapiteaux Ioniques & Corinthiens, l'Aftragale en fait la naiffance immédiate.

La fimplicité de cet ordre femble devoir exclure de fon Chapiteau les ornemens de fculpture; l'Antique nous fournit des exemples où il eft tout unis, comme au Theatre de Marcellus; elle en fournit auffi d'autres, où l'Ove feule eft taillée & l'Aftragale unie, comme au Temple d'Albano, ce qui a beaucoup de grace. D'autres enfin où l'un & l'autre font fculpés, comme au terme de Diocletien : voilà de quoi contenter la varieté des goûts & autorifer celui d'un Architecte quelqu'il foit. Sa hauteur eft égale à celle du demi-Diametre de la Colonne, c'eft-à-dire, d'un module fans y comprendre l'Aftragale & fon Reglet.

Le Chapiteau Ionique fuivant la nature d'un ordre moyen entre le folide & le délicat, eft plus orné que le Dorique. Sous fon tailloir, qui eft quarré, il y a une Ove taillée, qui jette aux deux côtez de la face vûë de front deux volutes d'Enroulemens, dont le contour fur cette face & fon oppofée eft roulé en Spirale, & fes côtez en Campanes, adoffées en façon de baluftres, qui en forment le couffinet.

Vitr. l. 4. c. 1. *Bafi Spiram fupofuerunt pro Calceo, capitulo volutas uti capillamento concrifpatos cincinnos præpendentes dextra ac finiftra collocaverunt, & cymatiis & Encarpis pro crinibus difpofitis frontes ornaverunt, truncoque toto ftrias uti ftolarum rugas matronali more demiferunt.*

La figure finguliere de ce Chapiteau a fait dire quelques puerilitez aux Archtiectes; Vitruve veut qu'il ait été inventé à l'imitation des coeffures & de l'arrengement des treffes des cheveux des femmes d'Ionie, comme fi le Chapiteau avoit l'air d'un vifage. Certainement quiconque prendra la bafe des colonnes pour leur chauffure & les Canelures pour les plis de leurs robes, peut bien prendre les Volutes pour les boucles de leurs cheveux ; ces idées viennent des Pays où l'on métamorphofoit les hommes & les femmes en arbres. Un Philofophe en rit, prévenu que la nature n'a pas fait les hommes pour fervir de piliers aux batimens, c'eft aux forêts & aux carrieres à faire cette fourniture. Scamozzi, qui ne reconnoiffoit aucune trace de nez ni de bouche au Chapiteau Ionique, s'eft moqué de Vitruve; mais il n'a guères mieux rencontré dans la recherche de fon origine, il veut que ce foit l'imitation d'un couffin, mis fur la colonne, auquel on a retrouffé les coins en les roulans. Selon lui les colonnes de cet ordre devoient être à leur aife, puifque leurs bafes pofoient fur des lits de plumes bien molets, *Picemacetti teneri è Molli*, & leur Chapiteau étoit bourré d'un couffin pour n'être pas meurtri par la charge de l'Architrave. Il eft vrai que l'expreffion de Vitruve, *Pulvinum*, qui

signifie un coussin, semble favoriser son sentiment; car il apelle les Chapiteaux Ioniques *Capitula pulvinata*, & plus bas *Pulvinorum Balthei.* Perrault mécontent de toutes ces prétenduës significations, prétend que ces Volutes représentent des écorces tortillées; pour moi je ne sçai qu'en dire, si ce n'est que c'est une sorte d'ornement, qui nous est venu de l'Ionie, où les femmes avoient aparamment les cheveux tressez en rouleaux sur les oreilles, comme quelques femmes de Nuremberg, cette figure usitée a plû à quelque Architecte ou Sculpteur, qui l'a introduit au Chapiteau de cet ordre dans un batiment de conséquence, tel qu'étoit celui de Diane, qui l'a mis en vogue, & nous l'a transmis.

Sur Vitr. l. 3. c. 3.

Postea Dianæ constituere ædem quærentes novi generis speciem.

La hauteur de ce Chapiteau, suivant Vitruve, n'est que d'un tiers de diametre de la Colonne; ailleurs on le trouve de la moitié.

Il y a une chose à remarquer au Chapiteau Ionique, c'est qu'il paroît n'avoir été inventé que pour les colonnes; car il ne peut convenir aux pilastres sans attention de la saillie de ses volutes sur le devant: je suis surpris que les Auteurs des livres d'Architecture, qui ont entré dans le détail des plus petites choses, ne nous ayent pas averti de cet inconvenient, & du remede convenable pour le bien ajuster à la surface plane d'un pilastre.

Le chef-d'œuvre de l'invention des Chapiteaux, ou terminaisons de la partie supérieure des Colonnes est celle des Corinthiens; c'est une ingénieuse composition de feuilles arangées autour du Tympan de la Colonne, comme une espece de bouquet de verdure, qui a quelque conformité avec le sommet de certains arbres, comme des palmistes de l'Amerique; ce bouquet dans son origine étoit composé de feuilles d'Achante, que Callimachus copia d'après nature d'une plante, qui envelopoit un panier couvert d'une tuile; mais les Architectes, ou peut-être les Sculpteurs lui ont substitué des branches d'olivier, comme à la Rotonde; d'autres des feuilles de Laurier, comme au Temple de Vesta; quelques-uns des feuilles de Chêne, quoique les branches de ces arbres étant moins flexibles soient moins propres à plier pour faire les revers ou les *Galbes*, qui font une des principales beautez de l'ordonnance de ce Chapiteau, peut-être que leur raison a été la crainte de la confusion des parties des feuilles d'Achante, dont les divisions étant moins profondes, & plus petites que celles des feuilles détachées des autres arbres, ne feroient pas si bien articulées, étant regardées de loin; mais puisqu'ils ont transferé les feuilles d'Achante au chapiteau de leur composite, cette raison ne doit plus être admise; car s'ils les ont jugé moins apparentes & moins belles que les autres, pourquoi ont-ils prétendu rencherir sur le Corinthien, par

une composition qu'ils trouvent eux-mêmes défectueuse? En effet tout le monde estime le Chapiteau Corinthien plus parfait que tout ce qu'on a pû imaginer jusqu'à présent; c'est en vain que les Architectes & les Dessinateurs, encouragez par des prix qu'on leur a proposé en France & ailleurs se sont efforcé d'imaginer quelque chose de mieux, on est toujours revenu au Chapiteau Corinthien; mais plusieurs y ont gravé sur le tambour, avec peu de jugement, dans les intervales des feuilles, les entrelas d'un panier d'ozier, croyant bien faire de retracer aux yeux le sujet de l'invention de Callimacus, sans s'appercevoir du ridicule de cette aplication à un corps solide, qu'on réduit par cette idée à la foiblesse d'un panier, qui devroit être écrasé par le poid de l'entablement; il ne convient pas mieux de dire, que le Tailloir représente la tuile, qui étoit sur ce panier; puisqu'il y en a un au Chapiteau de chaque ordre, où l'on ne supose point de panier; cette partie est une ingénieuse transition de la rondeur du sommet de la Colonne à la superimposition de l'Architrave, comparable à ces bouts de planche, que l'on met sur un étançon, pour recevoir le bois de bout, afinque l'impression de la charge s'y fasse plutôt qu'à la piéce de bois que l'on veut suporter; la seule difference de la baque du Chapiteau Corinthien est sa figure à pans coupez, & faces creuses pour accompagner la saillie des volutes & Caulicoles des Angles qu'elle couvre, & dont elle arrête les tiges, comme la tuile qui couvroit le panier, faisoit replier ces feuilles d'Achante, que Callimacus dessina.

DES PILASTRES.

Nous apellons Pilastres ces Piliers quarrez, qu'on employe à la place des Colonnes aux endroits où cette figure convient mieux que la Ronde, comme à la tête des murs, & aux angles saillans; telle étoit la terminaison des murs des anciens temples sous les portiques aux deux côtez de leurs entrées, où ils formoient une simetrie avec les Colonnes correspondantes, & parce qu'ils étoient sur le devant on les apelloit *Antes*; M. de Cordemoy à prétendu que c'étoit là leur unique place ou dans un angle, & qu'ils ne devoient pas être employez ailleurs; pour moi qui suis toujours l'idée des premiers Architectes, qui ont voulu imiter la Charpente: je trouve qu'un Pilastre ressemble fort bien à une piéce de bois équarrié, servant de poteau montant dans une cloison ou pan de bois aparent, & qu'en cette qualité il n'est pas moins fait pour être enclavé dans un mur, que pour être mis à la place d'un poteau Cornier, à sa tête ou dans un angle saillant.

J'y aperçois encore un usage pour la solidité. C'est que les pilastres tiennent lieu de ces chaînes de pierre de taille, qu'on mêle souvent

ſouvent dans les murs pour les fortifier, la ſaillie qu'ils ont ſur le nud d'une muraille, cache les petites imperfections d'alignemens & de boſſes, qui échapent à la vigilance de l'Architecte dans la conſtruction, & forme des eſpeces de panneaux, qui ſont agréables à la vûë, quand leur hauteur eſt proportionnée à leur largeur. M. de Cordemoy veut qu'ils faſſent toujours ſaillie d'un quart de leur diametre, & jamais moins ni plus, c'eſt une déciſion de ſon goût, qui s'eſt déclaré en géneral contre les Pilaſtres iſolez, & contre ceux qui ſont enclavez dans les murs. *Les Colonnes*, dit-il, *ne ſont pas faites pour être enfermées*, j'en conviens & ſuis de ſon avis, mais ce raiſonnement ne conclut pas contre les Pilaſtres, leurs faces planes font à leur jonction, avec celles des murs, des angles rectilignes, qui ne ſont point déſagreables à la vûë, comme ceux des colonnes avec ces murs, qui ſont mixtes, & font ſentir l'interruption de la ſurface courbe par la plane; mais vouloir s'apuyer des exemples de l'Antique, pour rejetter les Pilaſtres partout ailleurs, *où ils n'ornent pas le bout des murs* des Temples Proſtiles ou Amphiproſtiles, c'eſt trop haſarder; car non ſeulement Vitruve en parle ſous le nom de *Paraſtates*, auſſi bien que ſous celui d'*Antes*, qui avoit probablement une ſignification differente. Pline parle des *Colonnes Attiques*, qui étoient quarrées. Les Thermes de Diocletien nous en montrent de même qui étoient iſolées & non pas en Attique. Et les Antiques de differentes ruines, deſſinées par Palladio, nous en font voir d'enclavez dans les murs, comme nos Architectes modernes le pratiquent. Le nombre des exemples en eſt trop grand & trop connu pour qu'il ſoit néceſſaire de les citer; bien plus on y voit des colonnes engagées dans les murs, comme les Pilaſtres, en quoi l'Antique n'eſt pas à ſuivre par la raiſon que je viens de donner.

Les Architectes ont remarqué, que les Colonnes angulaires iſolées paroiſſent plus minces que les autres; parce qu'elles étoient environnées d'un plus grand air. Vitruve pour y remedier veut qu'on en augmente le diametre d'une cinquantiéme partie, & Scamozzi veut qu'on n'y employe que des Pilaſtres; ce dernier avis paroît plus judicieux.

Le même Vitruve, l. 3. c. 3. a une idée ſinguliere ſur les colonnes des coins, & celles qui les doivent ſuivre dans les rangs, qui ſont à droite & à gauche aux côtez du Temple, il veut qu'elles ayent le côté du dedans, qui regarde les murs du Temple, abſolument à plomb, & cependant que l'on donne aux parties du dehors la diminution ordinaire. Je reſpecte fort ſes avis, mais je ne voudrois pas les ſuivre en cela.

A l'égard des angles rentrans, on trouve ſouvent dans les batimens

modernes des Pilaſtres repliez, qui ſupoſent une pénetration de deux *Antes* ou Pilaſtres de tête, dont l'angle de l'un va au centre de l'autre; cette ordonnance n'eſt pas naturelle, cependant on la rencontre très-fréquemment même dans les ouvrages & deſſeins des plus grands Maîtres, tel qu'eſt Palladio, dans ſon plan des Places publiques des Romains, tant il eſt vrai qu'on trouve des autoritez pour toutes ſortes de caprices.

Je tiens encore pour ſuperfluité les Pilaſtres en faillie immédiatement derriere les Colonnes, n'eſt-ce pas multiplier les êtres ſans néceſſité? Croit-on que l'Architrave ait beſoin de ce ſuport? & puiſque la Colonne le couvre en face, à quoi ſert un ornement, dont on n'aperçoit qu'une partie par les côtez? un doſſeret tout uni ne ſeroit-il pas ſuffiſant?

A l'égard des ſaillies des Pilaſtres ſur le nud des murs & de leur doublement ou plis, c'eſt aux Architectes à prendre de bonnes meſures pour racorder les feuilles & volutes des Chapiteaux Corinthiens & Ioniques, qui par ces differentes diſpoſitions ſe rencontrent & ſe pénetrent; un peu plus de ſimplicité dans leur compoſition en augmenteroit la beauté, & leur épargneroit bien de l'embarras.

DES ENTRECOLONNEMENS.

Les Colonnes plus ou moins écartées les unes des autres ont des effets biens differens pour la grace du coup d'œil; il faut ſçavoir la ménager en conciliant la ſolidité avec la commodité; il eſt de certains cas où cet accord n'eſt pas aiſé. Si l'on fait un Portique au devant d'une entrée, les Colonnes couvrent les jambages de la porte, comme on voit dans les Temples Antiques, Scamozzi pour y remédier veut qu'on faſſe l'entrecolonnement du milieu plus grand que les autres; on en voit quelques exemples, particulierement au Temple de la Pieté d'ordre Dorique raporté dans la derniere édition de Palladio, où non ſeulement celui du milieu eſt plus grand étant Diaſtile; mais auſſi les Collateraux ſont plus grands que les derniers, qui ſont aux angles; il faut pour cela ſacrifier la beauté de la ſimetrie. Ceux qui ſuivant la maniere abuſive de notre tems font des Arcades derriere les Colonnes, ne ſont pas embaraſſez de la ſolidité; car les Arcades ſont chargées de la portée des Architraves; mais dans cette confiance ils nous font des Areoſtiles outrez & difformes; tels ſont ceux que Vignole & ſa Sequele préſcrivent aux Portiques en Galeries avec des piedeſtaux, où il n'héſite point de donner 13. modules d'intervale d'une colonne à une autre, comme dans ſon Dorique. Diſpoſition qui choque la raiſon, auſſi-tôt que l'œil aperçoit une longue

masse d'entablement portée par une si petite quantité de colonnes, que l'édifice ne pourroit subsister un moment, si les arcades postiches, en étoient retranchées.

Je ne citerai point pour modele des Entrecolonnemens les quatre manieres d'espacer les colonnes, observées par les Anciens; leur Picnostile ne péchoit pas moins par une superfluë multiplicité, que nos Areostiles modernes par le défaut d'une quantité suffisante de suports pour un entablement: Je ne croi pas non plus que leur *Eustile*, qui passoit pour la plus belle de toutes les dispositions, eût une beauté constante; car puisque c'étoit l'intervale de deux diametres, & un quart des colonnes, il devoit être d'une largeur inégale à l'égard des hauteurs des colonnes de chaque ordre. En effet, au Dorique, où elles avoient sept diametres & demi, le petit côté du vuide de leur intervale étoit au grand, comme 9 est à 30, & au Corinthien, comme 9 est à 40; donc cet entrecolonnement laissoit une baye en parallelograme plus & moins alongé; or, selon moi, on doit moins consulter le raport des diametres des colonnes à l'espace horisontal, qu'elles laissent entr'elles, que celui de la largeur de cet intervale à sa hauteur; car puisque ces vuides sont destinez au passage des hommes, lorsqu'elles posent à terre, ou à celui de la lumiere, lorsqu'elles sont au dessus d'un soubassement, ils doivent suivre les proportions des portes & des fenêtres, c'est-à-dire avoir au moins deux fois & un sixiéme autant de hauteur que de largeur, ou, ce qui est encore mieux, deux, & un quart; proportions reconnuës pour agréables par les Architectes, & qui ne me paroissent pas susceptibles de grandes variations.

La raison que j'en ai est, que cette beauté est fondée dans le sentiment naturel, par lequel nous raportons tout à notre taille & à nos besoins, même avant que la raison ait décidé de la convenance; or une baye, dont la largeur & la hauteur sont proportionnées à notre taille, & qui conserve dans le grand comme dans le petit, le même raport de hauteur & de largeur, doit avoir une beauté naturel en fait de logement ou de passage. Je ne doute pas, que si nous avions la taille d'un bœuf ou d'un mouton, une porte quarrée ne nous parût plus belle; parce qu'elle seroit proportionnée à notre figure, de même que la ronde doit être plus belles aux yeux de certains oyseaux, des souris & autres animaux de pareille figure, & l'exagone à l'égard des abeilles, qui ont ainsi leurs cellules pour qu'elles soient un peu arondies, sans laisser d'intervale de figure inégale entr'elles. Mais parce que nous sommes environ trois fois plus haut que larges, les bras pendans, & au moins deux fois, lorsque nous avons les coudes écartez, pour

porter quelque chofe à deux mains; il fuit que nous devons trouver les bayes de pareilles proportions plus belles que les autres; d'où je conclus que les entrecolonnemens doivent être tels qu'ils reviennent à cette figure à peu près; or le Picnoftile & l'Arcoftile n'y reviennent point, le premier pour être trop ferré & trop étroit, le fecond pour être trop ouvert & trop large; donc ni l'un ni l'autre de ces entrecolonnemens n'eft admiffible, puifqu'il n'eft pas conforme à la beauté de l'Architecture naturelle.

Des Arcades dans les Entrecolonnemens.

La difficulté de trouver & de manier d'affez grandes pierres pour faire les Architraves d'une piéce à de grands entrecolonnemens, a quelquefois engagé les anciens Architectes à les foutenir par des Arcades, pour pouvoir les faire de plufieurs piéces; quoique ces exemples foient affez rares dans les Monumens antiques, on en voit cependant au Colifée, au Theatre de Marcellus, & en quelques autres endroits, où il auroit fallu des pierres de 26. & 28. pieds de long & en grand nombre.

Les Architectes modernes, autorifez par ces exemples de l'Antique, fe font tous jettez fans difcernement dans ce genre de conftruction, qui leur a parû concilier la folidité, la facilité de l'exécution, & la beauté des ordres d'Architecture, de forte que depuis environ 200. ans on a vû toutes les Eglifes baties dans ce goût. Il faut convenir que dans une maffe énorme, comme à celle de S. Pierre de Rome, on ne pouvoit guéres faire autrement, quoiqu'en aît dit M. le Prieur de Cordemoy. Mais hors de ces circonftances je croi avec lui & la plûpart des gens de bon goût, que les colonnes apliquées fur des piédroits d'Arcades, font une vicieufe ordonnance d'Architecture; parce que les Colonades & les Arcades font deux efpeces de fuports differens, qui ne doivent pas être tous les deux mis en œuvre pour foutenir le même fardeau.

Si les colonnes font fuffifantes pour porter les entablemens & une voute, pourquoi les apuyer contre des piédroits d'Arcades? Si elles ne font pas fuffifantes, il faut en multiplier le nombre dans la longueur & dans l'épaiffeur de l'édifice, en les ferrant & en les acouplant dans les endroits où il en eft befoin. Si enfin ces augmentations de Colonnes caufent quelques embarras par leur multiplicité, il faut prendre le parti des Arcades fimples, fans y ajouter des colonnes, qui deviennent alors inutiles, auffi bien que les Architraves & les entablemens; ce mélange ne produit que de vicieux arcoftiles, une

occasion de dépense superfluë, & une preuve de peu de jugement de l'Architecte.

Les Goths ou plutôt les Maures, dont on croit que nous est venuë l'Architecture nommée Gothique, quoique peu sensez dans l'Ordonnance de plusieurs parties de leurs ouvrages, ne sont pas tombez dans ce genre de défaut; ils ont fait de gros piliers pour suporter les Arcades, & des perches pour servir de base aux Nervures de leurs voûtes; mais ils n'ont jamais fait d'Entablement, brochant sur le tout comme on en voit dans les Architectures modernes, qui jettent l'Architecte dans plusieurs inconveniens.

Le principal est, que faisant porter les Archivoltes des Arcades sur des corniches d'imposte, ces corniches se trouvent coupées par les colonnes ou pilastres, qui sont au-devant des piédroits des Arcades, où ils paroissent comme incrustées après coups, & où ils présentent une idée de la pénetration des corps d'autant plus ridicule, que les corniches des impostes sont saillantes à l'égard des pilastres ou colonnes, au travers desquelles elles passent. On remarque au Theatre de Marcellus, que leur saillie excede le demi diametre des colonnes, & quelque chose de pis au palais Farnese, où peu s'en faut qu'elle ne coupe la colonne par devant. La régle que Barozzi de Vignole donne de fixer la saillie des corniches d'impostes à la moitié de la colonne, ne fait que diminuer la grossiéreté de ce défaut sans la suprimer; il faudroit pour l'ôter radicalement, que la colonne fût totalement détachée du piédroit.

Nous voyons dans plusieurs Monumens de l'Antique, que lorsque les Architectes ont été obligez de faire de grands entrecolonnemens arcostiles adossez à des murs percez d'Arcades; ils ont eu soin d'écarter assez leurs piedroits des colonnes, pour pouvoir faire profiler les impostes au retour de la saillie du piedroit sous l'archivolte; c'est ainsi qu'en ont usé ceux des Mausolées Antiques de Terracine, auprès de Naples, & de S. Remy en Provence auprès de Tarascon. Nos Architectes modernes n'ont presque jamais imité la sagesse de ces exemples; ils ont tous affecté de faire regner les corniches des impostes, autant que celles des Entablemens, malgré les interruptions des colonnes & des Pilastres, qu'ils leur font pénetrer.

Je sçai que l'on objecte aux simples colonnades sans Arcades, le peu de solidité des platebandes, pour porter des entablemens, & la difficulté d'en faire de grandes d'une ou de plusieurs pieces; cependant l'experience nous fait voir, qu'en se donnant un peu de soin, on vient à bout d'en faire de belles & de solides dans une largeur de 13. à 14. pieds; on en voit la preuve à la façade du vieux Louvre à Paris, du côté de S.

Germain l'Auxerrois. Il se présente rarement occasion de faire des entre-colonnemens d'un plus grand intervale, & s'il s'en présentoit, l'experience nous prouve encore, qu'on peut pousser la portée jusqu'à vingt-six pieds; puisque M. Gautier nous parle dans son Traité des Ponts d'une platebande de cette longueur, qui subsiste à Nimes avec si peu de bombement, qu'on s'en aperçoit à peine. Je ne voudrois cependant pas en hasarder beaucoup de pareilles, l'exécution en est trop délicate pour s'exposer aux inconvéniens de cette construction; dans ce cas la solidité des Arcades est préferable à la foiblesse d'une architrave en platebande, qui se soutient à peine elle-même, la prudence veut qu'on s'assure de la durée au préjudice d'une plus agréable décoration.

Si l'on rejette le mélange des Arcades & des Colonnes, on trouvera bien des inutilitez dans les livres des Architectes modernes, qui semblent principalement occupez du soin de régler les entrecolonnemens, de maniere que les Arcades s'accordent avec les mesures de l'ordre, qui est apliqué au-devant, comme en bas relief de Colonnes & de Pilastres, qui couvre une partie des piedroits des Arcades & coupe en travers les corniches de leurs impostes. Mais tous les desseins de Vignole, Scamozzi, &c. multipliez sur ce sujet, ne font que mieux apercevoir le mauvais effet d'une telle ordonnance, non seulement par l'inconvenient de cette interruption & pénetration des corniches des impostes, mais encore plus sensiblement par celui de la terminaison des corniches des Piedestaux & de leurs bases, qui viennent s'amortir contre les piedroits, avec lesquels ils ne font aucun accord ni suite; parce que ce sont des choses de hauteur, de largeur & de figure inégale : les Architectes qui ont senti ce défaut ont continué la base du piedestal, ou du moins ses parties les plus hautes pour en faire celle de l'Alette ou piedroit de l'Arcade; mais ils n'ont pû en faire autant à sa corniche, qui ne peut embrasser le piedroit sans y faire une saillie inutile, incommode & de peu de durée; parce que ses carnes étant fort exposées au choc dans le passage, y seroient bientôt écornées. C'est pourquoi il semble que lorsqu'on est obligé de faire des Arcades, il convient de n'y rien ajouter au devant.

DES ARCADES SIMPLES.

J'apelle Arcades simples, celles qui ne sont point mêlées dans les ordres d'Architecture, comme celles dont nous venons de parler. Une suite d'Arcades, qui n'ont d'autres ornemens que leurs Archivoltes & quelques clefs saillantes, n'est pas d'une si grande aparence qu'un ordre d'Architecture; mais elle a sa beauté, comme on le voit en plusieurs grands Hôtels de Paris, où les piedroits sont quarrez, c'est-à-dire, Angulaires; parce que les naissances & les arêtes des cintres y portent de fond.

D'ou il suit que l'on peut quelquefois substituer à de simples piedroits des pilastres, qui ont aussi la même proprieté à l'égard des arêtes des cintres, mais non pas des colonnes, comme l'on voit en quelques édifices, par exemple, au Baptistere de Pise & à la Colonnade des Bosquets de Versailles. La raison en est fondée sur ce grand principe d'Architecture, qu'il faut non seulement éviter les porte-à-faux pour la solidité, mais aussi pour la beauté des édifices; or il est visible que la base commune de deux arcades à leur naissance, qui est portée par une colonne, est un quarré, dont les 4. angles sont sans apuy, & leur saillie au-delà du nud de la colonne est d'autant plus aparente & choquante à la vuë, que le spectateur est près d'une des diagonales de ce quarré, de sorte que s'il est dans la Diagonale, il aperçoit que ce porte-à-faux est de toute la difference de la demi-diagonale sur celle du rayon ou module de la colonne, comme le cercle inscrit au quarré circonscrit. D'où je conclus contre le sentiment de M. de Cordemoy, que cette construction ne peut jamais être agréable à la vûë; parce qu'elle lui présente toujours un défaut essentiel, qui est celui du porte-à-faux.

Les Architectes Gothiques, qui faisoient ordinairement porter leurs Arcades par des piliers cylindriques, pour éviter cette difformité abatoient en chanfrin les arêtes des Arcades; mais ils n'ôtoient pas encore par ce moyen toute l'imperfection, il y restoit toujours un porte-à-faux quoique moindre, dont la difference des saillies des angles sur le nud du pilier étoit celle de l'octogone circonscrit au cercle inscrit.

Ce défaut ne peut être levé qu'en arondissant l'arête de l'Arcade en forme d'aneau; parce qu'alors la base de deux arcades à leur imposte commune devient un cercle; mais aparemment qu'un tel arondissement est désagreable à la vûë; car les Architectes, qui ont eu occasion de le faire ne l'ont jamais mis en œuvre.

DES ENTABLEMENS.

Les Entablemens sont apellez par Vitruve *Ornamenta*, les ornemens des Colonnes. Cette expression paroît fort impropre; parce que ce ne sont pas des accessoirs qu'on puisse ôter & mettre indifferemment, ce sont au contraire les parties essentielles d'un édifice: il y a quelque aparence que ce nom avoit été introduit par l'ignorance des ouvriers de son tems, comme à Paris celui d'*Architecture*, pour dire moulure. Quoiqu'il en soit le nom d'Entablement comprend trois parties fort differentes entr'elles, qui sont l'Architrave, la Frise & la Corniche, lesquelles prises ensemble doivent faire la hauteur d'environ le quart de celle de la colonne. Je dis environ & non pas

toujours le quart, comme le veut Barozzi de Vignole ; mais selon les Ordres, tantôt le quart comme au Dorique, tantôt les deux neuviémes, comme à l'Ionique, & quelquefois le cinquiéme, comme au Corinthien, ainsi que nous l'avons dit ci-devant, & chacune de ses parties doit aussi avoir des raports constans avec les hauteurs des colonnes, comme nous devons en parler en particulier, nous observerons seulement en général, que les Entablemens doivent être continuez dans leurs directions droites ou courbes horisontalement, sans aucune interruption de coupure, de ressaut dans leur hauteur, & le moins qu'il est possible dans leur saillie. D'où il suit que les fenêtres, coupées dans l'Architrave & dans la frise, comme on en voit au Palais des Tuilleries à Paris, & dans plusieurs de ceux d'Italie, sont de grandes difformitez ; puisque les Sommiers & les Entrevoux ne sont pas faits pour y percer des passages à la lumiere du jour, comme le dit expressément Vitruve * ; la nécessité peut quelquefois rendre la chose excusable dans la Frise, où il y a du vuide; mais rien ne peut rendre tolerable la coupure d'une Architrave ; parce qu'elle est directement contraire à l'idée de la solidité de la Charpente, d'où cette piece tire son origine, comme nous allons le prouver plus au long.

* *Quibus in locis omninò non patiuntur res fenestras fieri.* liv. 4. c. 2.

Secondement, il faut observer que les entablemens ne souffrent aucun mélange de composition d'ordre; Vitruve dit Ch. 2. l. 1. que c'est une grande faute de bienséance, que de mettre sur des Architraves Doriques des Corniches dentelées, & sur des Chapiteaux Ioniques des Trigliphes ; cependant il nous parle au Ch. 9. du 5. l. d'un mélange de Colonnes de differens ordres, de Doriques, Ioniques & Corinthienes, qui étoient même d'inégale hauteur sur le même niveau de base *, où l'on mettoit quelquefois sur les Colonnes Corinthienes des entablemens Doriques ou Ioniques, l'Ordre Corinthien n'en ayant point de particulier, voilà donc une contradiction dans Vitruve.

* Voyez Perraut dans sa note sur le Ch. 9. du 5. liv.

DES ARCHITRAVES.

Puisque les Architraves représentent des poitrails ou saumiers, elles doivent en conserver la figure & les proportions, & en suivant cette analogie, plus les espaces des entrecolonnes sont grands, plus elles devroient être grosses, cependant comme ces intervales ont toujours un certain raport avec la grosseur & hauteur des Colonnes, on pourroit établir pour régle de décoration, qu'elles doivent avoir à peu près autant de hauteur que de largeur, & parce que leur largeur doit être égale au diametre supérieur du Fust des colonnes, il suit que leur hauteur devroit être égale à ce diametre, c'est la mesure que Vitruve donne à son Antitrave Toscane, liv. 4. Ch. 7. & celle de l'Architrave que l'on

l'on voyoit, il n'y a pas long-tems, au Palais des Tuteles de Bordeaux, où il n'y avoit au dessus ni Frise, ni Corniche, mais une espece d'Attique.

Les Architectes leur en prescrivent un peu moins, quelquefois d'un sixiéme, mais ceux qui ne leur en donnent que la moitié, comme Vignole dans son Dorique, s'écartent des loix d'une sage imitation & des modeles de l'Antique; & ce qui paroît encore plus contraire au bon sens, c'est qu'il leur donne plus de hauteur dans les ordres les plus délicats que dans les solides, au lieu qu'ayant moins de fardeau à supporter, elles ont moins besoin de force. Vitruve par un rafinement qui me paroît assez mal concerté, veut qu'on augmente la hauteur des Architraves suivant une certaine proportion rélative à la hauteur des colonnes, il auroit été bien plus naturel de la régler sur les intervales des entrecolonnemens; puisque l'on doit renforcer les poutres suivant l'étenduë de leur portée, la diminution des objets par leur éloignement devroit aussi bien influer sur les frises & les corniches, que sur les Architraves; cette délicatesse pourroit être de quelque usage dans un ordre Colossal; mais s'il l'étoit, les Architraves deviendroient impossibles à l'exécution; parce qu'on ne pourroit les faire ni d'une pierre ni de plusieurs en platebande.

Pour varier un peu la trop grande uniformité d'une face de poutre, on l'a ornée au parement de petites saillies, qu'on apelle *Faces*, & de quelques renfoncemens dans le sofite. Le nombre des faces suit naturellement la gradation des ordres, considerez par leur simplicité ou richesse. Au Dorique une face couronnée d'un réglet semble suffire, comme au Theatre de Marcellus, quoique dans d'autres Antiques on y en voit deux. A l'Ionique elle en a ordinairement trois & une moulure sous le réglet, elle devroit n'en avoir que deux suivant la gradation des ordres. Enfin au Corinthien elle en a trois, quelquefois seulement deux, comme au Frontispice de Néron, & au Temple de Trévi dessiné par Palladio, avec une moulure à chaque division, & une grande sous le réglet, qui la couronne par des ornemens taillez comme il convient au profil de chaque moulure & à sa situation, observant que les faces supérieures soient plus larges que les inférieures, quoique le contraire ne soit pas absolument sans exemple.

Tous les bons Architectes conviennent, qu'on ne doit pas interrompre l'alignement des Architraves en ligne droite, ni par des ressauts horisontaux, ni par des verticaux, ce sont des directions contraires à la solidité d'une poutre. Les fréquens exemples qu'on en voit particulierement aux rétables de nos Eglises, sont des productions de Menuisiers

ou de Sculpteurs, qui croient donner de la légereté & de la varieté à leur ouvrage. On en voit de ceintrées vérticalement dans nos portes-cocheres modernes, qui ne me paroissent guères plus raisonnables; car une poutre ainsi courbée demande à être chargée avec un parfait équilibre, pour qu'elle ne culbute ni en devant, ni en arriére; * mais quand on la supposeroit sans inconvénient dans cette situation, il feroit toujours vrai qu'elle tendroit à se redresser, & feroit effort pour écarter les colonnes ou les pilastres, qu'elle dérangeroit de leur à plomb; je sçai qu'on les butte si bien, que cet inconvénient n'est pas à craindre; mais nous devons contenter l'esprit, qui demande de la raison dans les imitations.

* *Quæ à veteribus ex veris rebus exempla sumebantur, nunc iniquis moribus improbantur.* Vitr. l. 7. c. 5.

DES PHRISES.

On apelle Phrise, l'intervale qui est entre le Somier & le toit, consideré comme en charpente, c'est-à-dire, celui qu'occupent les bouts des poutrelles & leurs Entrevoux, par conséquent il doit être réglé par la hauteur convenable à leur solidité, qui exige qu'elles soient plus hautes que larges.

Les Mathématiciens ont trouvé que pour concilier la force avec l'assiete des bois posez de champ, la hauteur devoit être à leur épaisseur comme sept est à cinq. Les Architectes, guidez par la seule Géometrie naturelle, ne se sont pas beaucoup écartez de cette proportion; ils ont déterminé le raport de la largeur du Trigliphe à sa hauteur comme 2 est à 3, & ont fait cette largeur égale au module, c'est-à-dire, au rayon de la colonne, de sorte que leur hauteur est de trois quart de son Diametre dans son ordre dorique, ce qui a paru assez agréable à la vûë pour qu'on s'y soit conformé dans la plûpart des meilleurs ouvrages de ce genre; mais les Architectes se sont fait une loix si sévere de la figure du vuide des Entrevoux, auquel ils ont donné le nom Grec de *Metope*, qu'ils veulent absolument, que l'intervale de deux trigliphes soit un quarré parfait, ce qui a rendu l'exécution du Dorique, qui est le seul ordre où l'on fasse paroître l'image du bout des poutrelles, si genant & si difficile, qu'ils sont embarassez aux moindres variations d'ordonnance; ils ne sçavent, par exemple, comment faire, lorsqu'il s'agit d'acoupler deux colonnes; parce que les Trigliphes, suivant les loix de la solidité, devant être situez précisément sur le milieu des colonnes, les Metopes se trouvent oblongs. Il s'en est trouvé, parmi le nombre de ceux qui ont eu la réputation d'être habiles, qui ont mieux aimé confondre les bases des colonnes en les faisant se pénetrer, comme Mansard aux Minimes de la place Royale à Paris, que d'alterer le quarré parfait des Metopes, ou d'élever un peu

la Phrife, ridiculité digne des gens attachez à la minutie, même dans des chofes auffi peu importantes que celle-là, comme fi c'étoit une difformité infuportable d'efpacer des poutrelles un peu plus près ou un peu plus loin les unes des autres; il faut être bien inftruit de la convention de cette loy de fimetrie, pour en fentir l'irrégularité; ce défaut n'a pas décrié le portail de S. Gervais & le Palais du Luxembourg, où l'on peut remarquer des Metopes plus larges que hauts.

L'ESPACE quarré des Metopes, renfoncez entre les trigliphes, fert ordinairement de champ à des bas reliefs, qui caracterifent la nature du bâtiment; ainfi aux Temples antiques on y repréfentoit des Maffacres de bœuf ou de belier, pour défigner que c'étoit le lieu des Sacrifices. Dans nos Eglifes modernes, comme aux Invalides de Paris & ailleurs, on y met des atributs des céremonies d'Eglife, comme Encenfoirs, Chandeliers, Banieres, &c. de tels ornemens y font très-bien placez.

DE ce que la Phrife eft l'efpace qu'occupent en hauteur les poutrelles portées par l'Architrave, il fuit que fa hauteur doit être moindre que celle de l'Architrave, comme l'a fort bien remarqué Daviler (Page 46.) parce que la poutre doit être plus groffe que les poutrelles, dont elle eft chargée; c'eft par cette raifon, fans doute, que Vitruve lui donne un quart moins de hauteur qu'à l'Architrave, cependant aujourd'hui on la fait plus grande & même fouvent plus haute que l'Architrave.

L'APARENCE des bouts des poutrelles, dont on fait parade dans l'ordre Dorique avec quelques ornemens de trigliphes, & de quelques imitations de goûtes d'eau, qui pendent à leur bafe fur l'architrave, eft fuprimée dans les autres Ordres, où ces bouts font couverts, foit pour empêcher que les impreffions de l'air ne nuifent à leur durée, ou pour une plus grande uniformité & propreté des dehors. C'eft une raifon fi naturelle, qu'on remarque dans plufieurs pays, où l'on bâtit de *pans de bois*, comme en Alface & dans le Palatinat, qu'aux maifons les plus communes, les bouts des poutrelles font aparens au dehors, mais qu'à celles des gens aifez elles font recouvertes d'un cours de planches, tantôt bombées, tantôt unies & couronnées de quelques moulures, fans qu'on puiffe foupçonner les Charpentiers, qui en font les Architectes, d'avoir puifé ces inventions dans les Ecrits des Auteurs des Ordres d'Architecture; il eft au contraire très-vraifemblable, que c'eft de ces modeles de la fimple Architecture, que l'on a tiré les idées des Phrifes bombées, dont les Ecrivains ont donné des profils.

f ij

A la place des Trigliphes, qui ſont des ornemens de peu d'apareil, mais ſuffiſans pour la Phriſe, un ordre où l'on n'afecte que de la ſolidité, on en a répandu d'autres plus compoſez, & plus délicats ſur les Phriſes de l'Ionique & du Corinthien ; parce que cet intervale entre l'Architrave & la Corniche eſt un des plus grands champs unis, & le plus aparent qu'il y ait dans toute l'ordonnance ; c'eſt pourquoi on y mettoit quelquefois une inſcription, mais plus ſouvent des bas reliefs de Rinceaux, c'eſt-à-dire, des ornemens d'enroulemens & de feuillage ſemblables à ceux qu'on employe à la broderie des habits & des meubles ; & parce que *Phrigios* ſignifie broderie, on a donné le nom de Phriſe, au lieu où on l'apliquoit, même lorſqu'il n'y en avoit point, comme ſi on eût ſupoſé que la broderie devoit y être, & que le champ tout uni étoit deſtiné à recevoir ces ornemens.

Les Rinceaux que nous voyons dans quelques Antiques, comme aux Thermes de Diocletien, au Frontiſpice de Neron & ailleurs, étoient de ces fictions que Vitruve condamne au Chap. 5. de ſon 7. liv. où l'on voit des moitiés de corps d'animaux ou de figures humaines ſortir des fleurs & des enroulemens des feuillages, fiction qui eſt imaginée contre toute ſorte de vraiſemblance, & qui fait voir que les Antiques ne ſont pas toujours la production des Architectes bien ſenſez. Un habile deſſinateur de nos jours, nommé Berin, a fait revivre toutes ces folles idées * que Vitruve blâmoit dans ceux de ſon tems ; nos Architectes en ont adopté le goût, avec cette difference, qu'ils y ont un peu plus ajoûté du goût Arabeſque, des Joncs coudez, &c. J'aime mieux voir une Phriſe toute unie, que ces ſortes d'ornemens, que la mode détruira comme elle les a établi ; un bas relief hiſtorique, comme celui de l'arc de Titus, n'eſt point ſujet à ces viciſſitudes.

Ce que nous venons de dire des ornemens, qui conviennent & doivent être apliquez aux Phriſes, ſervira à confirmer le mauvais effet des fenêtres, que pluſieurs Architectes y ont percées pour des Entreſoles, puiſqu'elles ſont une couverture d'entrevoux.

* Pinguntur tectoriis monſtra potiùs quam ex rebus finitis imagines certæ ; pro columnis enim ſtatuuntur calami, pro faſtigiis harpaginetuli ſtriati cum criſpis foliis & volutis. Item candelabra ædicularum ſuſtinentia, figuras ſupra faſtigia earum, ſurgentes ex radicibus cum volutis coliculi teneri, plures habentes in ſe ſine ratione ſedentia ſigilla ; non minùs etiam ex Coliculis flores dimidiata habentes ex ſe exeuntia ſigilla, alia humanis, alia beſtiarum capitibus ſimilia hæc autem nec ſunt, nec fieri poſſunt, nec fuerunt . . Quemadmodum enim Calamus poteſt verè ſuſtinere tectum, aut Candelabrum ædiculas, & ornamenta faſtigii, ſeu Coliculus tam tenuis & mollis ſuſtinere ſedens ſigillum, aut de radicibus & coliculis ex parte flores, dimidiataque ſigilla procreari . . . . neque enim picturæ probari debent, quæ non ſunt ſimiles veritati, nec *ſi factæ ſunt elegantes ab arte, ideo de his ſtatim debent repentè judicari, niſi argumentationibus certas habuerint rationes ſine offenſionibus explicatas.*

DES CORNICHES.

La Corniche, felon l'étimologie du mot Latin *Corona* ou du Grec *Coronis*, eft le couronnement d'un édifice, par conféquent fa place naturelle eft au fommet & non pas au milieu, au tiers, ou au quart de la hauteur d'un mur, & n'y doit point être repetée & multipliée, comme on le voit dans prefque tous les plus fomptueux bâtimens de l'Europe, dans lefquels il y en a au moins une à chaque divifion d'étage.

Si l'on veut remonter à leur origine, on reconnoîtra bien fenfiblement que les corniches n'ont été imaginées que pour écarter des murs de face les eaux de pluye, & les goûtieres des combles qui les mouilleroient, les faliroient & en altereroient la durée fans leur faillie. Cette inftitution eft bien prouvée par Vitruve, qui dit, que les têtes de Lions qu'on met aux Cimaifes, font des inventions ingénieufes pour orner les gargouilles néceffaires pour raffembler & jetter les eaux des égoûts.

A examiner la deftination des corniches, il fuit que la partie qui leur eft effentielle, eft celle qui eft faite de maniere, qu'elle fournit un écoulement aux goûtieres, fans que l'eau puiffe fe répandre fur la face du mur; c'eft celle qu'on apelle le *Larmier*, d'où elle découle comme en larmes. La figure qui convient le mieux à cet effet eft une bande de furface verticale terminée en deffous par une autre inclinée à l'horifon en angle aigu, où faifant un reffaut qu'on apelle *Mouchette pendante*.

La faillie de cette partie de Corniche ne pouvant être avancée au-dehors fans être fuportée en l'air, on eft obligé de la foutenir par des moulures ou par des corbeaux, comme on en voit au mur de cloture du Temple de Mars décrit par Palladio, afin qu'elle foit autant écartée du mur qu'il convient à la hauteur, & parce que le larmier eft débordé au deffus par les bouts des tuiles ou des ardoifes, depuis le dernier joint du Pareau, on y a ajouté une troifiéme partie plus faillante & plus mince, qui en fait la Cime, d'où lui eft venu le nom de *Cimaife*; peut-être auffi parce qu'étant compofée d'une moulure de contour ondé, que les Grecs apelloient *Cimation*, on lui a donné ce même nom; c'eft de cette étimologie que Vitruve le fait venir. Quoiqu'il en foit cette partie eft le fommet & l'extrémité de tout l'ordre, où l'on pratiquoit un canal pour raffembler les eaux du comble, qu'on faifoit dégorger par des gargouilles en forme de mufles de lions, telles qu'on en voit dans la plûpart des Corniches Antiques.

Une corniche n'eſt donc pas un ſimple ornement de fantaiſie, c'eſt une ſaillie utile pour la conſervation d'un édifice; ainſi les parties de la corniche, comme l'a fort bien dit Palladio *, doivent être faites à quelque uſage, comme ſi l'ouvrage étoit de charpente, d'où il ſuit qu'elle doit être diviſée en trois parties diſtinctes & à-peu-près d'égale hauteur, quoique variée par leur profil.

** Eſſendo di biſogno che tutte le parti dela Cornice a qualche effetto ſiano fatte, & ſiano comme Demoſtratrici di quello che ſi vede rebbe, quando l'opera foſſe di legname.*

La premiere eſt le ſuport du larmier, compoſé d'une ou de deux moulures en ſaillie l'une ſur l'autre, auſquelles on peut encore ajouter ces conſoles, qu'on apelle Modillons, pour l'écarter encore davantage.

La ſeconde eſt le Larmier, qui doit être une ſurface verticale; parce que c'eſt la plus propre à faciliter l'écoulement de l'eau, d'où il ſuit qu'elle doit être unie & continuée ſans ornemens de gravure ni de ſculpture, afin que l'eau y ait moins de priſe, & s'en détache plus facilement. Il eſt vrai qu'on en voit de ſculpées dans quelques corniches antiques, comme à celles du Temple d'Antonin & de Fauſtine, & des Thermes de Diocletien; mais elles ne l'ont jamais été, que par des canelures verticales propres à faire égoûter les eaux. Au reſte ces ornemens y ſont ſuperflus, & ne font que de la confuſion, lorſque le reſte des moulures de la corniche eſt ſculpé, comme on le voit à ce dernier exemple des Thermes de Diocletien.

La troiſiéme partie de la Corniche eſt la Cimaiſe, qui conſiſte ordinairement en une moulure, qu'on apelle Domine & un talon ou baguette, quelquefois en Cavet, comme à la corniche Dorique. Chacune de ces parties peut être diſtinguée, & agréablement liée à celle qui l'avoiſine, par un filet, qui en faſſe apercevoir la diviſion.

Apre's le détail des trois parties eſſentielles à une Corniche, nous devons faire remarquer ce qui doit la caracteriſer dans chaque ordre.

La Corniche Dorique eſt caracteriſée par les Mutules; placées ſous le platfond du Larmier, & ornée de goûtes, qui ſont de petits cones tronquez, rangez par ordre & pendans à l'imitation des goûtes d'eau, qui en doivent découler; on pourroit, au lieu de cones tronquez, aprocher plus de la bonne imitation de vérité, en les faiſant en forme de poires; mais toute imparfaite que ſoit cette reſſemblance, il ſuffit qu'elle ſoit fondée dans la nature pour qu'elle ſoit agréable à la vûë.

Quant aux Mutules elles repréſentent ſelon Vitruve, le bout des Arbaletiers dans le ſyſtême de ces toits plats, uſitez dans les pays chauds, où le tiran s'aſſemble dans l'arbaletier; mais parce que les

mutules ſont trop près pour que chacun d'eux repréſente une poſition de ferme : il y a quelque apparence que la Charpente des Anciens étoit comme celle qu'on fait dans quelques Provinces, dont nous allons parler ci-après, où chaque chevron tient lieu d'arbaletier, & fait avec ſon collateral une petite ferme, dont le tiran eſt une des poutrelles du plancher, de ſorte qu'il y a autant de fermes que de poutrelles, d'où il ſuit qu'il ne doit point y avoir de denticules ; puiſqu'elles repréſentent des chevrons, ſelon Vitruve ; or les arbaletiers de cette conſtruction ſont des chevrons, comme nous venons de le dire. Je ne ſçai où un Auteur moderne a lû, que *Vitruve veut des denticules à l'ordre Dorique* : j'y trouve le contraire dans ſes Ecrits, comme je vais le prouver par une citation l. 4. ch. 2.

De même, dit-il, que les trigliphes & les Mutules ſont le propre de l'ordre Dorique, les Denticules ſont affectées à la Corniche de l'ordre Ionique, ce ſont à-peu-près ſes expreſſions ; mais en voici le texte. Ubi ante in Doricis trigliforum & mutulorum eſt inventa ratio, *ita in Ionicis Denticulorum conſtitutio propriam in operibus habet rationem.*

La Corniche Ionique eſt donc caracteriſée par les denticules, qui repréſentent, ſelon le même Vitruve, les chevrons. Il faut cependant convenir que cette repréſentation eſt bien imparfaite ; car dans quel genre de charpente met-on des chevrons ſi près-à-près, qu'il y ait plus de plein que de vuide ? diſons que c'eſt un ornement de fantaiſie, & deſtiné à cet ordre par une convention preſque unanime ; je ne trouve que Scamozzi qui ne s'y ſoit pas conformé, mais il ne donne aucune raiſon qui nous faſſe connoître, pourquoi il n'a pas ſuivi la mode générale.

Quemadmodum mutuli Cantheriorum projecturæ fuerunt imaginem, ſic in Ionicis denticuli ex projecturis aſſerum habent imitationem. Vitr. l. 4. C. 2.

Enfin la Corniche Corinthiene eſt caracteriſée par les Modillons placez ſous le platfond du larmier, dont les Methopes ſont couverts de Rozons ou d'autres ornemens de ſculpture. Vitruve dit que ces modillons repreſentent les bouts des Forces, ce qui embaraſſe beaucoup ſon commentateur Perraut, qui ne conçoit pas comment ces eſpeces de Conſoles, qui ſont eſpacées près-à-près peuvent repréſenter les bouts des *Forces*, leſquelles ſont eſpacées conſiderablement plus loin dans notre Charpente ordinaire, avec laquelle on ne peut comparer cette diſpoſition. Pour juſtifier le diſcours de Vitruve, il dit, (page 111. 2e. éd.) „ qu'il faut concevoir, que les Modillons, qui ſont au droit des colonnes, ſont les ſeuls qui repréſentent les bouts des forces, & que „ ceux qui ſont entre deux y ſont ajoutez pour la bienſéance, de „ même que les Trigliphes. „ Ce diſcours nous montre ſenſiblement, que les Commentateurs trouvent ſouvent des difficultez dans des choſes qui ſont toutes ſimples ; lorſqu'on eſt bien informé des mœurs & des

modes des differens tems & Pays, Un voyage en Alſace, dans le Palatinat ou dans le Wirtemberg auroit tiré Perrault d'embarras, & lui auroit fait voir à chaque comble des maiſons ordinaires, que les modillons repréſentent très-naturellement les bouts des pieces de bois, qui ſervent en même tems de Forces & de Chevrons, en ce qu'elles ſont eſpacées environ à deux pieds de diſtance les uns des autres, & qu'elles montrent leurs bouts faillans, ſous l'avant toit, qui repréſente la Corniche ou plutôt, qui en eſt l'origine, & comme l'arête inférieure de ces bouts rectangulaires eſt inutile on l'abat ſouvent par une coupure en chanfrain, comme une ébauche de Conſole ou de Modillon. Je crois même en avoir vû de façonnez à-peu-près de même ; ainſi il n'eſt pas néceſſaire de ſe donner la torture pour éclaircir le ſens de Vitruve, il ſuffit de dire que de ſon tems la charpente des combles étoit diſpoſée comme celles d'une grande partie des maiſons d'Allemagne, où il y a autant de forces que de chevrons, qui ſont comme autant de fermes aſſemblées *ſans Faiſte*, dont les arbaletiers ou forces montrent leurs bouts inférieurs; parce qu'ils ne ſont pas aſſemblez dans le tiran ; au contraire le tiran eſt aſſemblé dans les arbaletiers, qui le débordent en dehors de deux ou trois pieds pour former un avant toit, dont la faillie met la face de l'édifice à couvert comme une corniche. Cette explication eſt d'autant mieux prouvée, que la mode de faire des toits peu élevez, comme en Italie, eſt trop favorable à cette conſtruction, en ce que les arbaletiers pouſſent d'autant moins au vuide qu'ils ſont plus inclinez à l'horiſon dans le raport de leur longueur à la hauteur du poinçon.

Les ſectateurs de Vignole, qui mettent des denticules à tous les ordres excepté au Toſcan, ne ſont point de ſcrupule d'en mettre au deſſous des Modillons, & pour éluder le ridicule que Vitruve y trouve, ils diſent que les modillons ne ſignifient rien, que ce ne ſont que des Conſoles de pure décoration. Je viens de montrer le contraire: ils ſeroient mieux fondez de parler ainſi des denticules, qui ont bien pû dans leur origine repréſenter les bouts des chevrons, comme le dit Vitruve; mais qui dans la diſpoſition préſente leur reſſemblent très-peu ou point du tout par deux raiſons.

La premiere, qu'elles ſont trop près-à-près; puiſqu'elles laiſſent entre elles moins de vuide que de plein; or il ne paroît guères naturel qu'on ait beſoin d'arranger ainſi des chevrons; car ce ſeroit en multiplier le nombre ſans néceſſité, & les faire trop petits, même dans le ſyſtême de la couverture des tuiles creuſes, où ils ſervent de lattes.

La

La feconde raifon paroît encore plus concluante, c'eſt celle de leur poſition au deſſous du Larmier; parce que les chevrons doivent être immediatément ſous la Cymaiſe, laquelle étoit dans ſon origine le Cheneau, qui recevoit l'égoût des eaux du toit, & les rejettoit en dehors par des Gargouilles, dont la faillie & les ouvertures y ſont encore aujourd'hui repréſentées par les mufles de Lions, dont on orne cette partie de la Corniche, comme nous l'avons dit.

La troiſiéme raiſon, c'eſt que les chevrons étant inclinez, leurs bouts ſciez quarrément devroient l'être auſſi; or les ſurfaces des denticules ſont à plomb; donc les denticules en aucun ſyſtême de Charpente ne peuvent repréſenter les bouts des Chevrons, comme l'a prétendu Vitruve.

Ajoutons à ces raiſons celle de la bienſéance, qui ne veut pas qu'on établiſſe de groſſes conſoles au deſſus des petites denticules, dont elles ne ſont ſéparées que par une moulure. Cependant Vitruve a beau décider contre cette ordonnance, l'antique en fournit des exemples, c'eſt aſſez pour autoriſer ceux qui aiment à voir ces deux ornemens réunis dans une même Corniche. En fait d'ornement il ſemble que l'on ne s'embaraſſe plus de raiſonner dès qu'on peut citer un modele dans les monumens de l'antique; quoiqu'ils en fourniſſent ſouvent de fort mauvais, qui ne feroient point à ſuivre, ſi l'on ſe conformoit au goût de Vitruve; puiſqu'il condamnoit ces ouvrages de ſon tems, que nous prenons aujourd'hui pour modeles.

En effet, on y voit ſouvent des ornemens répandus ſans diſcernement ni diſtinction caracteriſtique des ordres, comme lorſqu'on y en voit autant dans le Dorique que dans le Corinthien. Il étoit dans ce tems comme dans le notre des Architectes plus atentifs à ſurprendre les yeux qu'à ſatisfaire la raiſon.

Le Dorique des Thermes de Diocletien eſt plus enrichi de ſculptures que l'Ionique du Theatre de Marcellus, l'Ionique de la Fortune Virile eſt plus enrichi des mêmes ornemens que le Corinthien de la Rotonde, & le Corinthien des Thermes de Diocletien eſt tellement ſurchargé de ſculpture à chacune & à toutes ſes moulures, qu'il en réſulte une grande confuſion, quoiqu'en diſent les fades adulateurs de l'antique, qui ſe récrient ſur la belle varieté de ces ornemens.

On ne peut diſconvenir de cette ingénieuſe varieté; mais elle n'eſt pas ſuffiſante pour empêcher le papillotage de tant de petits objets, où la vûë ne peut ſe fixer. Or il eſt impoſſible de donner une certaine grace générale à un grand nombre de petits ornemens, qui par-

tagent trop la vûë, il faut lui laisser du repos ; entre deux membres sculpez il en faut de tout unis pour leur servir de bornes, faute de quoi le spectateur ne sçait où fixer ses regards.

Observation sur l'usage des Corniches en général.

Quelques belles que soient les corniches, on ne doit pas les employer indifferemment par-tout sans discernement, ni leur ôter par des brisures ou des contours forcez, la simplicité de direction qui leur est naturelle.

Premierement, nous avons prouvé par de bonnes raisons, qu'on ne doit pas en entasser plusieurs les unes sur les autres dans une même face.

Secondement, qu'on doit les faire moins saillantes dans l'intérieur que dans l'exterieur des édifices par deux raisons, l'une qui est commune à Vitruve* & à Palladio, est que lorsqu'elles ont trop de saillie, leur pesanteur peut en faire détacher quelques parties, qui peuvent écraser ceux qui sont dessous.

L'autre qui est particuliere à Palladio, est qu'elles paroissent resserer & angustier les lieux où elles sont enfermées, ce qu'on remarque dans la plûpart des *nouvelles* Eglises d'Italie. L'Architecte de S. Pierre de Rome, qui avoit senti ce défaut, a tâché de diminuer la saillie de la Corniche du grand ordre Corinthien de la nef, en suprimant totalement la cimaise, & de crainte que la saillie de l'Architrave ne cachât une partie de la hauteur de la Frise, il en a couché les faces en talud.

La seconde observation que nous avons à faire concerne la simplicité de leurs alignemens, que les mauvais Architectes affectent de rompre, & d'en alterer & varier la direction, s'imaginant qu'une corniche n'est belle que par la multiplicité de ses ressauts horisontaux, qui en répetent plusieurs fois les profils, & par les contours variez de plusieurs parties, souvent détachées, tantôt cintrées, tantôt pliées en volutes, ou profilées sans rouleaux. On connoît souvent à ce défaut les desseins des sculpteurs & des menuisiers, qui alterent ainsi les seuls changemens de leur direction, qui sont néceffaires pour les égoûts, où elles forment des frontons, ce que nous allons expliquer.

* L. 7. ch. 3. Cùm camerae politae fuerint sub eas coronae sunt subjiciendae, eaequequam *maximè tenues & subtiles* oportere fieri videntur; cùm enim grandes sunt pondere deducuntur, nec possunt sesustinere. Etiamque cavendae sunt in cameris prifcorum dispositiones, quod earum planitie coronam gravi ponderei mpendentes *sunt periculosa*.

DES FRONTONS.

Les Corniches ne représentent que la saillie horisontale des toits par le bas, les frontons expriment celle des côtez suivant la pente des

égoûts, qui forment entr'eux une partie angulaire, qu'on apelle le *Pignon*, & en Architecture le *Fronton*; parce qu'anciennement cette partie étoit au *Front*, c'est-à-dire, à la face d'entrée du bâtiment.

Puisque la Corniche rampante est une portion du comble, il est clair qu'elle ne peut déborder le nud du pignon que par la prolongation des Pannes & des Lattes; donc les chevrons n'y peuvent être vûs par leurs bouts, non plus que les Forces ou Arbaletiers, mais par les côtez suivant leur longueur; par conséquent une Corniche à denticules & à modillons n'y peut être tolerée avec quelque vraisemblance d'imitation de l'Architecture naturelle, comme l'a fort bien remarqué Vitruve. * Les Anciens, dit-il, n'ont jamais aprouvé les Denticules ni les Mutules aux Corniches des Frontons; parceque les Forces & les chevrons n'y peuvent paroître en saillie, étant arangez pour l'égoût suivant la longueur de cette partie, & ils ont jugé avec raison, *qu'on ne devoit pas faire des représentations de choses, qui n'ont point de fondement dans la vérité.*

Il ne faut pas dire avec Daviler, que les modillons y signifient les bouts des pannes. Quelle aparence qu'on les mette si près-à-près? Mais si l'on pouvoit lui passer une excuse si mal fondée; pourquoi les faire à plomb & non pas perpendiculaires à la pente du toit comme les pannes? D'ailleurs comment veut-on que ce qui signifie une chose dans une corniche horisontale en signifie une autre sans aucun changement dans les inclinées à l'horison? Quelle contradiction!

L'Architecte du Temple de Scisi, dessiné par Palladio, avoit si bien senti cette raison, que quoiqu'il eût mis des modillons dans la Corniche horisontale, il n'en avoit point mis dans l'inclinée du fronton, il leur a substitué un ornement de sculpture. Disons plus, que si nous devons imiter scrupuleusement la nature, il ne faudroit point de corniche horisontale sous un fronton, mais seulement une espece de cours de plinthe, qui exprimeroit le tirant de la ferme, lorsqu'il y a un portique sous le fronton; s'il n'y en avoit point, cette partie ne seroit pas absolument nécessaire. J'en trouve un exemple dans l'antique chez Palladio au Temple du Soleil & de la Lune, & dans un bas relief trouvé dans les Dunes de Dombourg en Zélande, où la Deesse *Nehalemnia* est sous un fronton, dont la Corniche horisontale est su-

* Etiamque Antiqui non probaverunt neque instituerunt in fastigiis mutulos aut denticulos fieri, sed puras Coronas, ideo quod nec Cantherii, nec asseres contra fastigiorum *frontes* distribuuntur, nec possunt prominere, sed ad stillicidia proclinati collocantur. *Ita quod non potest in veritate fieri, id non putaverunt in imaginibus factu posse certam rationem habere*, Vitr. l. 4. c. 2.

primée. Si les Architectes ne ſont pas de cet avis, ils ſentent du moins qu'elle ne doit pas être complete comme l'inclinée, mais qu'elle doit être mutilée de ſa cimaiſe, ce qu'ils obſervent ordinairement.

Puisque les frontons repréſentent clairement la ſaillie d'un toit, il eſt évident qu'on ne doit placer cet ornement qu'au ſommet de l'édifice, à moins qu'un avant-corps conſiderable ne demande un toit particulier, tel eſt par exemple un portique, comme celui de la Rotonde, qui a ſon comble ſéparé, & d'une figure differente de celle du Temple auquel il eſt adhérant; cela doit s'entendre des frontons qui couronnent un ordre d'Architecture.

Quant à ceux que l'on voit ſouvent au deſſus des portes & des fenêtres, les ſentimens ſont partagez. Nos Architectes modernes blament les Italiens d'en mettre par-tout, & les condamnent dans pluſieurs de nos grands édifices qui en ſont couverts, comme au vieux Louvre & ailleurs; pour moi qui m'attache toujours à l'imitation de l'Architecture la plus naturelle, je trouve qu'ils n'y ſont point hors de place; parce que leur figure angulaire ou bombée fait une bonne décharge aux Linteaux des Bayes des portes & des fenêtres : c'eſt une raiſon apuyée du ſentiment de Scamozzi & de Vitruve *, & fondée ſur un uſage ſi général, qu'on ne ſe diſpenſe jamais d'y en faire dans la conſtruction, quoique ordinairement on les cache par l'enduit, mais non pas dans tous les pays ; car dans la Hollande ces eſpeces de frontons ſont encore preſque tous aparens dans les vieux édifices, dont ils faiſoient une décoration, ſuivant la mode du dernier ſiecle.

Considerons-les encore comme des petits toits, lorſqu'ils ont des Corniches, nous en trouverons l'utilité pour mettre à couvert ceux qui ſe préſentent aux portes & aux fenêtres, & garantir les jambages, qui ne ſont pas de matiere à l'épreuve de la pluye, cela eſt ſi vrai, qu'on en fait dans les pays où la pierre de taille n'eſt pas bonne ou fort commune. Cependant il faut éviter la multiplicité de ces ornemens, qui devient à la fin déſagréable.

Soit qu'il s'agiſſe de frontons en grand ou en petit, on ne peut diſconvenir, que c'eſt pecher contre le bon ſens, que d'en mettre immédiatement deux ou trois les uns ſur les autres, particulierement ſur une même baſe de corniche horiſontale, comme on en voit ſouvent en Italie à des riches bâtimens, par exemple au portail de la fameuſe Egliſe du Nom de Jesus à Rome.

* Vitr. l. 6. ch. 11. *Subcuneati poſtes* adminiſtrandum eſt, uti levent onus parietum fornicationes cuneorum diviſionibus, & ad centrum reſpondentes earum concluſuræ, cùm enim extra trabes liminum capita arcus cuneis erunt concluſi, primum non pandabit materia levata onere. *Il me ſemble que Perrault n'a pas bien traduit cet endroit.*

A l'égard des brifures & des enroulemens des frontons, je n'ai rien à ajouter à ce qu'en on dit Palladio & Scamozzi, qui se font fort récriez contre ces abus; la raifon que ce premier en donne eft, que toutes les parties des corniches doivent être faites à quelque ufage, & repréfenter ce que l'on verroit, fi l'ouvrage étoit de charpente; or de quel ufage peuvent être des coupures & des enroulemens, qui découvrent au lieu de couvrir? Je crois que ces folles licences ont été copiées de quelques-unes de ces idées antiques, que Vitruve apelloit *Arpaginetuli ftriati cum crifpis foliis & volutis*, dont Philander avouë, qu'il ne fçauroit deviner la fignification, ce qui me donne lieu de le conjecturer, c'eft que Vitruve y parle des frontons *pro faftigiis.*

Quoiqu'il en foit nos deffinateurs de Rétables, ont trouvé ces idées fi belles, qu'ils les ont fouvent repetées plufieurs fois dans le même lieu; je ne parle pas de ce que l'on fait dans ces Provinces reculées, où ces ouvrages font livrez au caprice d'un Sculpteur fans goût; mais à Rome dans les ouvrages les plus aparens, par exemple, à la Chapelle du Bienheureux Louis de Gonzague, au College Romain, où l'on voit le couronnement du premier entablement cintré, brifé & coupé par des reffauts avec des morceaux de frontons, fimplement bombez & profilez à leur coupure; enfuite immédiatement au deffus il eft furmonté d'un fecond couronnement en façon d'Attique, interrompu par des reffauts de differens niveaux & allignemens, rechargé de deux autres morceaux de frontons roulez en volutes, qui acompagnent une fixiéme piece élevée fur un contour de Piedouche en adouciffement, lequel couronnement eft encore interrompu au milieu à-peu-près comme le premier par une partie faillante de differente figure.

Ce font cependant de ces ouvrages connus par la richeffe de leur exécution, & par la place qu'ils occupent dans une ville, célebre par la réputation de contenir les plus beaux morceaux d'Architecture, que naiffent tous les jours ces bifarres deffeins, que les gravures ont multipliez & répandus entre les mains des Artiftes, qui y puifent les idées des ouvrages qu'ils ont à faire, & qui fe croient par-là bien autorifez à y mettre des frontons brifez & roulez, d'autant plus que de fameux Architectes, particulierement Michel Ange Bona Rota, en ont fourni des modeles, vantez par les Ecrivains, par exemple, à la Porte *Pie* à Rome, à celle de la Vigne de *Sermonetti* & de *Grimani*, comme fi la réputation de cet Architecte étoit venuë de cette peu judicieufe invention; ce n'eft pas la premiere licence de fa façon que l'on doit rejetter, fes ouvrages en font pleins, & malgré les éloges & les excufes de Daviler, on peut dire qu'il donnoit fouvent des exemples d'une bifarre compofition. Je crois en deviner la raifon; c'eft

qu'il étoit plus Sculpteur & Peintre qu'Architecte ; or le goût des grands Dessinateurs est d'introduire par-tout des ornemens & de la varieté à quelque prix que ce soit ; l'Architecture simple leur déplaît, ils se moquent de ceux qui n'y employent que la régle & le compas, comme d'une stérilité de génie, sans concevoir que les ordres d'Architecture ne sont pas de pures décorations de caprice, mais une sage & fidele imitation de l'Architecture naturelle, comme nous l'avons prouvé ci-devant. La Sculpture & les ornemens trouvent place dans les intervales de leurs parties, & en augmentent infiniment la grace ; mais ces parties ne sont pas susceptibles d'alteration.

Raisons historiques de la Réduction des Ordres au nombre de trois.

Nous avons tiré de la nature des choses les raisons qui réduisent les ordres au nombre de trois; mais parce que les Architectes se conduisent plus par l'autorité des exemples de l'Antique, que par le seul raisonnement, il est à propos de faire voir que nous sommes fondez dans l'histoire, pour nous en tenir à ce nombre, & ne pas en admettre cinq.

Premierement, il est constant que dans l'Antiquité Grecque on ne reconnoît que trois ordres. Cette véritée est prouvé par le témoignage de Vitruve. *E Columnarum formationibus TRIUM GENERUM factæ sunt nominationes.*

Secondement, il semble lui-même s'en tenir à ce nombre, & ne parler de la mode de Toscane, que comme d'une coutume de bâtir à laquelle il ne donne aucun rang; en effet il fait la colonne Toscane plus délicate que la Dorique, par conséquent il auroit dû mêler cet ordre prétendu parmi ceux des Grecs; mais il le met à part sans le compter pour un quatriéme.

Nos Architectes modernes ont voulu le mettre au premier rang comme le plus massif; mais en cela ils n'ont pour eux ni l'autorité de Vitruve, comme je viens de le dire, ni les modeles de l'Antique, dont il ne reste aucun monument de cet ordre ; car l'Arêne de Verone, celle de Pole & son Theatre, ne sont qu'une maniere de bâtiment rustique, qui ne leur sert de rien pour les proportions de l'ordre Toscan, & la colonne Trajane, qui est leur seule ressource décide contre eux; puisqu'elle a la proportion de la Colonne Dorique, qui a pour hauteur huit fois son diametre pris à sa base; mais comment nous seroit-il resté des monumens de cette mode? c'étoit la maniere de bâtir des pau-

vres gens de Toſcane, qui n'avoient pas de quoi faire des Architraves de pierre; car Vitruve dit, qu'on les faiſoit de bois. J'aimerois autant qu'on me donnât pour un ordre les maiſons des montagnes des Alpes.

Or ſi la colonne a la proportion de la Dorique, ſuivant le ſeul monument cité, & que l'entablement ait le quart de ſa hauteur ſuivant le commun accord des Architectes, quelle difference y a-t-il entre l'ordre Toſcan & le Dorique? Ce ſont les triglîphes, dit-on : ô la belle difference! n'y a-t-il pas quelques pieces en ſaillie équivalentes dans le Toſcan, ſuivant Vitruve, qui les apelle *Antepagmenta*, & après lui, ſuivant les deſſeins de Palladio & de Scamozzi, que leur manque-t-il? deux gravures & deux demi-gravures angulaires? y a-t-il là de quoi faire un genre à part? Diſons donc que ce n'eſt qu'un abatardiſſement du Dorique retombé dans la groſſiereté de ſon origine, puiſqu'on a commencé à déterminer la hauteur de la colonne par la longueur de ſix de ſes diametres pris à ſa baſe, que cette proportion a déplû juſqu'à ce qu'elle ait été élevée à ſept & demi, & que la Toſcane n'en a que ſept ſuivant nos modernes; telle eſt la proportion dorique chez Vitruve au Chap. 1. du livre IV.

A l'égard de l'*Ordre Compoſite*, il eſt certain qu'il étoit inconnu du tems de Vitruve & de Pline; car l'un & l'autre, qui parlent des autres ordres, ne diſent rien de celui-ci, Perrault malgré ce ſilence voudroit ſur de frivoles conjectures, prouver que le compoſite eſt anterieur à Vitruve; mais il ne dit rien qui mérite attention. Les autres Architectes plus ſages diſent qu'il eſt poſterieur, & que par conſéquent ces Auteurs n'en ont pas eu connoiſſance, prétendans, que l'Arc de Titus eſt le premier qui ait été fait dans ce genre; or quelle eſt la difference des proportions de cet Arc avec l'ordonnance Corinthiene? Elles ſont ſi ſemblables, que nos Architectes modernes, comme Vignole, n'y ont pas trouvé des exemples qui les autoriſent à les changer; il n'y en a que dans les profils qui ne décident de rien, & un peu dans le chapiteau, qui ne peut par la varieté de ſa ſculpture donner un nouveau nom à tout l'ordre, qui conſiſte dans la proportion de ſes parties & particulierement de ſa colonne, comme l'a fort bien dit Vitruve: * On met quelquefois, dit-il, de differentes eſpeces de Chapiteaux ſur les mêmes colonnes, & on leur donne differens noms; mais nous ne devons pas pour cela les regarder comme de nouveaux ordres; ce ne ſont

* Sunt quæ iiſdem Columnis imponuntur capitulorum genera variis vocabulis nominata, quorum nec proprietates ſimetriarum, *nec Columnarum genus aliud nominare poſſumus*, ſed ipſorum vocabula traducta & commutata ex Corinthiis & Pulviniis & Doricis videmus, quorum ſimetriæ ſunt in novarum ſculpturarum tranſlatæ ſubtilitatem, l. 4. in proem.

que des nouveautez de ſculptures, que l'on doit toujours raporter aux ordres Corinthien, Ionique & Dorique ; donc le prétendu *Ordre Composite* n'eſt qu'une nouvelle ſubtilité ou rafinement de ſculpture, apliqué à l'ordre Corinthien, & non pas un ordre different.

On pourroit répliquer à ce que j'avance, que ſuivant la maxime de Vitruve, & les proportions qu'il donne à la Colonne Ionique & à la Corinthiene qu'il fait égales, ces deux ordres n'en feroient plus qu'un, & l'on auroit raiſon; mais perſonne n'adopte cette égalité de proportion, & ſon raiſonnement peut faire ſoupçonner, qu'il s'eſt gliſſé quelque faute dans le texte de Vitruve, ſans quoi l'on ne peut l'excuſer de ſe contredire. Quoiqu'il en ſoit, il eſt clair qu'il a vû pluſieurs eſpeces de compoſitions en vogue parmi les ouvrages d'Architecture, & que cependant il n'a pas cru en devoir faire un ordre à part.

Ce cinquiéme ordre eſt évidemment de la création des Architectes du 15. ſiecle, qui ne ſe ſont pas accordez ſur le rang qu'ils devoient lui donner; Scamozzi a cru avec raiſon, qu'il devoit tenir le milieu entre l'Ionique & le Corinthien; parce que ſon Chapiteau eſt un compoſé des Volutes Ioniques & des feuilles Corinthienes ; ſuivant ſon opinion le compoſite n'eſt qu'un Ionique un peu élevé; parce que les parties dominantes du chapiteau ſont les volutes, & comme les monumens de ces compoſitions ſont plus fréquens à Rome qu'ailleurs, il lui donne le nom d'*ordre Romain* ; or ſi nous comptions le nombre des ordres par celui des modes de chaque ville ſans égard au rang qu'elles tiennent en fait de la ſolidité ou de legereté de conſtruction, il n'y a pas plus de raiſon de donner le nom d'ordre Romain à l'arc de Titus & à ſes ſemblables, que celui de Veronnois à l'ordonnance de l'arc des Lions de Veronne; puiſque cette derniere n'a rien d'égale à celle de l'arc de Titus; mais ſeulement quelque reſſemblance dans le chapiteau; car l'Architrave & la Corniche ſont totalement differentes.

D'autres Architectes ont cru que ce nouvel ordre devoit être plus délicat que le Corinthien, & pour cela l'ont mis le dernier. Mais quelle délicateſſe lui trouvent-ils de plus? il n'y en a point dans la Corniche, & le Chapiteau eſt évidemment plus maſſif.

Quant à la diſtinction que Perrault veut faire de compoſé à compoſite, elle ne vaut pas la peine d'être relevée.

Convenons avec Daviler ſur l'ordre compoſite page 72. *qu'on n'a pû s'écarter des Ordres Grecs, ſans tomber dans quelque défaut*, & concluons qu'il faut retrancher les compoſitions Toſcanes & Romaines du nombre

bre des ordres d'Architecture; les principes naturels que j'ai établi de la constitution & énumeration des ordres me paroissent indivisibles, je ne connois que les extrémes & le milieu; les combinaisons que l'on peut faire du plus ou du moins de grosseur & du mélange des parties sont sans contredit infinies en nombre. Je laisse aux Architectes la liberté de s'y exercer, pourvû que dans leurs compositions ils observent judicieusement ce qui convient à chaque degré de solidité ou de legereté, & qu'ils ne sortent pas de l'imitation d'une Architecture simple, solide & naturelle. Nous avons autant de droit, a fort bien dit un Auteur moderne, de changer les pensées des Romains, que ceux-ci en ont eu d'alterer les ordres des Grecs; mais il ne faut pas les imiter dans une partie des changemens qu'ils ont faits, où l'on trouve du pire au lieu de la perfection.

On se récriera, sans doûte, sur une maxime qui semble livrer les Ordres d'Architecture au caprice des Architectes. Ignorez-vous, me dira-t-on, que cet Art a ses régles, qu'elles sont en grand nombre & plus précises que vous ne dites?

Pour répondre à cette interrogation, je demanderai à mon tour, où sont ces régles? les trouvera-t-on chez Vitruve, qui est le Legislateur ou plutôt le premier Compilateur de ces loix? Il n'y a pas un Architecte de tous ceux qui ont écrit, & se sont érigez en maîtres, qui ne l'ait refuté & abandonné dans plusieurs choses, & l'on peut dire, que quoique toujours cité, comme s'il étoit le plus estimé, c'est un des moins imité. Il me paroît que ce n'est pas tout-à-fait sans raison; car on peut sans affecter de le critiquer convenir, qu'il ne donne pas une idée distincte de ce qui doit faire la difference des ordres, qu'il semble établir dans la proportion des colonnes, & cependant qu'il veut distinguer sans en changer les mesures, ce qui envelope une contradiction manifeste.

On peut en second lieu dire, qu'il n'étoit pas d'un goût excellent, ce que l'on voit clairement par la comparaison de ses mesures avec les beaux Monumens de l'Antique qu'on admire le plus, ce qui prouve, qu'il n'étoit pas du goût de son siécle, non plus que du notre en certaines circonstances; puisque les ouvrages faits par ses contemporains sont bien differens en proportions & en profil de ceux qu'il prescrit.

Au reste on ne peut lui refuser un grand fond de bon sens dans les choses essentielles à la construction, encore n'y est-il pas irrépréhensible; puisqu'il conseille des surplombs sur une fausse idée d'Optique. Je ne veux pas faire la critique de ce Pere de la bonne Architecture sur quelques fautes qu'on peut lui reprocher. Je respecte sa Mémoire
h

& ses Ecrits; mais je ne conseille pas une aveugle déference pour les régles qu'il donne, & parmi plusieurs garans, que je pourrois trouver de la justice que je lui rends, je citerai ce que Scamozzi en a dit au Chap. 5. de son 6. Liv. Si l'on compare, dit-il, les proportions qu'il a donné à ses ordres avec celles de l'Antique, on conviendra qu'elles sont sans beauté; c'est pourquoi la plûpart n'ont été ni suivies, ni aprouvées par les Architectes intelligens. *Si puo comprendere da gli ordini & d'elle altre parti che egli descrisse nella sua opera è pose in dissegno le quali mancano di proportione & di bellezza se con le Antique Sarano Paragonate, & per questo la maggior parte di esse non sono state ne laudatie ne parimente in uso da gli Architetti intendenti.*

Disons plus, que Vitruve lui-même n'a pas regardé les proportions des ordres, comme une régle constante; puisque au Chap. 9. du 5. Liv. il change pour les Theatres les proportions des ordres, qu'il avoit donné pour les Temples.

Dira-t-on que ces régles des ordres d'Architecture se trouvent chez les dix grands Architectes, qui en ont écrit, sçavoir Palladio, Scamozzi, Serlio, Vignole, Barbaro, Cataneo, Alberti, Viola, Bullan & de l'Orme; il n'y a qu'à ouvrir le parallele qu'en a fait le célebre Chambray, on trouvera qu'ils different très-considerablement entre eux, non seulement dans la varieté des profils, mais aussi dans le raport des diametres des Colonnes à leur hauteur, & à celles de leurs entablemens. Cependant malgré cette diversité chacun d'eux s'est acquis de la réputation pendant sa vie, & des partisans ou sectateurs après sa mort, qui ont traduit, commenté & mis en vogue leurs écrits. Palladio a été traduit à juste titre en plusieurs langues.

La magnifique édition Françoise qu'on en a fait à la Haye, il y a sept ou huit ans, est un témoignage du cas que l'on fait de cet Auteur deux cent ans après sa mort; Scamozzi n'a été traduit en François qu'en partie, & Vignole a été rendu célebre en France par le commentaire de Daviler, qui vaut cent fois mieux que le texte. Il est étonnant qu'un homme capable de donner de bons préceptes, ait épousé un des Architectes, qui a le moins raisonné; enfin les autres ont eu aussi leurs traducteurs & leurs Panegyristes, quoique sur de très-differentes proportions.

Quel est donc le véritable Legislateur, qui a sçû fixer les justes mesures & raports des parties des ordres? Personne n'en reconnoît, que celui qui est le plus à son gré. Si cependant on nous demandoit, lequel est le plus géneralement estimé des Architectes & bons Connoisseurs? on peut s'en rapporter au jugement du célebre Chambray,

qui étoit très-capable de prononcer dans une matiere qu'il avoit discuté, étudié & combiné avec grand soin. Il donne la palme à Palladio, le second rang à Scamozzi, le troisiéme à Serlio & le quatriéme à Vignole, dit autrement Barozzi; je souscris à ce jugement sans m'attacher à personne, & sans vouloir pallier les fautes que chacun d'entre eux peut avoir fait contre les principes de la raison & de la bienséance de l'imitation; parce qu'il est bien prouvé, qu'il n'en est point qui les ait toujours observé, comme on pourra le remarquer par ce que nous avons dit jusqu'ici.

Puisque les régles des ordres d'Architecture ne sont pas reçûës sur l'autorité de Vitruve, ni recevables sur celle de plusieurs fameux Architectes, qui en ont écrit après lui, tant elles sont variées & peu constantes dans les mesures & proportions; il ne resteroit donc de lieu où l'on puisse les trouver, s'il y en avoit de parfaites, que dans les monumens Antiques; mais il n'est pas difficile de prouver qu'ils sont pleins de fautes, quelquefois même contre le bon sens, comme nous le remarquons suivant le jugement de Vitruve à l'égard des modillons & des denticules. Mais quand il n'y auroit rien à redire touchant l'ordre des choses, la difference des profils & des proportions, est souvent si considerable, qu'il est impossible d'y fixer des régles de beauté; car si elle consiste dans un certain raport & degré de combinaisons de parties, comme on le dit, il est évident, qu'elles ne peuvent se trouver dans des ouvrages differens, qu'on veut cependant être du même genre.

Certainement si les exemples des monumens antiques autorisent les desseins d'Architecture, il n'est sorte de défaut qui ne se trouve autorisé.

Voulez-vous des colonnes ridiculement courtes? vous en trouverez dans ce Mausolée Antique que j'ai vû auprès de S. Remy en Provence, que les Connoisseurs * jugent cependant du siécle d'Auguste, qui fournit les modeles de la belle Architecture. Il a 51. pieds 2. pouces de haut

Est-il besoin d'autoriser celles qui sont engagées en partie dans des murs? vous en trouverez au Temple de la Concorde, & à celui de Nimes, apellé la Maison quarrée. Voyez l'Histoire de l'Acad. des inscriptions an 1728.

Voulez-vous des Piedestaux d'une hauteur démesurée? l'Arc de Constantin vous en fournira un exemple. En voulez-vous d'Isolez? vous en trouverez au Temple de Scisi, dessiné par Palladio.

Voulez-vous des Chapiteaux composez de rinceaux bisarrement

arangez & melez d'animaux au milieu des volutes ? prenez pour modele ceux du Temple de Veſta de Nimes, ou de celui de Jupiter, dans lequel vous trouverez des Aigles & des Foudres, ou bien de celui de Mars, où vous trouverez des Pegaſes* au lieu de volutes, & pluſieurs autres ſemblables.

* Ces Pegaſes pourroient bien avoir été imitez des Chapiteaux du Temple de Perſépolis, où l'on voit des doubles buſtes ou demi-corps de Chevaux, tournez en ſens contraire, dont les corps ſe confondent & les jambes ſe plient ſur l'Aſtragale.

Vous prendroit-il fantaiſie de mettre des denticules à cru ſur une Phriſe, ſans moulure au deſſous ? apuyez-vous de l'exemple de l'Arc des Lions de Verone, & des frontons du Temple de Veſta de Nimes; ou preſque à cru & immédiatement ſous les modillons ? apuyez-vous ſur l'autorité de la Corniche du Temple de la Concorde.

Vos Modillons ne ſont-ils pas à plomb ſur le milieu des colonnes ? citez l'exemple de l'arc de Trajan, ou ce qui eſt encore pis, avez-vous un trigliphe hors du même à plomb du milieu de la colonne ? rapellez le Temple de la Pieté, où le trigliphe angulaire termine la Phriſe à ſon extrémité, ſur le côté de la colonne.

Voulez-vous excuſer Vignole & Scamozzi d'avoir mis des Denticules à la Corniche Dorique contre l'exigence caracteriſtique de cet ordre ? citez les exemples du Theatre de Marcellus & des thermes de Diocletien.

Voulez-vous excuſer le même Vignole d'avoir raſſemblé des Denticules & des modillons dans une même corniche, contre le précepte de Vitruve & de la raiſon ? produiſez celle de l'arc de Titus & quelques autres. Si l'on vous dit, qu'il n'y en a pas à la Rotonde, qui eſt conſiderée comme un meilleur modele ? dites avec quelques Architectes, qu'on a oublié d'y tailler les denticules, que la place y eſt toute prête.

Voudriez-vous ſuprimer le larmier d'une Corniche ? juſtifiez votre deſſein par l'exemple de celle de l'arc des Lions de Veronne, des Frontons du Temple de Veſta de Nimes, & du Temple de la Paix, qui ſont mutilez de cette partie eſſentielle à une Corniche.

Cherchez-vous un modele de frontons écraſez ? jettez les yeux ſur celui du Temple d'Aurelien, & de l'arc de Trajan d'Ancone.

En voulez-vous dans un lieu couvert, où cet ornement eſt déplacé ? vous en trouverez au Panthéon & au Temple de Veſta de Nimes.

Avez-vous fait un aſſemblage biſarre de moulures, comme de très-groſſes Cimaiſes ſur un petit larmier & autres pareilles difformitez ? montrez le profil de la corniche du Temple de la Fortune Virile, cité

par Daviler, Planche C. page XI. tirée d'un batiment qu'on met au rang des beaux morceaux de l'Antique, & celui de la maison quarrée de Nimes.

En un mot, si l'Antique est un bon modele en tout, il faut convenir, qu'il n'y a point de mauvaise ordonnance d'Architecture dans tout ce qu'ont fait nos Architectes, & les plus ignorans Dessinateurs d'ordres ; en voici la raison.

Il est certain qu'en tout tems il y a eu de bons & de mauvais Architectes, même suivant le goût de leur nation. Etoient-ils tous bons au siecle d'Auguste ? Non sans doute, puisque Vitruve blâmoit plusieurs de leurs ouvrages en établissant ses régles. Il nous reste en France un monument de ce tems-là, dans lequel on ne trouve rien de bon goût. C'est cet édifice qui est au milieu du Pont de la Charente, où on lit encore...... O CÆSARI NEPOTI DIVI JULII PONTIFICI AUGURI, les Antiquaires supléent *Divo Augusto* ; ainsi le tems de sa construction en est connu ; cependant on y voit des piedroits d'Arcades canelez & décorez sous un massif tout uni, qui soutient deux Arcades écrasées, dont les Archivoltes sont excessivement larges, les corniches des impostes trop petites, des colonnes angulaires ridiculement courtes, & sans aucun accompagnement d'un angle à l'autre ; des corniches sans régularité de profil, & répetées trois fois les unes sur les autres à-peu-près d'égale grosseur ; enfin où l'on ne reconnoît rien de ces Antiques du même tems, que nous prenons pour modeles.

D'ou je conclus, qu'il est impossible de pouvoir statuer sur d'autres régles, que sur celle de l'imitation de cette Architecture naturelle, dont j'ai fait la description dans toute la simplicité de son origine, & sur celles de l'accompagnement convenable au genre de bâtir, qu'on se propose, comme fort, ou délicat, simple ou riche, selon que chacune des parties en est plus ou moins susceptible. Il est inutile de citer la composition Romaine ou la Toscane, & tous les changemens faits ou a faire par les Architectes, qui veulent inventer de nouveaux ordres, ce ne seront jamais que des noms differens, donnez aux mêmes ordres.

Il y auroit beaucoup d'autres choses à dire sur cette matiere, quoiqu'elle a été traitée & rebatuë par plusieurs Ecrivains ; la plûpart d'entr'eux ont touché les abus des changemens faits dans quelques parties des ordres d'Architecture ; mais j'en trouve un plus grand, dont ils n'ont point parlé ; c'est celui d'employer ces ordres par-tout où ils ne servent de rien, où ils n'ont rien à porter, & où ils sont réduits à de petits colifichets. Il n'est presque point de nos Eglises où l'on ne

trouve l'un & l'autre de ces abus. Le premier y eſt remarquable par la répetition de pluſieurs ordres inégaux, en eſpece ou ſeulement en grandeur, dont les uns ſont du corps de l'édifice, les autres apliquez contre les ſurfaces des murs, ſous des Arcades, ou dans l'ordonnance des Retables; & le ſecond ſe voit dans preſque tous les Tabernacles, où ils ſont multipliez en petit, de ſorte qu'on voit pluſieurs édifices en imitation renfermez comme pluſieurs bottes de differentes grandeurs, les uns dans les autres.

Nous devons l'introduction de ce fatras à l'ignorante devotion de quelques Communautez Religieuſes, qui ont cru orner leurs Egliſes & leurs Autels par ces ſuperflus & ineptes accompagnemens, faute d'avoir conſulté les uſages des premiers ſiecles de l'Egliſe, où l'on ne faiſoit les Autels que d'une ſimple table, qui a reſtée nuë juſque vers le dixiéme ſiecle, je veux dire ſans Gradins, Niches, Retables, ni Tabernacles; il n'étoit même permis d'y mettre autre choſe que le livre des Evangiles. Dans ce tems il n'y avoit qu'un Autel dans chaque Egliſe, lequel n'étoit point plaqué contre un retable, mais Iſolé, de maniere qu'on pouvoit tourner tout au tour, comme l'exigent pluſieurs céremonies de l'Egliſe. Mais ſoit qu'on ait cru bien faire pour décorer la maiſon du Seigneur, ſoit que les Communautez ayent eu la foibleſſe de vouloir ſe diſtinguer par des édifices, enrichis des plus brillans ouvrages des beaux arts, qui attireut les curieux & les yeux du peuple, & occaſionnent une plus grande fréquentation des Egliſes; les Religieux & Religieuſes ont preſque tous donnez dans la nouveauté des Retables depuis environ 150. ans, leur exemple a entrainé quelques-uns de ces Curez de Village, qui n'ont lû que leurs Cahiers de Scolaſtique, & a donné de l'émulation aux Architectes & aux Deſſinateurs non lettrez, qui ont cru faire merveille en propoſant beaucoup de fatras, qui ne ſignifient rien. L'ancienne ſimplicité & diſpoſition des Autels ne s'eſt ſoutenuë que dans les Cathedrales, qui ont en recommandation la ſainte Antiquité; comme à celle de Lyon, qui n'a admis aucune nouveauté depuis 800. ans. On n'y voit encore qu'une ſimple table, ſans additions de Gradins ni de Tabernacles, pas même de chandeliers, qu'on n'y met que pendant la celebration de la Meſſe; mais il en eſt peu qui ayent ſi religieuſement obſervé les anciens uſages; preſque tout le monde Catholique a donné dans le fagotage des ordres d'Architecture pour orner les Autels. Les Sculpteurs qui ont été le plus ſouvent les Architectes des Retables & des Tabernacles, n'ont pas manqué, ſuivant le goût de leur profeſſion, de les ſurcharger de beaucoup de Sculptures & d'ornemens de toutes eſpeces, même juſqu'à des maſques & à des chimeres, & autres pareils réceptacles de la pouſſiere, propres à des nids d'araignées, & contraire à l'entretient de la propreté; ce qui eſt encore plus ridicule, ils

y mêlent des figures humaines, ordinairement si mal faites, ou si bizarrement peintes de couleurs naturelles, mêlées de dorures, qu'on ne peut les regarder sans répugnance ou sans distraction.

CEPENDANT on consomme la plus grande partie des fonds de la Fabrique des Eglises à ces sortes de désagréables superfluitez, pour lesquelles on néglige la propreté des murs, des voutes, des Vitraux & des pavez, & l'on croit une Eglise bien parée, quand elle a un beau retable doré, avec deux ou trois ordres d'Architecture.

QUOIQUE j'estime fort la simplicité d'un Autel, je ne prétends pas cependant en exclure tout accompagnement d'Architecture, je sçai que depuis le cinquiéme siecle on les a souvent couverts d'une espece de Dais, porté par quatre ou six colonnes, qu'on apelloit *Ciboire*, auquel ont succedé nos Baldaquins, qui leur ressemblent beaucoup, j'en ai décrit la figure & l'usage dans mes remarques sur l'Architecture de M. de Cordemoy, inserées dans les Mémoires de Trevoux, où je crois aussi avoir prouvé que les Ciboires n'étoient pas des Domes, tels que sont les nôtres, comme il l'a cru sur un trait d'histoire, qui semble le prouver.

L'OCCASION que j'ai de parler ici de cette dispute, qui a été interrompuë par mon voyage de la Mer du Sud, où j'ai été plus de deux ans & demi, & qui a fini par la mort de M. de Cordemoy, me fournit un moyen de relever une faute d'impression considerable, qu'on avoit fait dans ma réplique : On lit à la page 1577 des Mémoires de Trevoux de l'année 1711, *sept pieds* au lieu de CENT pieds; quoique cette faute fut facile à deviner; puisque je parlois de la hauteur de la voute de Ste. Sophie de Constantinople, sous laquelle il n'étoit pas extraordinaire qu'un Poëte, comme Paul le Silenciaire exaltât la hauteur du Ciboire par une expression hyperbolique, *Vastum in aërem*; mon Adversaire n'a pas voulu l'appercevoir, pour en tirer matiere à se divertir sur la disproportion de la petitesse d'une hauteur de seps pieds. Revenons à notre sujet.

DE tout ce que je viens de dire, je veux conclure contre l'abus de la multiplication des ordres d'Architecture, & insinuer qu'on ne doit point en mettre dans les endroits d'un batiment, où ils n'ont rien à suporter, & où ils ne sont employez que comme une décoration postiche; sans rélation avec les suports des voutes, ou des Galeries.

JE crois même que c'est une dépense mal entenduë, que d'en décorer une Porte de Ville de Guerre; cet ajustement ne leur convient point; parce qu'il n'est pas censé, qu'elles doivent être faites en por-

tiques, ce n'eſt pas là ſa place, ni celle d'un fronton, qui doit couronner un batiment; or puiſqu'il eſt de mauvais goût d'enclaver des colonnes dans les murs, & que les pilaſtres qu'on y peut mettre en ſaillie, ſont toujours une eſpece de bas relief de Portique, qui ſeroit ridiculement placé au milieu d'un mur *Orbe**, tel qu'eſt celui d'un Rampart, on doit orner autrement & d'une maniere plus convenable une porte de Ville; les ordres d'Architecture avec des frontons ſont des reſſources d'Ecoliers, qui n'ont qu'à copier un livre; les Maîtres ont d'autres décorations martiales & ſimples, comme on en peut voir aux Portes de S. Denis & de S. Martin, & en fait de Villes de Guerre on pourroit citer celles de Phalsbourg, ſi elles étoient mieux exécutées & mieux couronnées. Je ſçai que les Partiſans des ordres croyent, que par le moyen des Bandes & de Boſſages, qu'ils ajuſtent aux colonnes, ils rendent leurs deſſeins plus mâles & même terribles, diſent-ils; mais ces additions ſont, comme nous avons dit, une déſagréable alteration de la belle Architecture, & retombent encore malgré ces changemens dans l'imitation des portiques. Or l'imitation d'une choſe ridicule ne ſçauroit devenir belle que dans le comique. Revenons à la fin des choſes, nous reconnoitrons que tout ordre d'Architecture, qui eſt hors de la place qui lui convient, qui ne ſuporte rien, ou qui ne doit être d'aucun uſage, que de ſe montrer ſans fonction, eſt un ouvrage & une dépenſe ſuperfluë, qui ſera toujours réputée contraire au bon ſens, quand même il ſeroit exécuté dans toute la perfection de l'art.

* Terme de l'Art, qui ſignifie, ſans Fenétre, du Latin *Orbus*.

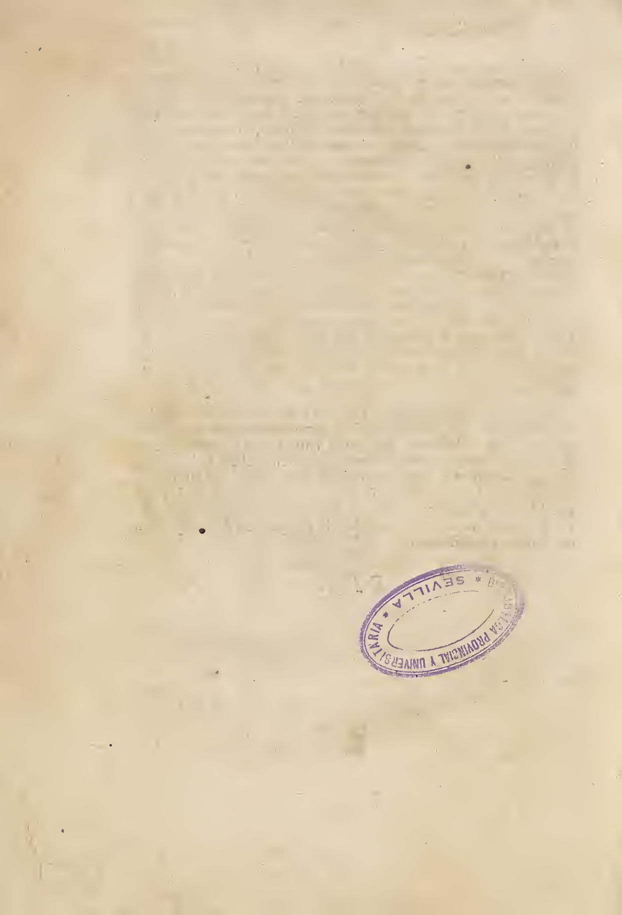
Je ſçai que c'eſt en quelque façon ſe déclarer contre la mode & contre un goût preſque général, que de trouver à redire à des inutilitez que l'on rencontre preſque par-tout, & auſquelles nos yeux ſont ſi acoutumez, qu'on y trouve une beauté de préjugé & d'habitude, ſans examiner ſi les ordres ſont placez à propos, & avec la convenance des lieux qu'on veut décorer. Cependant ſi l'eſprit n'a rien à démêler dans ce genre de décoration, peut-on y trouver des beautez conſtantes au goût de tous les hommes? je doute que ſi on l'expoſoit aux yeux d'un Chinois, il prît plus de plaiſir à voir un aſſemblage confus de grandes & de petites colonnes, de corniches tournées en rouleaux, pliées, & comme chifonées par des reſſauts, chargées de feſtons, de cartouches & autres choſes, ſi communes dans les deſſeins des Architectes d'Eſpagne, d'Allemagne & d'Italie, particulierement dans ceux du fameux Frere Pozzo, je doute, dis-je, qu'il y prît plus de plaiſir que nous n'en prenons à voir les Dragons & les Chimeres, qui paſſent pour des beautez à la Chine, où on les employe à tout ce qu'on veut décorer.

Mais

Mais, me dira-t-on, comment faire pour orner une porte de ville? comment accompagner un Autel adoſſé contre un mur? y a-t-il rien de mieux à faire que d'y pratiquer un ordre d'Architecture, avec des colonnes de differentes façons, canelées & torſes, ou couvertes de quelques ornemens de ſculpture, comme de Pampres de vignes, & de quelques petites Anges qui badinent avec les raiſins, dans les creux de ſes ondulations, ou ſi l'on veut être plus correct, un bel Ordre fait dans toutes les régles des meilleurs Architectes? Les gens délicats ont beau dire, qu'un ordre uni repréſente un Portail, & que lorſqu'il eſt couvert de ſculpture, comme dans certaines Egliſes, particulierement d'Eſpagne, c'eſt un réſervoir de pouſſiere, on en revient toujours là. Il eſt vrai; & c'eſt en cela que paroît la ſtérilité des Architectes & des Deſſinateurs; car il eſt des manieres ſimples & ingénieuſes de décorations, qui valent mieux que des ordres d'architecture. J'aimerois mieux celle d'un des Autels de Chapelle derriere le Chœur de Notre-Dame, où il n'y a ni Colonnes, ni Pilaſtre, que celle des deux Autels Collateraux à ſon entrée dans la nef, où huit colonnes de marbre n'ont d'autre fonction, que celle de ſe montrer ſous une Corniche Architravée. Et quant aux portes de ville, j'en ai nommé ci-devant qui ſont décorées de bon goût ſans ordre d'architecture.

Revenons à la ſimplicité des premiers tems, plutôt que d'enrichir les lieux par des ornemens déplacez; n'abandonnons pas la maxime de ces Architectes de la Grece, dont parle Vitruve, *qui ne faiſoient rien dont ils ne puſſent rendre de bonnes raiſons.* Regardons l'uſage & la fin des choſes, comme une régle invariable & univerſelle, qui eſt ſeule le principe de la vraye beauté, & qui doit nous conduire dans toutes nos actions, même dans celles où il ne s'agit que d'imiter la nature par le ſecours de l'art, comme dans la compoſition & la diſpoſition des Ordres d'Architecture.

FIN.



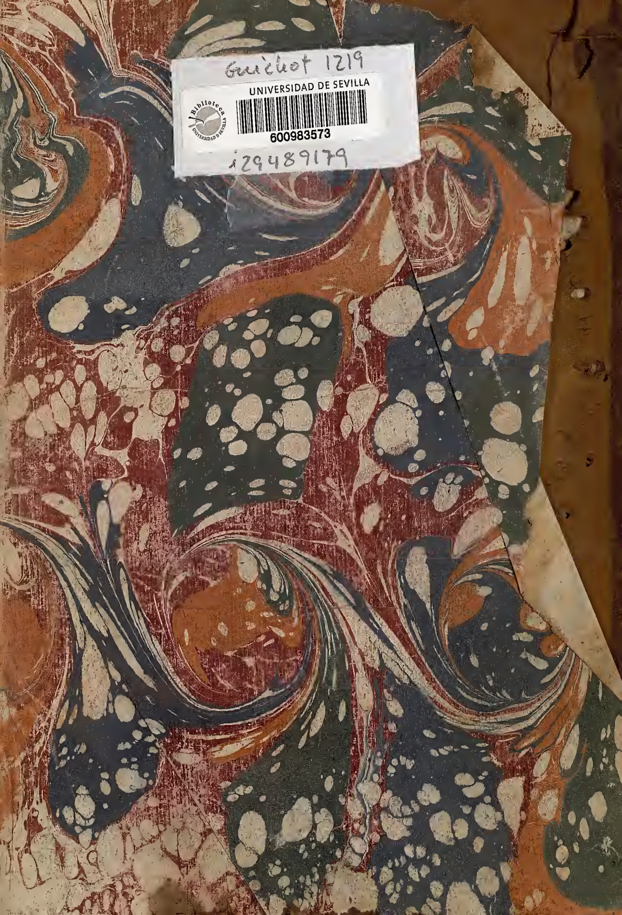
FAUTES à corriger avant que de lire la Differtation fur les Ordres d'Architecture.

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
3	10	d'Architectures	d'Architecture
8	37	Chenards	Renards
10	7	ceux de	ceux que
ibid.	14 à la marge	ftititutas	conftitutas
11	1 & 33	d'Apaherius	d'Apaturius
ibid.	11 à la marge	ponunt	ponuntur
13	4 à la marge	fteelto	Stretto
15	12	conjectu	conjecture
17	31	le	les
ibid.	pénul.	la mauvaife	*effacez* la
ibid.	à la marge l. 15.	delicatoribus	delicatioribus
19	1	que ce	que le
20	4	le quart de	le quart du
21	23	Cornes	Carnes
23	22	mette	mettent
ibid.	25	l'on eft	l'on n'eft
24	7	antrainé	entrainé
ibid.	17	à pan	à pans
25	11	prétend	il prétend
ibid.	12	Picemacetti	Piumacetti
27	33	Canetez	Canelez
28	16	Cianes	Lianes
29	5	Bottes	Côtes
ibid.	12	Rudenture	Rudentures
ibid.	23	Bonavota	Bonarota
30	3	Corgerin	Gorgerin
ibid.	12	au terme	aux Thermes
ibid.	39	Picemacetti	Piumacetti
31	16	attention	alteration
32	19	la baque	l'Abaque
35	32	naturel	naturelle
ibid.	36	belles	belle
36	4 & derniere.	Arcoftile	Areoftile
37	25	arcoftile	areoftile
39	34	acceffoirs	acceffoires
40	23	dentelées	dentées
ibid.	31	faumiers	Sommiers
42	25	fon ordre	l'Ordre
44	2	un ordre	d'un ordre
ibid.	31	une couverture	des ouvertures

Pages.	*Lignes.*	*Fautes.*	*Corrections.*
45	31	Pareau	Pureau
46	22	Domine	Doucine
ibid.	marge 11.	vede rebbe	vederebbe
48	22	trop	très-
50	18	refferer	refferrer
51	pénul.	factu	factum
56	28	d'égale	d'égal
57	21	& fe	& qui fe
58	10	*laudatie*	*laudate*
60	1	au milieu	au lieu
61	16	en eft connu	eft bien connu
62	7	bottes	Boëtes
ibid.	13	a reftée	eft refté
64	13	& de	& des








COUP
DES
IER R
TOM·III
Got.
1219